МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. И. А. БУНИНА»

Н. Ю. Тимофеева

ПРАКТИКУМ ПО ЭКОНОМЕТРИКЕ: СИСТЕМА ЭКОНОМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

Учебно-методическое пособие

Елец – 2017

УДК 330.4(075)
ББК 65в631я73
Т 41

Размещено на сайте по решению редакционно-издательского совета
Елецкого государственного университета имени И.А. Бунина
от 31.01.2017 г., протокол № 1

Рецензенты:

М. И. Шепелев, кандидат экономических наук, доцент
(Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина),

Н. А. Фортунова, кандидат технически наук, доцент
(Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина)

Тимофеева Н. Ю.

Т 41 Практикум по эконометрике: система экономических уравнений. Временные ряды: учебно-методическое пособие. – Елец: Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина, 2017. – 90 с.

Учебно-методическое пособие содержит комплекс практических многовариантных заданий по эконометрике. Задания сопровождаются методическими комментариями и рекомендациями по решению средствами табличного редактора Microsoft Excel, а так же наглядными иллюстрациями и инструкциями по их выполнению.

Учебно-методическое пособие подготовлено для проведения практических занятий по курсу "Эконометрика". Может быть использовано студентами экономических специальностей, аспирантами, преподавателями и сотрудниками экономических служб организаций.

УДК 330.4(075)
ББК 65в631я73

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Компьютерное моделирование экономических процессов становится не объемлемым элементом подготовки современного экономиста. Данное учебное пособие ориентировано на формирование у студентов навыков практического выполнения достаточно сложного комплекса расчетов по эконометрике и проведению с ними вычислительных экспериментов.

В учебно-методическом пособии рассмотрены вопросы построения экономико-математических моделей основных типов задач эконометрики и способы их решения средствами табличного редактора Microsoft Excel.

В пособие включены задания по всем темам, предусмотренных рабочей программой курса «Эконометрика». Задания по каждой теме содержат справочную информацию по расчетным формулам и методам, используемым при выполнении заданий. Чтобы облегчить понимание и ускорить овладение учебным материалом, в начале каждой темы приведено подробное решение типового задания с соответствующим выводом результатов. Навыки, полученные при решении типового задания, закрепляются в процессе самостоятельной работы над выполнением контрольного задания.

Задания практикума могут выполняться как с использованием Excel, так и любого статистического или эконометрического пакета (STATISTICA, SPSS, STATS, STATGRAPHICS). Однако автор предусмотрел выполнение компьютерных типовых задач в среде табличного процессора Excel, как наиболее известной и доступной.

1. СИСТЕМА ЭКОНОМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

1.1. Методические рекомендации

Сложные экономические процессы описывают с помощью системы взаимосвязанных (одновременных) уравнений.

Различают несколько видов систем уравнений:

1) система независимых уравнений – когда каждая зависимая переменная y рассматривается как функция одного и того же набора факторов x

$$\begin{cases} y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \ldots + a_{1m} \cdot x_m + \varepsilon_1 \\ y_2 = a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \cdots + a_{2m} \cdot x_m + \varepsilon_2 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + \ldots + a_{nm} \cdot x_n + \varepsilon_n \end{cases} \qquad (1)$$

Для решения этой системы и нахождения ее параметров используется метод наименьших квадратов;

2) система рекурсивных уравнений – когда зависимая переменная y одного уравнения выступает в виде фактора x в другом уравнении:

$$\begin{cases} y_1 = a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + \cdots + a_{1m} \cdot x_m + \varepsilon_1; \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + \cdots + a_{2m} \cdot x_m + \varepsilon_2; \\ y_3 = b_{31} \cdot y_1 + b_{32} \cdot y_2 + a_{31} \cdot x_1 + a_{32} \cdot x_2 + \cdots + a_{3m} \cdot x_m + \varepsilon_3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = b_{n1} \cdot y_1 + b_{n2} \cdot y_2 + \cdots + b_{nn-1} \cdot y_{n-1} + a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + .. \\ \qquad + a_{nm} \cdot x_m + \varepsilon_n \end{cases} \qquad (2)$$

Для решения этой системы и нахождения ее параметров используется метод наименьших квадратов;

3) система взаимосвязанных (совместных) уравнений – когда одни и те же зависимые переменные в одних уравнениях входят в левую часть, а в других – в правую:

$$\begin{cases} y_1 = b_{12} \cdot y_2 + b_{13} \cdot y_3 + \cdots + b_{1n} \cdot y_n + a_{11} \cdot x_1 + a_{12} \cdot x_2 + .. \\ \qquad + a_{1m} \cdot x_m + \varepsilon_1; \\ y_3 = b_{21} \cdot y_1 + b_{23} \cdot y_3 + .. + b_{2n} \cdot y_n + a_{21} \cdot x_1 + a_{22} \cdot x_2 + .. + a_{2m} \cdot x_m + \varepsilon_2; \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ y_n = b_{n1} \cdot y_1 + b_{n2} \cdot y_2 + \cdots + b_{nn-1} \cdot y_{n-1} + a_{n1} \cdot x_1 + a_{n2} \cdot x_2 + .. \\ \qquad + a_{nm} \cdot x_m + \varepsilon_n \end{cases} \qquad (3)$$

Такая система уравнений называется структурной формой модели.

Эндогенные переменные – взаимосвязанные переменные, которые определяются внутри модели (системы) y.

Экзогенные переменные – независимые переменные, которые определяются вне системы x.

Предопределенные переменные – экзогенные и лаговые (за предыдущие моменты времени) эндогенные переменные системы.

Коэффициенты a и b при переменных – структурные коэффициенты модели.

Система линейных функций эндогенных переменных от всех предопределенных переменных системы– приведенная форма модели:

$$\begin{cases} \hat{y}_1 = \delta_{11} \cdot x_1 + \delta_{12} \cdot x_2 + .. + \delta_{1m} \cdot x_m; \\ \hat{y}_2 = \delta_{21} \cdot x_1 + \delta_{22} \cdot x_2 + .. + \delta_{2m} \cdot x_m \\ \hat{y}_n = \delta_{n1} \cdot x_1 + \delta_{n2} \cdot x_2 + .. + \delta_{nm} \cdot x_m \end{cases} \qquad (4)$$

где δ – коэффициенты приведенной формы модели.

Необходимое условие идентификации – выполнение счетного правила:

D+1=H– уравнение идентифицируемо;

D+1<H– уравнение неидентифицируемо;

D+1>H– уравнение сверхидентифицируемо,

где H-число эндогенных переменных в уравнении, D- число предопределенных переменных, отсутствующих в уравнении, но присутствующих в системе.

Достаточное условие идентификации – определитель матрицы, составленной из коэффициентов при переменных, отсутствующих в исследуемом уравнении, не равен нулю, и ранг этой матрицы не менее числа эндогенных переменных системы без единицы.

Для решения идентифицируемого уравнения применяется косвенный метод наименьших квадратов, для решения сверхидентифицированных – двухшаговый метод наименьших квадратов.

Косвенный МНК состоит в следующем:

1) составляют приведенную форму модели и определяют численные значения параметров каждого уравнения обычным МНК;

2) путем алгебраических преобразований переходят от приведенной формы к уравнениям структурной формы модели, получая тем самым численные оценки структурных параметров.

Двухшаговый МНК заключается в следующем:
составляют приведенную форму модели и определяют численные значения параметров каждого ее уравнения обычным МНК;

выявляют эндогенные переменные, находящиеся в правой части структурного уравнения, параметры которого определяю двухшаговым МНК, и находят расчетные значения по соответствующим уравнениям приведенной формы модели;

обычным МНК определяют параметры структурного уравнения, используя в качестве исходных данных фактические значения предопределенных переменных и расчетные значения эндогенных переменных, состоящих в правой части данного структурного уравнения.

1.2. Решение типовых задач

Пример 1

Требуется:

1. Оценить следующую структурную модель на идентификацию:

$$\begin{cases} y_1 = b_{13} \cdot y_3 + a_{11} \cdot x_1 + a_{13} \cdot x_3; \\ y_2 = b_{21} \cdot y_1 + b_{23} \cdot y_3 + a_{22} \cdot x_2; \\ y_3 = b_{32} \cdot y_2 + a_{31} \cdot x_1 + a_{33} \cdot x_3. \end{cases}$$

2. Исходя из приведенной формы модели уравнений

$$\begin{cases} y_1 = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot x_2 + 10 \cdot x_3; \\ y_2 = 3 \cdot x_1 - 6 \cdot x_2 + 2 \cdot x_3; \\ y_3 = -5 \cdot x_1 + 8 \cdot x_2 + 5 \cdot x_3. \end{cases}$$

найти структурные коэффициенты модели.

Решение

1. Модель имеет три эндогенные (y_1, y_2, y_3) и три экзогенные (x_1, x_2, x_3) переменные.

Проверим каждое уравнение системы на необходимое (Н) и достаточное (D) условие идентификации.

1 уравнение.

Н: эндогенных переменных – 2 (y_1, y_3), отсутствующих экзогенных – 1 (x_2).

Выполняется необходимое равентсво:2=1+1,следовательно, уравнение точно идентифицируемо.

Д: в первом уравнении отсутствуют y_2 и x_2. Построим матрицу из коэффициентов при них в других уравнениях системы:

Таблица 1

Матрица коэффициентов при переменных y_2 и x_2.

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	y_2	x_2
Второе	-1	a_{22}
Третье	b_{32}	0

Det A= $-1 \cdot 0 - b_{32} \cdot a_{22} \neq 0$

Определитель матрицы не равен 0, ранг матрицы равен 2; следовательно, выполняется достаточное условие идентификации, и первое уравнение точно идентифицируемо.

2 уравнение.

Н: эндогенных переменных– 3 (y_1, y_2, y_3), отсутствующих экзогенных– 2 (x_1, x_3).

Выполняется необходимое равенство: 3=2+1– уравнение точно идентифицируемо.

Д: во втором уравнении отсутствуют x_1 и x_3. Построим матрицу из коэффициентов при них в других уравнениях системы:

Таблица 2

Матрица коэффициентов при переменных x_1 и x_3.

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	x_1	x_3
Первое	a_{11}	a_{13}
Третье	a_{31}	a_{33}

$$\text{Det } A = a_{11} \cdot a_{33} - a_{31} \cdot a_{13} \neq 0$$

Определитель матрицы не равен 0, ранг матрицы равен 2,следовательно, выполняется достаточное условие идентификации, и второе уравнение точно идентифицируемо.

3 уравнение.

Н: эндогенных переменных – 2(y_2, y_3), отсутствующих экзогенных – 2 (x_2).

Выполняется необходимое равенство: 2=1+1– уравнение точно идентифицируемо.

Д: в третьем уравнении отсутствуют y_1 и x_2. Построим матрицу из коэффициентов при них в других уравнениях системы

Таблица 3

Матрица коэффициентов при переменных y_1 и x_2 .

Уравнение	Отсутствующие переменные	
	y_1	x_2
Второе	B_{21}	a_{22}
Первое	-1	0

$$\text{Det } A = -1 \cdot a_{22} - b_{21} \cdot 0 \neq 0$$

Определитель матрицы не равен 0, ранг матрицы равен 2,следовательно, выполняется достаточное условие идентификации, и третье уравнение точно идентифицируемо.

2. Вычислим структурные коэффициенты модели:

1) из третье уравнения приведенной формы выразим x_2 (так как его нет в первом уравнении структурной формы):

$$x_2 = \frac{y_3 + 5x_1 - 5x_3}{8}$$

Данное выражение содержит переменные y_3, x_1 и x_3, которые нужны для первого уравнения структурной формы модели (СФМ). Подставим полученное выражение x_2, в первое уравнение приведенной формы модели (ПФМ):

$$y_1 = 2 \cdot x_1 + 4 \cdot \frac{y_3 \cdot 5 \cdot x_1 - 5x_3}{8} + 10 \cdot x_3 \Rightarrow$$

$y_1=0{,}5{\cdot}y_3+4{,}5{\cdot}x_1+7{,}5{\cdot}x_3$– первое уравнение СФМ;

2) во втором уравнении СФМ нет переменных x_1 и x_3. Структурные параметры второго уравнения СФМ можно будет определить в два этапа:

Первый этап: выразим x_1 в данном случае из первого или третьего уравнения ПФМ. Например, из первого:

$$x_1 = \frac{y_1 - 4 \cdot x_2 - 10 \cdot x_3}{2} = 0{,}5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot x_3$$

Подстановка данного выражения во второе уравнение ПФМ не решило бы задачу до конца, так как в выражении присутствует x_3, которого нет в СФМ.

Выразим x_3 из третьего уравнения ПФМ:

$$x_3 = \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2}{5}$$

Подставим его в выражение x_1:

$$x_1 = 0{,}5 \cdot y_1 - 2 \cdot x_2 - 5 \cdot \frac{y_3 + 5 \cdot x_1 - 8 \cdot x_2}{5} = 0{,}5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2 - 5 \cdot x_1$$

$$x_1 = \frac{0.5 \cdot y_1 - y_3 + 6 \cdot x_2}{6}$$

Второй этап: аналогично, чтобы выразить x_3 через искомые y_1, y_3 и x_2,заменим в выражении x_3 значение x_1 на полученное из первого уравнения ПФМ:

$$x_3=\frac{y_3+5\cdot(0{,}5\cdot y_1-2\cdot x_2-5\cdot x_3)-8\cdot x_2}{5}=$$
$$=0{,}2\cdot y_3+0{,}5\cdot y_1-3{,}6\cdot x_2-5\cdot x_3$$

Следовательно,

$$x_3=0{,}033\cdot y_3+0{,}083\cdot y_1-0{,}6\cdot x_2.$$

Подставим полученные x_1 и x_3 во второе уравнение ПФМ:

$$y_2=3\cdot\frac{0{,}5\cdot y_1-y_3+6\cdot x_2}{6}-6x_2+2\cdot(0{,}033y_3+0{,}083y_1-0{,}6x_2)\Rightarrow$$

$y_2=0{,}416\cdot y_1-0{,}434\cdot y_3-4{,}2\cdot x_2$– второе уравнение СФМ

Это уравнение можно получить другим путем.

Суммируя все уравнения, получим

$$y_1=2\cdot x_1+4\cdot x_2+10\cdot x_3$$
$$y_2=3\cdot x_1-6\cdot x_2+2\cdot x_3$$
$$\underline{y_3=-5\cdot x_1+8\cdot x_2+5\cdot x_3}$$
$$y_1+y_2+y_3=6\cdot x_2+17\cdot x_3$$

Далее из первого и второго уравнений ПФМ исключим x_1, домножив первое уравнение на 3, а второе на (-2) и просуммировав их:

$$3\cdot y_1=6\cdot x_1+12\cdot x_2+30\cdot x_3$$
$$-\underline{2\cdot y_2=-6\cdot x_1+12\cdot x_2-4\cdot x_3}$$
$$3\cdot y_1-2\cdot y_2=24\cdot x_2+26\cdot x_3$$

Затем аналогичным путем из полученных уравнений исключим x_3, а именно:

$$\begin{cases} y_1+y_2+y_3=6x_2+17x_3 \mid -26 \\ 3y_1-2y_2=24x_2+26x_3 \mid \ 17 \end{cases}$$

$$-26y_1-26y_2-26y_3=-156x_2-442x_3$$

$$\underline{51y_1-34y_2=408x_2+442x_3}$$

$$25y_1-60y_2-26y_3=252x_2$$

$$\Rightarrow 60y_2=25y_1-26y_3-252x_2$$

$$\Rightarrow y_2=0{,}416y_1-0{,}433y_3-4{,}2x_2$$

3) из второго уравнения ПФМ выразим x_2, так как его нет в третьем уравнении СФМ:

$$x_2=\frac{-y_2+3x_1+2x_3}{6}=-0{,}167y_2+0{,}5x_1+0{,}333x_3$$

Подставим полученное выражение в третье уравнение ПФМ:

$$y_3=-5x_1+8(-0{,}167y_2+0.5x_1+0{,}333x_3)+5x_3$$

$y_3=-1{,}336y_2-x_1+7{,}664x_3$ – третье уравнение СФМ.

Таким образом, СФМ примет вид:

$$\begin{cases} y_1=0{,}5y_3+4{,}5x_1+7{,}5x_3 \\ y_2=0{,}416y_1-0{,}434y_3-4{,}2x_2 \\ y_3=-1{,}336y_2-x_1+7{,}664x_3 \end{cases}$$

Пример 2

Изучается модель вида

$$\begin{cases} y=a_1+b_1(C+D)+\varepsilon_1 \\ C=a_2+b_2\cdot y+b_3\cdot y_{-1}+\varepsilon_2 \end{cases}$$

где y – валовой национальный доход;

y_{-1} – валовой национальный доход предшествующего года;

C – личное потребление;

D – конечный спрос (помимо личного потребления)

ε_1 и ε_2 – случайные составляющие.

Информация за девять лет о приростах всех показателей дана в табл. 4

Таблица 4

Информация за девять лет о приростах всех показателей

год	D	y_{-1}	y	C	Год	D	y_{-1}	y	C
1	-6,8	46,7	3,1	7,4	6	44,7	17,8	37,2	8,6
2	22,4	3,1	22,8	30,4	7	23,1	37,2	35,7	30,0
3	-17,3	22,8	7,8	1,3	8	51,2	35,7	46,6	31,4
4	12,0	7,8	21,4	8,7	9	32,3	46,6	56,0	39,1
5	5,9	21,4	17,8	25,8	Σ	167,5	239,1	248,4	182,7

Для данной модели была получена система приведенных уравнений:

$$\begin{cases} y = 8{,}219 + 0{,}6688 \cdot D + 0{,}2610 \cdot y_{-1} \\ C = 8{,}636 + 0{,}3384 \cdot D + 0{,}2020 \cdot y_{-1} \end{cases}$$

Требуется:

1. Провести идентификацию модели.

2. Рассчитать параметры первого уравнения структурной модели.

Решение

1. В данной модели две эндогенные переменные (*y* и *C*) и две экзогенные (*D* и y_{-1}). Второе уравнение точно идентифицировано, т.к. содержит две эндогенные переменные и не содержит одну экзогенную переменную системы. Иными словами, для второго уравнения имеем по счетному правилу идентификации равенство: 2=1+1.

Первое уравнение сверхидентифицировано, т.к. в нем на параметры при C и D наложено ограничение: они должны быть равны. В этом уравнении содержится одна эндогенная переменная y. Переменная C в данном уравнении не рассматривается как эндогенная, т.к. она участвует в уравнении не самостоятельно, а вместе с переменной D. В данном уравнении отсутствует одна экзогенная переменная, имеющаяся в системе. По счетному правилу идентификации получаем: 1+1=2; D+1>H. Это больше, чем число эндогенных переменных в данном уравнении, следовательно, система сверхидентифицирована.

2. Для определения параметров сверхидентифицированной модели используется двухшаговый метод наименьших квадратов.

Шаг 1. На основе системы приведенных уравнений по точно идентифицированному второму уравнению определим теоретические значения эндогенной переменной C. Для этого в приведенное уравнение

$$C=8{,}636+0{,}3384\cdot D+0{,}2020\cdot y_{-1}$$

подставим значения D и y_{-1}, имеющиеся в условии задачи.

Получим: $\hat{C}_1=15{,}8$; $\hat{C}_2=16{,}8$; $\hat{C}_3=7{,}4$; $\hat{C}_4=14{,}3$; $\hat{C}_5=15{,}0$; $\hat{C}_6=27{,}4$; $\hat{C}_7=24{,}0$; $\hat{C}_8=33{,}2$; $\hat{C}_9=29{,}0$

Шаг 2. По сверхидентифицированному уравнению структурной формы модели заменяем фактические значения C на теоретические $\hat{C}$ и рассчитываем новую переменную $\hat{C}$+D (табл. 5)

Таблица 5

Расчет переменной $\hat{C}$+D.

Год	D	$\hat{C}$	$\hat{C}$+D	Год	D	$\hat{C}$	$\hat{C}$+D
1	-6,8	15,8	9,0	6	44,7	27,4	72,1
2	22,4	16,8	39,2	7	23,1	24,0	47,1
3	-17,3	7,4	-9,9	8	51,2	33,2	84,4
4	12,0	14,3	26,3	9	32,3	29,0	61,3
5	5,9	15,0	20,9	10	167,5	182,9	350,4

Далее к сверзидентифицированному уравнению применяется метод наименьших квадратов. Обозначим новую переменную $\hat{C}$+D через Z

$$y=a_1+b_1+Z.$$

Система нормальных уравнений составит:

$$\begin{cases} \sum y = n\cdot a_1 + b_1\cdot\sum z \\ \sum y\cdot Z = a_1\cdot\sum z + b_1\cdot\sum z^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 248.4 = 9\cdot a_1 + 350.4\cdot b_1 \\ 13508.71 = 350.4\cdot a_1 + 21142.02\cdot b_1 \end{cases}$$

$a_1=7.768;\ b_1=0.512$

Итак, первое уравнение структурной модели будет таким:

$$y=7,678+0,512\cdot(C+D).$$

Пример 3

Имеются данные за 2000-2004 гг. (табл. 6)

Таблица 6

Исходные данные задачи

Год	Годовое потребление свинины на душу населения, фунтов, y_1	Оптовая цена за фунт, долл, y_2	Доход на душу населения, долл, x_1	Расходы по обработке мяса,% к цене, x_2
2000	60	5,0	1300	60
2001	62	4,0	1300	56
2002	65	4,2	1500	56
2003	62	5,0	1600	63
2004	66	3,8	1800	50

Требуется:

Построить модель вида

$$\begin{cases} y_1 = f(y_2, x_1) \\ y_2 = f(y_1, x_2) \end{cases}$$

рассчитав соответствующие структурные коэффициенты.

Решение

Система одновременных уравнений с двумя эндогенными и двумя экзогенными переменными имеет вид

$$\begin{cases} y_1 = b_{12}y_2 + a_{11}x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = b_{21}y_1 + a_{22}x_2 + \varepsilon_2 \end{cases}$$

В каждом уравнении две эндогенные и одна отсутствующая экзогенная переменная из имеющихся в системе. Для каждого уравнения данной системы действует счетное правило 2=1+1. Это означает, что каждое уравнение и система в целом идентифицированы.

Для определения параметров такой системы применяется косвенный метод наименьших квадратов.

С этой целью структурная форма модели преобразуется в приведенную форму:

$$\begin{cases} y_1 = \delta_{11}x_1 + \delta_{12}x_2 \\ y_2 = \delta_{21}x_1 + \delta_{22}x_2 \end{cases}$$

в которой коэффициенты при x определяются методом наименьших квадратов.

Для нахождения значений 11 и 12 запишем систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum y_1x_1 = \delta_{11}\cdot\sum x_1^2 + \delta_{12}\cdot\sum x_1x_2 \\ \sum y_1x_2 = \delta_{12}\cdot\sum x_2^2 + \delta_{11}\cdot\sum x_1x_2 \end{cases}$$

При ее решении предполагается что *x* и *y* выражены через отклонения от средних уровней, т. е. матрица исходных данных представим на рис. 1.

	Y_1	Y_2	X_1	X_2
	-3	0.6	-200	3
	-1	-0.4	-200	-1
	2	-0.2	0	-1
	-1	0.6	100	6
	3	-0.6	300	-7
∑	0	0	0	0

Рис. 1. Матрица исходных данных.

Применительно к ней необходимые суммы оказываются следующими:

$\sum y_1x_1$=1600; $\sum y_1x_2$=-37; $\sum x_1^2$=180000; $\sum x_1x_2$=-1900; $\sum x_2^2$=96.

Система нормальных уравнений составит:

$$\begin{cases} 1600 = 180000\cdot\delta_{11} - 1900\cdot\delta_{12}, \\ -37 = -1900\cdot\delta_{11} + 96\cdot\delta_{12}. \end{cases}$$

Решая ее, получим:

$$\delta_{11}=0.00609;\ \delta_{12}=-0.26481.$$

Итак, имеем $y_1=0,00609x_1-0,26481x_2$

Аналогично строим систему нормальных уравнений для определения коэффициентов δ_{21} и δ_{22}:

$$\begin{cases}\sum y_2x_1=\delta_{21}\cdot\sum x_1^2+\delta_{22}\cdot\sum x_1x_2\\ \sum y_2x_2=\delta_{22}\cdot\sum x_2^2+\delta_{21}\cdot\sum x_1x_2\end{cases}$$

$$\sum y_2x_1=-160;\ \sum y_2x_2=10,2.$$

$$\begin{cases}1600=180000\cdot\delta_{21}-1900\cdot\delta_{22},\\ 10.2=-1900\cdot\delta_{21}+96\cdot\delta_{22}.\end{cases}$$

Следовательно,

$$\delta_{21}=0,00029;\ \delta_{22}=0,11207,$$

тогда второе уравнение примет вид

$$y_2=0,00029\cdot x_1+0,11207\cdot x_2.$$

Приведенная форма модели имеет вид

$$\begin{cases}y_1=0.00609x_1-0.26481x_2\\ y_2=0.00029x_1+0.11207x_2\end{cases}$$

Из приведенной формы модели определяем коэффициенты структурной модели:

$$\begin{cases}y_1=0,00609x_1-0,26481x_2\\ x_2=\dfrac{y_2-0.00029x_1}{0.11207}\end{cases}$$

$$y_1=0,00609x_1-0,26481\frac{y_2-0,00029x_1}{0,11207}=-2,36290y_2+0,00678x_1$$

$$\begin{cases}y_2=0,00029x_1+0,11207x_2\\ x_1=\dfrac{y_1+0,26481x_2}{0,00609}\end{cases}$$

$$y_2 = 0{,}00029\frac{y_1 + 0{,}26481x_2}{0{,}00609} + 0{,}11207x_2 = 0{,}04762y_1 + 0{,}12468x_2$$

Итак, структурная форма модели имеет вид

$$\begin{cases} y_1 = -2.36290y_2 + 0.00678x_1 + \varepsilon_1 \\ y_2 = 0.04762y_1 + 0.12468x_2 + \varepsilon_2. \end{cases}$$

Пример 4

Рассматривается следующая модель:

$C_t=a_1+b_{11}\cdot Y_t+b_{12}\cdot C_{t-1}+U_1$ (Функция потребления);

$I_t=a_2+b_{21}\cdot r_1+b_{22}\cdot I_{t-1}+U_2$ (Функция инвестиций);

$r_t=a_3+b_{31}\cdot Y_t+b_{32}\cdot M_t+U_3$ (Функция денежного рынка);

$Y_t=C_t+I_t+G_t$ (тождество дохода),

где C_t – расходы на потребление в период t

Y_t – совокупный доход в период t;

I_t – инвестиции в период t;

r_t – процентная ставка в период t;

M_t – денежная масса в период t;

G_t – государственные расходы в период t;

C_{t-1} – расходы на потребление в период t-1;

I_{t-1} – расходы на потребление в период t-1;

U_1, U_2, U_3 – случайные ошибки.

Требуется:

1. В предположении, что имеются временные ряды данных по всем переменным модели, предложите способ оценки ее параметров.

2. Как изменится ваш ответ на вопрос п.1,если из модели исключить тождество дохода?

Решение

1. Модель представляет собой систему одновременных уравнений. Для ответа на вопрос о способе оценки параметров модели проверим каждое ее уравнение на идентификацию

Модель включает четыре эндогенные переменные (C_t, I_t, Y_t и r_t) и четыре предопределенные переменные (две экзогенные – M_t и G_t и две лаговые эндогенные – C_{t-1} и I_{t-1} переменные)

Проверим необходимое условие идентификации для уравнений модели.

1 уравнение.

Это уравнение включает две эндогенные (C_t и Y_t) и одну предопределенную переменную (C_{t-1}). Следовательно, число предопределенных переменных, не входящих в это уравнение, плюс 1,больше числа эндогенных переменных, входящих в уравнение 3+1>2. Уравнение сверхидентифицировано.

2 уравнение.

Уравнение включает две эндогенные (I_t и r_t) и не включает три предопределенные переменные. Как и 1 уравнение, оно сверхидентифицировано.

3 Уравнение.

Уравнение тоже включает две эндогенные переменные (Y_t и rt) и не включает три предопределенные переменные. Это уравнение сверхидентифицировано.

4 Уравнение.

Уравнение представляет собой тождество, параметры которого известны. Необходимости в его идентификации нет.

Проверим для каждого из уравнений достаточное условие идентификации. Для этого составим матрицу коэффициентов при переменных модели:

Таблица 7

Матрица коэффициентов при переменных модели

	C_t	Y_t	C_{t-1}	I_t	r_t	I_{t-1}	M_t	G_t
Уравнение 1	*-1*	b_{11}	b_{12}	*0*	*0*	*0*	*0*	*0*
Уравнение 2	*0*	*0*	*0*	*-1*	b_{21}	b_{22}	*0*	*0*
Уравнение 3	*0*	b_{31}	*0*	*0*	*-1*	*0*	b_{32}	*0*
Уравнение 4	*1*	*-1*	*0*	*1*	*0*	*0*	*0*	*1*

В соответствии с достаточным условием идентификации определитель матрицы коэффициентов при переменных, не входящих в исследуемое уравнение, не должен быть равен нулю, а ранг матрицы должен быть равен числу эндогенных переменных модели минус 1, т.е. 4-1=3.

1 Уравнение.

Матрица коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение, имеет вид

$$A=\begin{pmatrix} -1 & b_{21} & b_{22} & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & b_{32} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ее ранг равен 3,т.к. определитель квадратной подматрицы 3х3 этой матрицы не равен нулю:

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} -1 & b_{21} & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

Достаточное условие для идентификации выполняется.

2 Уравнение.

Выпишем матрицу коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение:

$$A=\begin{pmatrix} -1 & b_{11} & b_{12} & 0 & 0 \\ 0 & b_{31} & 0 & b_{32} & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ее ранг равен 3,т.к. определитель квадратной подматрицы 3х3 этой матрицы не равен нулю:

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & b_{32} & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

Достаточное условие для идентификации выполняется

3 Уравнение.

Выпишем матрицу коэффициентов при переменных, не входящих в уравнение:

$$A=\begin{pmatrix} -1 & b_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & b_{22} & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Ее ранг равен 3, т.к. определитель квадратной подматрицы 3х3 этой матрицы не равен нулю:

$$\text{Det } A^* = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} \neq 0$$

Достаточное условие для идентификации выполняется

Таким образом, все уравнения модели сверхидентифицированы. Для оценки параметров каждого из уравнений будем применять двухшаговый МНК.

Шаг 1. Запишем приведенную форму модели в общем виде:

$$C_t = A_1 + A_2 \cdot C_{t-1} + A_3 \cdot I_{t-1} + A_4 \cdot M_t + A_5 \cdot G_t + V_1;$$

$$I_t = B_1 + B_2 \cdot C_{t-1} + B_3 \cdot I_{t-1} + B_4 \cdot M_t + B_5 \cdot G_t + V_2;$$

$$Y_t = D_1 + D_2 \cdot C_{t-1} + D_3 \cdot I_{t-1} + D_4 \cdot M_t + D_5 \cdot G_t + V_3;$$

$$r_t = E_1 + E_2 \cdot C_{t-1} + E_3 \cdot I_{t-1} + E_4 \cdot M_t + E_5 \cdot G_t + V_4.$$

где V_1, V_2, V_3, V_4– случайные ошибки

Определим параметры каждого из приведенных выше уравнений в отдельности обычным МНК. Затем найдем расчетные значения эндогенных переменных $\hat{Y}_t$ и $\acute{r}_t$, используемых в правой части структурной модели, подставляя в каждое уравнение приведенной формы соответствующее значение предопределенных переменных.

Шаг 2. В исходных структурных уравнениях заменим эндогенные переменные, выступающие в качестве факторных признаков, их расчетными значениями:

$$C_t = a_1 + b_{11} \cdot \hat{Y}_t + b_{12} \cdot C_{t-1} + U'_1, \text{ где } U'_1 = U_1 + b_{11} \cdot V_1;$$

$$I_t = a_2 + b_{21} \cdot \acute{r}_t + b_{22} \cdot I_{t-1} + U'_2, \text{ где } U'_2 = U_2 + b_{21} \cdot V_2;$$

$$r_t = a_3 + b_{31} \cdot Y_t + b_{32} \cdot M_t + U'_3, \text{ где } U'_3 = U_3 + b_{31} \cdot V_3.$$

Применяя к каждому из полученных уравнений в отдельности МНК, определим структурные параметры a_1, b_{11}, b_{12}, a_2, b_{21}, b_{22}, a_3, b_{31} и b_{32}.

2. Если из модели исключить тождество дохода, число предопределенных переменных модели уменьшится на 1 (из модели будет исключена переменная G_t). Число эндогенных переменных модели также снизится на единицу – переменная Y_t станет экзогенной. В правых частях функций потребления и денежного рынка будут находиться только предопределенные переменные. Функция инвестиций постулирует зависимость эндогенной переменной I_t от эндогенной переменной r_t (которая зависит только от предопределенных переменных) и предопределенной переменной I_{t-1}. Т.о., мы получим рекурсивную систему. Ее параметры можно оценивать обычным МНК, и нет необходимости исследования системы уравнений на их идентификацию.

1.3. Контрольные задания

Задание к задачам 1 – 19.

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицировано ли каждое из уравнений модели.

2. Определите метод оценки параметров модели.

3. Запишите приведенную форму модели.

Задача 1

Модель денежного рынка:

$R_t = a_1+b_{11}\cdot M_t+b_{12}Y_t+e_1,$

$Y_t = a_1+b_{21}R_t+b_{22}I_t+e_2$

где R – процентная ставка;

У – ВВП

М – денежная масса;

I – внутренние инвестиции;

t – текущий период.

Задача 2

Модель Менгеса:

$Y_t = a_1+b_{11}Y_{t-1}+b_{12}I_t+e_1$

$I_t = a_2 + b_{21}Y_t\, b_{22}Q_t+ e_2$

$C_t = a_3+b_{31}Y+b_{32}C_{t-1}+b_{33}P_t+e_3$

$Q_t = a_4+b_{41}Q_{t-1}+b_{42}R_1+e_4$

где Y – национальный доход;

C – расходы на личное потребление;

I – чистые инвестиции;

Q – валовая прибыль экономики;

P – индекс стоимости жизни;

R – объем продукции промышленности;

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 3

Одна из версий модифицированной модели Кейнса имеет вид:

$C_t = a_1+b_{11}Y_t+b_{12}Y_{t-1}+e_1$

$I_t = a_2 + b_{21}Y_t\, b_{22}Y_{t-1}+ e_2$

$Y_t = C_t + I_t + G_t$

где C – расходы на потребление;

Y – доход;

I – инвестиции;

G – государственные расходы;

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 4

Модель мультипликатора-акселератора:

$C_t = a_1+b_{11}R_t+b_{12}C_{t-1}+e_1,$

$I_t = a_2 + b21(R_t – R_{t-1})+ e_2$

$R_t = C_t+ I_t$

$R_t =C_t+I_t,$

где C – расходы на потребление;

R – доход;

I – инвестиции;

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 5

Конъюнктурная модель имеет вид:

$C_t = a_1+b_{11}Y_t+b_{12}C_{t-1}+e_1$

$I_t = a_2 + b_{21}r_t\ b_{22}I_{t-1}+ e_2$

$r_t = a_3+b_{31}Y_t+b_{32}I_{t-1}+ e_3$

$\mathrm{Y_t = C_t+I_t+G_t}$,

где C – расходы на потребление;

Y – ВВП;

I – инвестиции;

r – процентная ставка;

M – денежная масса;

G – государственные расходы

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 6

Модель протекционизма Сальватора (упрощенная версия):

$M_t = a_1+b_{12}N_t+b_{13}S_t+b_{14}E_{t-1}+b_{15}M_{t-1}+ e_1$

$N_t = a_2+b_{21}M_t+b_{23}S_t+b_{26}Y_t+ e_2$

$S_t = a_3+b_{31}M_t+b_{32}N_t+b_{37}X_t+ e_3$

где M – доля импорта в ВВП;

N – общее число прошений от освобождения от таможенных пошлин;

S – число удовлетворенных прошений об освобождении от таможенных пошлин;

E – фиктивная переменная, равная 1 для тех лет, в которые курс доллара на международных валютных рынках был искусственно завешен, и 0 – для всех остальных лет;

Y – реальный ВВП;

X – реальный объем чистого экспорта;

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 7

Макроэкономическая модель (упрощенная версия модели Клейна):

$$C_t = a_1+b_{12}Y_t+b_{13}T_t+e_1$$

$$I_t = a_2+b_{21}Y_t+b_{24}K_{t-1}+e_2$$

$$Y_t = C_t + I_t$$

где C – потребление;

I – инвестиции;

Y – доход;

T – налоги;

K – запас капитала;

t – текущий период

t-1 – предыдущий период.

Задача 8

Макроэкономическая модель экономики США (одна из версий):

$C_t = a_1+b_{12}Y_t+b_{12}C_{t-1}+e_{1t}$ (функция потребления)

$I_t = a_2+b_{21}Y_t+b_{23}r_t+e_{2t}$ (функция инвестиций)

$r_t = a_3+b_{31}Y_t+b_{34}M_t+b_{35}r_{t-1}+e_{3t}$ (функция денежного рынка)

$Y_t = C_t + I_t + G_t$ (тождество дохода)

где C – потребление;

I – инвестиции;

Y – ВВП;

r – процентная ставка;

M – денежная масса;

G – государственных расходы;

t – текущий период

t-1 – предыдущий период.

Задача 9

Модель Кейнса (одна из версий):

$C_t = a_1+b_{11}Y_t+b_{12}Y_{t-1}+e_{1t}$ (функция потребления);

$I_t = a_2+b_{21}Y_t+e_{2t}$ (функция инвестиций);

$Y_t = C_t + I_t$ (тождество дохода)

где С – потребление;

I – инвестиции;

Y – ВВП;

G – государственных расходы;

t – текущий период

t-1 – предыдущий период.

Задача 10

Модель денежного и товарного рынков:

$R_t = a_1+b_{12}Y_t+b_{14}M_{t-1}+e_1$ (функция денежного рынка)

$Y_t = a_2+b_{21}Y_t+b_{23}I_t+ b_{25}G_t+e_2$ (функция товарного рынка)

$I_t = a_3+b_{31}R_t+ e_3$ (функция инвестиций)

R – процентная ставка;

Y – реальный ВВП;

M – денежная масса;

I – внутренние инвестиции;

G – государственные расходы;

Задача 11

Для прогнозирования спроса на свою продукцию предприятие использует следующую модель, характеризующую общую экономическую ситуацию в регионе:

$Q_t = a_1+b_{11}Y_t+ e_{1t}$

$C_t = a_2+b_{21}Y_t+ e_{2t}$

$I_t = a_3+b_{32}(Y_{t-1} - K_{t-1})+ e_{3t}$

$Y_t = C_t + I_t$

где Q – реализованная продукция в период r;

I – инвестиции;

Y – ВВП региона;

C – конечное потребление;

K – запас капитала;

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 12

Модифицированная модель Кейнса:

$C_t = a_1+b_{11}Y_t+ e_1$

$I_t = a_2+b_{21}Y_t+b_{22}Y_{t-1}+e_2$

$Y_t = C_t + I_t + G_t$

где C – расходы на потребление;

Y – доход;

I – инвестиции;

G – государственные расходы

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 13

Макроэкономическая модель:

$C_t = a_1+b_{12}D_t+ e_{1t}$

$I_t = a_2+b_{22}Y_t+b_{23}Y_{t-1}+e_{2t}$

$Y_t = D_t + T_t$

$D_t= C_t + I_t + G_t$

где C – расходы на потребление;

Y – чистый национальный продукт;

D – чистый национальный доход;

I – инвестиции;

T – косвенные налоги;

G – государственные расходы;

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

Задача 14

Дана следующая структурная форма модели:

$C_t = b_1+b_2S_t+ b_3P_t$

$S_t = a_1+a_2R_t+a_3R_{t-1}+a_{4t}$

$R_t = S_t + R_t$

где C_t – личное потребление в период r;

S_t – зарплата в период r;

P_t – прибыль в период r;

R_t – общий доход в период t ;

R_{t-1} – общий доход в период t-1;

t-1 – предыдущий период.

Задача 15

Предложение и спрос на рынке характеризуются следующей моделью:

$g_1 = a_1+b_1p + e_1$

$g_2 = a_2+b_2p+ e_2$

$g_1=g_2$

где g_1 – спрос на товар;

g_2 – предложение количества товара;

p – цена, по которой заключается сделки.

Задача 16

Гипотетическая модель экономики:

$C_t = a_1+b_{11}Y_t+ b_{12}J_t+e_1$

$J_t = a_2+b_{21}Y_{t-1}+ e_2$

$T_t = a_3+b_{31}Y_t+ e_3$

$Y_t= C_t + J_t + G_t$

где C – совокупное потребление в период r;

Y – совокупный доход в период r;

J – инвестиции в период r;

T – налоги в период r;

G – государственные доходы в период t.

Задача 17

Модель спроса и предложения кейнсианского типа:

$Q_t^S = a_1+a_2P_t+ a_3P_{t-1}+e_1$ (предложение)

$Q_t^d = b_1+b_2P_t+b_3Y_t + e_2$ (спрос)

$Q_t^S= Q_t^d$ (тождевство)

где Q_t^S – спрос на товар в момент времени r;

Q_t^d – предложение товара в момент времени r;

P_t – цена товара в момент времени r;

Y_t – доход в момент времени r;

P_{t-1} – цена товара в предыдущий в период.

Задача 18

Модель спроса и предложения на деньги:

$R_t = a_1+b_{11}M_t+b_{12}Y_{t-}+e_1$

$Y_t = a_2+b_{21}R_t +e_2$

где R – процентные ставки в период r;

Y-ВВП в период r;

M – денежная масса в период r.

Задача 19

Модель денежного рынка:

$R_t = a_1+b_{11}M_t+b_{12}Y_{t-}+e_1$

$Y_t = a_2+b_{21}R_t + b_{22}I_t +e_2$

$I_t = a_3+b_{33}R_t + e_2$

где R – процентные ставки;

Y-ВВПr;

M – денежная масса;

I – внутренние инвестиции.

Задача 20

$S_{t} = a_1+b_{11}D_t+b_{12}M_t + b_{13}U_t + e_1$

$C_t = a_2+b_{21}D_t+b_{22}S_t+ b_{13}U_{t-1} +e_2$

$D_t = a_3+b_{31}S_t+b_{32}C_{t-1}+b_{33}I_t+e_3$

где S_t – заработная плата в период r;

D_t – чистый национальный доход в период r;

M_t – денежная масса в период r;

C_t – расходы на потребление в период r;

C_{t-1} – расходы на потребление период r-1;

U_t – уровень безработицы в период r;

U_{t-1} – уровень безработицы в предыдущий период;;

I_t – инвестиции в период r.

Задание

1. Каким методом вы будете оценивать структурные параметры этой модели?

2. Выпишите приведенную форму модели.

3. Кратко охарактеризуйте методику расчета параметров первого и второго структурного уравнения модели.

Задача 21

Ниже приводятся результаты расчета параметров некоторой эконометрической модели.

Структурная форма модели:

$Y_{1} = -4+???Y_2 – 9,4X_2 +e_1$

$Y_{2} = 12,83 - 2,67Y_1 +???X_1 +e_2$

$Y_{3} = 1,36-1,76Y_1 +0,828Y_2 +e_3$

Приведенная форма модели:

$Y_{1} = 2+4X_1 – 3X_2 +v_1$

$Y_{2} = 7,5+5X_1 +8X_2 +v_2$

$Y_{3} = 4+???X_1 +???X_2 +v_3$

Задание

1. Какими методами получены параметры структурной и приведенной форм модели? Обоснуйте возможность применения косвенного МНК для расчета структурных параметров модели.

2. Восстановите пропущенные характеристики.

Задача 22

Для изучения связи между уровнем инфляции и доходностью обыкновенных акций используется следующая система уравнений регрессии:

$Rb_t = a_1+b_{11}Rs_t+b_{12}Rb_{t-1} + b_{13}L_t + b_{14}Y_t+ b_{15}N_t+ b_{16}I_t + e_{1t}$

$Rs_t = a_2+b_{21}Rb_t+b_{22}Rb_{t-1} + b_{23}L_t + b_{24}Y_t+ b_{25}N_t+ b_{26}E_t + e_{2t}$

где Rb – доходность облигаций;

Rs – доходность обыкновенных акций;

L – доход в денежной форме на душу населения;

Y – доход от всех источников на душу населения;

N – переменная, характеризующая новые выпуски ценных бумаг за период;

E – ожидаемая доходность акций на конец периода;

I – ожидаемый уровень инфляции;

t – текущий период;

t-1 – предыдущий период.

В этой модели переменные Rb и Rs являются эндогенными.

Задание

1. Определите, является ли данная модель системой одновременных уравнений.

2. Выпишите приведенную форму модели.

3. Каким методом вы будете оценивать структурные параметры этой модели? Обоснуйте ответ.

Задача 23

Имеется следующая модель кейнсианского типа:

$C_t = a_1+b_{11}Y_t+b_{12}T_t + e_1$ (функция потребления);

$I_t = a_2+b_{21}Y_{t-1}+e_2$ (функция инвестиций);

$T_t = a_3 + b_{31} Y_t + e_3$ (функция налогов);

$Y_t = C_t + I_t + T_t$ (тождество дохода),

где C – совокупное потребление в период t;

У – совокупный доход в период t;

I – инвестиции в период времени r;

T – налоги в период времени r;

G – государственные расходы в период времени г;

$Y_{t\text{-}}1$ – совокупный доход в период t-1.

В этой модели переменные C, I, T и У являются эндогенными.

Задание

1. Применив необходимое и достаточное условие идентификации, определите, идентифицировано ли каждое из уравнений модели. Укажите, каким методом вы будете оценивать структурные параметры каждого уравнения (методику оценки параметров излагать не надо).

2. Напишите приведенную форму модели.

3. Пусть в правую часть функции инвестиций введена дополнительная экзогенная переменная rt (процентные ставки). Как это изменение повлияет на идентификацию и методы оценки структурных параметров модели?

Задача 24

Изучается зависимость потребления (*C*) от доходов (*У*). Задание

1. Каким методом вы будете определять параметры функции потребления, если эконометрическая модель имеет следующий вид:

модель А: $C = a + bY + e$ (функция потребления);

модель Б: $C = a + bY + e$ (функция потребления);

$Y = C + I$ (тождество дохода);

модель В: $C = a + bY + e$ (функция потребления);

$Y = C + I + G$ (тождество дохода),

где I – инвестиции;

G – госрасходы.

Переменные C, Y – эндогенные.

1. Дайте развернутый ответ по каждой из моделей А-В, включающий обоснование выбранного вами метода и краткое описание методики расчетов.

2. Предположим, определив по некоторому неизменному по всем моделям массиву исходных данных параметры a и b, для каждой из предложенных моделей вы рассчитали коэффициенты детерминации (назовем их $R^2_А$, $R^2_Б$, $R^2_В$ соответственно). Какой из этих коэффициентов будет наиболее высоким? Почему?

Задача 25

Имеется модель, построенная по шести наблюдениям:

$Y_t = a_1+b_{12}Y_2+b_{12} + e_1$

$Y_2 = a_2+b_{21}Y_1 +c_{21}X_1+e_2$

$Y_3 = Y_2 +X_2$

Ей соответствует следующая приведенная форма:

$Y_1 = -1{,}25+22X_1 +0{,}67X_2 +v_1$

$Y_2 = 2\text{-}4X_1 +10X_2 +v_2$

$Y_3 = 30+12X_1 +8X_2 +v_3$

Известны также следующие исходные данные:

n	1	2	3	4	5	6
Y_1	3	2	4	1	5	3
X_1	2	3	5	6	10	8
X_2	4	7	3	6	5	5

Задание

1. Определите структурные параметры первого уравнения, если это возможно.

2. Определите структурные параметры второго уравнения, если это возможно.

Задача 26

Имеется следующая модель:

$Y_t = C_t + I_t + G_t$ (тождество дохода);

$C_t = 0{,}09 + 0{,}43YD_{t-1} + 0{,}23M_t + e_{1t}$ (функция потребления)

$I_t = 0{,}08 + 0{,}40(Y_{t-1}-Y_{t-2}) + 0{,}48Z_t + 0{,}lt + e_{2t}$ (функция инвестиций)

$G_t = 0{,}13+0{,}67G_{t-1} + e_{3t}$ (уравнение госрасходов)

где Y_t – валовой внутренний продукт в текущем году г,

C_t - расходы на личное потребление в текущем году г;

I_t - валовые внутренние инвестиции в текущем году г;

G_t – государственные расходы плюс чистые иностранные инвестиции в текущем году;

YD_{t-1} – располагаемый доход за вычетом налогов в предыдущем году;

M_t – денежная масса в текущем году;

Z_t – доход от собственности до вычета налогов в текущем году;

Y_{t-1} – валовой внутренний продукт в предыдущем году;

Y_{t-2} – валовой внутренний продукт два года назад;

G_{t-1} – государственные расходы плюс чистые иностранные инвестиции в предыдущем году;

t – фактор времени;

Y, C, I, G – эндогенные переменные.

Задание

1. Пусть известно следующее:

Переменная	YD_{t-1}	M_t
Среднее значение	2500	3000
Среднее квадратическое отклонение	500	200

1. Какая из этих переменных оказывает наиболее сильное воздействие на расходы на конечное потребление? Ответ подтвердите соответствующими расчетами (σ_{Ct} =430).

2. Дайте интерпретацию параметров функции инвестиций.

3. Параметры каждого уравнения этой модели были найдены обычным методом наименьших квадратов (ОМНК). Изложите ваше мнение относительно возможности применения ОМНК к данной модели.

Задача 27

Имеется следующая модель:

$Y_1 = a_1+b_{11}X_1 +b_{12}X_2 +c_{12}Y_2+e_1$

$Y_2 = a_2+b_{22}X_2 +b_{23}X_3 +c_{21}Y_1+e_2$

$Y_3 = a_3+b_{31}X_1 +b_{33}X_3 +c_{12}Y_2+e_3$

Приведенная форма этой модели имеет вид:

$Y_l =6+8X_1 + 10\, X_2 +4X\text{з} + v_1,$

$У_2 = 16 - 12X_1 - 70X_2 + 8X\text{з} + v_2,$

$У_3 =10 - 5X_1 - 22X_2 +5X\text{з} +v_3.$

Задание

1. Определите все возможные структурные коэффициенты на основе приведенной формы модели.

2. Обоснуйте возможность применения выбранного вами метода определения структурных коэффициентов.

Задача 28

Имеется следующая модель:

$Y_1 = a_1+b_{12}Y_2 +b_{32}Y_3 +c_{12}X_2+e_1$

$Y_2 = a_2+b_{21}Y_1 +b_{23}Y_3 +c_{21}X_1+ c_{21}X_2+e2$

$Y_3 = a_3+b_{34}Y_1 +c_{33}X_2 +c_{33}X_3+e_3$

$Y_4 = a_4+b_{42}Y_2 +b_{43}Y_3 +c_{43}X_3+e_4$

Приведенная форма этой модели имеет вид:

$Y_1 =2+3X_1 \;\; +4X_2 -3X_3 +V_1$

$Y_2 =12-6X_1 \;\; +2X_2 +4X_3 +V_2$

$Y_3 =8+5X_1 \;\; +10X_2 +3X_3 +V_3$

$Y_4 =4-3X_1+5X_2 -6X_3 +V_4$

Задание

1. Какие структурные параметры модели можно найти через приведенные коэффициенты. Ответ обоснуйте. В качестве примера найдите параметры какого-либо одного структурного уравнения.

Примечание. Для упрощения расчетов рекомендуется вести их в обыкновенных дробях.

2. Что изменится в вашем ответе на вопрос п. 1, если c_{21}=0?

Задача 29

Строится модель вида

$Y_1 = a_1+b_2Y_2 + c_1X_1+e_1$

$Y_2 = a_2+b_1Y_1 + c_2X_2 +e2$

Задание

Определите структурные коэффициенты, учитывая что

$\sum Y_1X_1$= 2600; $\sum Y_1X_2$= 4350; $\sum Y_1$= 350; $\sum Y_2$= 25; $\sum X_1$= 750; $\sum X_2$= 350; $\sum X_1^2$= 1200; $\sum X_2^2$= 1800; n=30; $\sum X_1X_1$= 1500, а также $Y_2=2X_1+3X_2$.

Задача 30

Имеется следующая гипотетическая структурная модель:

$Y_1 = b_{12}Y_2 +a_{11}X_1 +a_{13}X_2$

$Y_2 = b_{21}Y_1 +b_{23}Y_3 +a_{22}X_2$

$Y_3 = b_{32}Y_2 +a_{31}X_1 +a_{33}X_3$

Приведенная форма исходной модели имеет вид:

$Y_1 =3X_1 -6X_2 +2X_3$

$Y_2 =2X_1 +4X_2 +10X_3$

$Y_3 =-5X_1 +6X_2 +5X_3$

Задание:

1. Проверьте структурную форму модели на идентификацию.
2. Определите структурные коэффициенты модели.

Задача 31

Пусть имеются условные данные, представленные в табл. 8.

Таблица 8

Исходные данные задачи.

Период времени	Темп прироста					%,безработных, X_1
	заработной платы, Y_1	цен, Y_2	дохода, Y_3	цен на импорт, X_2	экономически активного населения, X_3	
1	2	6	10	2	1	1
2	3	7	12	3	2	2
3	4	8	11	1	5	3
4	5	5	15	4	3	2
5	6	4	14	2	3	3
6	7	9	16	2	4	4
7	8	10	18	3	4	5

Задание:

Определите параметры структурной модели следующего вида:

$Y_1 = b_{12}Y_2 + a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + e_1$

$Y_2 = b_{21}Y_1 + b_{22}X_2 + a_{23}X_2 + e_2$

$Y_3 = b_{32}Y_2 + a_{31}X_1 + a_{33}X_3 + e_3$

Задача 32

В одной из аграрных стран строилась функция потребления за 2008-2017 гг. по данным (в условных денежных единицах), представленным в табл. 9.

Таблица 9

Исходные данные задачи

Показатель	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Совокупное потребление	1900	1980	2000	1800	2000	2100	2200	2100	2050	2100
Объем инвестиций	100	300	300	200	100	200	300	200	150	300
Совокупный доход	2000	2300	2300	2000	2100	2300	2500	2300	2200	2400

Задание

1. Постройте функцию потребления, используя модель Кейнса формирования доходов.

2. Дайте интерпретацию результатов приведенной формы модели.

Задача 33

Исследуется зависимость спроса и предложения некоторого товара от его цены, дохода и процентной ставки:

$$Q_t^S = a_1+a_2P_t+ a_3R_t+e_1$$

$$Q_t^d = b_1+b_2P_t+b_3Y_t + b_4Y_{t-1} +e_2$$

$$Q_t^S= Q_t^d=Q_t$$

где Q_t^S – предложение в момент времени r;

Q_t^d – спрос в момент времени r;

P_t – цена товара в момент времени r;

R_t – процентная ставка в момент времени r;

Y_t – доход в момент времени r;

Y_{t-1} – доход предшествующего периода.

Отметим, что в этой модели цена и величина спроса-предложения определяются одновременно, в связи с чем эти переменные должны считаться эндогенными.

Информация за восемь лет о приростах всех показателей представлена в табл. 10.

Таблица 10

Исходные данные задачи.

Год	Q_t	R_t	Y_t	Y_{t-1}	P_t
1	40	3,0	15	13	6
2	45	3,0	15	15	6
3	40	2,0	18	15	5
4	50	3,5	20	18	8
5	35	2,5	18	20	5

6	45	4,0	22	18	9
7	50	3,5	21	22	10
8	45	3,5	22	21	9
∑	350	25,0	151	142	58

Для данной модели была получена система приведенных уравнений:

$Q_t = 24{,}4730 + 5{,}2374\ R_t + 0{,}1652 \cdot Y_t - 0{,}0116 \cdot Y_{t-1}$

$P_t = -\ 4{,}4268 + 1{,}9746\ R_t + 0{,}1915 \cdot Y_t + 0{,}1065 \cdot Y_{t-1}$

Задание:

1. Проведите идентификацию модели.
2. Рассчитайте параметры первого уравнения структурной модели.

2. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ В ЭКОНОМЕТРИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЯХ

2.1. Методические рекомендации

Модели, построенные по данным, характеризующим один объект за ряд последовательных моментов (периодов), называются моделями временных рядов.

Временной ряд – это совокупность значений какого-либо показателя за несколько последовательных моментов или периодов.

Каждый уровень временного ряда формируется из трендовой (T), циклической (S) и случайной (E) компонент.

Модели, в которых временной ряд представлен как сумма перечисленных компонент, - аддитивные модели, как произведение – мультипликативные модели временного ряда.

Аддитивная модель имеет вид: Y=T+S+E;

Мультипликативная модель: Y=T×S×E

Построение аддитивной и мультипликативной модели сводится к расчету значений T, S и E для каждого уровня ряда.

Построение модели включает следующие шаги:

1) Выравнивание исходного ряда методом скользящей средней;
2) Расчет значений сезонной компоненты S;
3) Устранение сезонной компоненты из исходных уровней ряда и получение выровненных данных в аддитивном (T+E) или в мультипликативной (T×E) модели;
4) Аналитическое выравнивание уровней (T+E) или (T×E) и расчет значений T с использованием полученного уравнения тренда;
5) Расчет полученных по модели значений (T+S) или (T×S);
6) Расчет абсолютных и/или относительных ошибок.

Автокорреляция уровней ряда – это корреляционная зависимость между последовательными уровнями временного ряда:

$$r_1 = \frac{\sum_{r=2}^{n}(y_t - \bar{y}_1)\cdot(y_{t-1} - \bar{y}_2)}{\sqrt{\sum_{t=2}^{n}(y_t - \bar{y}_1)^2 \cdot \sum_{t=2}^{n}(y_{t-1} - \bar{y}_2)^2}} \qquad (5)$$

где $\bar{y}_1 = \frac{\sum_{t=2}^{n} y_t}{n-1}$; $\bar{y}_2 = \frac{\sum_{t=2}^{n} y_{t-1}}{n-1}$ – коэффициент автокорреляции уровней ряда первого порядка;

$$r_2 = \frac{\sum_{r=3}^{n}(y_t - \bar{y}_3)\cdot(y_{t-1} - \bar{y}_4)}{\sqrt{\sum_{t=3}^{n}(y_t - \bar{y}_3)^2 \cdot \sum_{t=3}^{n}(y_{t-1} - \bar{y}_4)^2}} \qquad (6)$$

где $\bar{y}_3 = \frac{\sum_{t=3}^{n} y_t}{n-2}$; $\bar{y}_4 = \frac{\sum_{t=3}^{n} y_{t-1}}{n-2}$ – коэффициент автокорреляции уровней ряда второго порядка;

Формулы для расчета коэффициентов автокорреляции старших порядков легко получить из формулы линейного коэффициента корреляции.

Последовательность коэффициентов автокорреляции уровней первого, второго и т.д. порядков называют автокорреляционной функцией временного ряда, а график зависимости ее значений от величины лага (порядка коэффициента автокорреляции) – коррелограммой.

Построение аналитической функции для моделирования тенденции (тренда) временного ряда называют аналитическим выравниванием временного ряда. Для этого чаще всего применяются следующие функции:

- Линейная $y_t = a + b \cdot t$
- Гипербола $y_t = a + b/t$
- Экспонента$y_t = e^{a+b\times t}$
- Степенная функция $y_t = a \times t^b$
- Парабола второго и более высоких порядков

$$y_t = a + b_x \cdot t + b_x \cdot t^2 + \cdots b_k \cdot t^k \qquad (7)$$

Параметры трендов определяются обычным МНК, в качестве независимой переменной выступает время t=1,2,…n, а в качестве зависимой переменной – фактические уровни временного ряда y. Критерием отбора наилучшей формы тренда является наибольшее значение скорректированного коэффициента детерминации R^2.

При построении моделей регрессии по временным рядам для устранения тенденции используются следующие методы.

Метод отклонений от тренда предполагает вычисление трендовых значений для каждого временного ряда.

Метод последовательных разностей заключается в следующем: если ряд содержит линейный тренд, тогда исходные данные заменяются первыми разностями:

$$\Delta_t = y_t - y_{t-1} = b + (\varepsilon_1 - \varepsilon_{t-1}) \qquad (8)$$

если параболический тренд – вторыми разностями:

$$\Delta_t^2 = \Delta_t - \Delta_{t-1} = 2b_2 + (\varepsilon_t - 2\varepsilon_{t-1} + \varepsilon_{t-2}) \qquad (9)$$

В случае экспоненциального и степенного тренда метод последовательных разностей применяется к логарифмам исходных данных.

Модель, включающая фактор времени, имеет вид

$$y_t = a + b_x \cdot x_t + b_x \cdot t + \varepsilon_t \qquad (10)$$

Параметры a и b этой модели определяются обычным МНК.

Автокорреляция в остатках – корреляционная зависимость между значениями остатков за текущий и предыдущие моменты времени.

Для определения автокорреляции остатков используют критерий Дарбина - Уотсона и расчет величины:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^{n}(\varepsilon_1 - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum_{t=2}^{n}\varepsilon_t^2} \quad 0 \le d \le 4 \qquad (11)$$

Коэффициент автокорреляции остатков первого порядка определяется по формуле

$$r_1^{\varepsilon} = \frac{\sum_{t=2}^{n}\varepsilon_t\,\varepsilon_{t-1}}{\sum_{t=2}^{n}\varepsilon_t^2} \quad -1 \le r_1^{\varepsilon} \le 1 \qquad (12)$$

Критерий Дарбина-Уотсона и коэффициент автокорреляции остатков первого порядка связаны соотношением

$$d = 2(1 - r_1^{\varepsilon}) \qquad (13)$$

Эконометрические модели, содержащие не только текущие, но и лаговые значения факторных переменных, называются моделями с распределенным лагом.

Модель с распределенным лагом в предположении, что максимальная величина лага конечна, имеет вид:

$$y_t = a + b_0 x_1 + b_1 x_{t-1} +.. +b_p x_{t-p} + \varepsilon_t \qquad (14)$$

Коэффициент регрессии b_0 при переменной x, характеризует среднее абсолютное изменение y, при изменении x, на ед. своего измерения в некоторый фиксированный момент времени 1, без учета воздействия лаговых значений фактора x. Этот коэффициент называют краткосрочным мультипликатором.

В момент (t + 1) воздействие факторной переменной x_t, на результат y_t, составит (b_0 + 1) условных единиц; в момент времени (t + 2) воздействие можно охарактеризовать суммой ($b_0 + b_1 + b_2$) и т.д. Эти суммы называют промежуточными мультипликаторами. Для максимального лага (t+l) воздействие фактора на результат описывается суммой ($b_0 + b_1$, +..+b_1 = b), которая называется Долгосрочным мультипликатором.

$$\beta_j = b_j / b \;\; j = \overline{0.1} \qquad (15)$$

называются относительными коэффициентами модели с распределенным лагом. Если все коэффициенты b_j имеют одинаковые знаки, то для любого j

$$0 < \beta_j < 1 \text{ и } \textstyle\sum_{j=1}^{1} \beta_j = 1 \qquad (16)$$

Величина среднего лага модели множественной регрессии определяется по формуле средней арифметической взвешенной:

$$\bar{l} = \textstyle\sum_{j=1}^{1} j * \beta_j \qquad (17)$$

и представляет собой средний период, в течение которого будет происходить изменение результата под воздействием изменения фактора в момент t.

Медианный лаг – это период, в течение которого с момента времени t будет реализована половина общего воздействия фактора на результат:

$$\sum_{j=0}^{l_{Me-1}} \beta_j = 0.5 \qquad (18)$$

где l_{Me} - медианный лаг.

Оценку параметров моделей с распределенными лагами можно проводить согласно одному из двух методов: методу Койка или методу Алмон.

В распределении Койка делается предположение, что коэффициенты при лаговых значениях объясняющей переменной убывают в геометрической прогрессии:

$$b_1 = b_0 \cdot \mu^1 \quad l = 0,1,2 \quad 0 < \mu < 1 \qquad (19)$$

Уравнение регрессии преобразуется к виду

$$y_t = a + b_o \cdot x_t + b_0 \mu x_{t-1} + b_0 \mu^2 x_{t-2} + .. + \varepsilon_t \qquad (20)$$

После несложных преобразований получаем уравнение, оценки параметров которого приводят к оценкам параметров исходного уравнения.

В методе Алмон предполагается, что веса текущих и лаговых значений объясняющих переменных подчиняются полиномиальному распределению:

$$b_j = c_0 + c_1 j + c_2 j^2 + .. + c_k j^k \qquad (21)$$

Уравнение регрессии примет вид

$$y_t = a + c_0 z_0 + c_1 z_1 + c_2 z_2 + .. c_k z_k + \varepsilon_t \qquad (22)$$

где $z_l = \sum_{j=1}^{1} J^l x_{t-J} \quad l = 1,..,K \quad J = 1,...,p.$

Расчет параметров модели с распределенным лагом методом Алмон проводится по следующей схеме:

1) устанавливается максимальная величина лага l;
2) определяется степень полинома k, описывающего структуру лага;
3) рассчитываются значения переменных z_0, ..., z_k;
4) определяются параметры уравнения линейной регрессии y_t или z
5) рассчитываются параметры исходной модели с распределенным лагом.

Модели, содержащие в качестве факторов лаговые значения зависимой переменной, называются моделями авторегрессии, например:

$$y_t = a + b_0 x_t + c_1 y_{t-1} + \varepsilon_t \qquad (23)$$

Как и в модели с распределенным лагом, b_0 в этой модели характеризует краткосрочные изменения y_t под воздействием изменения x_t на 1 ед. Долгосрочный мультипликатор в модели авторегрессии рассчитывается как сумма краткосрочного и промежуточных мультипликаторов:

$$b = b_0 + b_0 c_1 + b_0 c^2{}_1 + b_0 c_3{}^1 + \ldots = b_0 (1 + c_1 + c^2{}_1 + c_3{}^1 + \ldots) = b_0 /(1 - c_1) \quad (24)$$

Отметим, что такая интерпретация коэффициентов модели авторегрессии и расчет долгосрочного мультипликатора основаны на предпосылки о наличии бесконечного лага в воздействии текущего значения зависимой переменной на ее будущие значение.

2.2. Решение типовых задач

По данным за 18 месяцев построено уравнение регрессии зависимости прибыли предприятия у (млн. руб.) от цен на сырье (тыс. руб. за 1 т.) и производительность труда (ед. продукции на 1 работника):

$$y' = 200 - 1{,}5x_1 + 4{,}0\,x_2$$

При анализе остаточных величин были использованы значения, приведенные в табл. 11.

Таблица 11

Исходные данные задачи.

№	y	x_1	x_2
1	210	800	300
2	720	1000	500
3	300	1500	600
	…	…	…

$$\sum \varepsilon_t^2 = 10500, \sum (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2 = 40000$$

Требуется:

1. По трем позициям рассчитать $y'_t, \varepsilon_t, \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_t^2, (\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$
2. Рассчитать критерий Дарбина – Уотсона.

3. Оценить полученный результат при 5%-ном уровне значимости.
4. Указать, пригодно ли уравнение для прогноза.

Решение

1. Подставим фактических значений и в уравнение регрессии:

$y'_1 = 200 - 1{,}5 \cdot 800 + 4{,}0 \cdot 300 = 200;$

$y'_2 = 200 - 1{,}5 \cdot 1000 + 4{,}0 \cdot 500 = 700;$

$y'_3 = 200 - 1{,}5 \cdot 1500 + 4{,}0 \cdot 600 = 350.$

Остатки ε_t рассчитывается по формуле

$$\varepsilon_t = y_t - y'_t$$

Следовательно,

$\varepsilon_1 = 210 - 200 = 10, \varepsilon_2 = 720 - 700 = 20, \varepsilon_3 = 300 - 350 = 50$

$\varepsilon_1^2 = 100, \varepsilon_2^2 = 400, \varepsilon_3^2 = 2500$

ε_{t-1} те же значения, что и ε_t, но со сдвигом на один месяц.

Результаты вычислений оформим в виде табл. 12.

Таблица 12

Результат вычислений

№	y_t	ε_t	ε_{t-1}	$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})$	$(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2$	ε_t^2
1	200	10	-	-	-	100
2	700	20	10	10	100	400
3	350	-50	20	-70	4900	2500
…	…	…	…	…	…	…
$\sum$					40000	10500

2. Критерий Дарбина-Уотсона рассчитывается по формуле

$$d = \frac{\sum(\varepsilon_t - \varepsilon_{t-1})^2}{\sum \varepsilon_t^2} = \frac{40000}{10500} = 3{,}81$$

3. Фактическое значение d сравниваем с табличными значениями при 5%-ном уровне значимости. При n=18 месяцев и m=2 (число факторов)

нижнее значение d' равно 1, 05, а верхнее – 1,53. Так как фактическое значение d близко к 4, можно считать, что автокорреляция в остатках характеризуется отрицательной величиной. Чтобы проверить значимость отрицательного коэффициента автокорреляции, найдем величину:

$$4\text{-}d = 4 \text{-}3{,}81 = 0{,}19$$

что значительно меньше, чем d'. Это означает наличие в остатках автокорреляции.

4. Уравнение регрессии не может быть использовано для прогноза, так как в нем не устроена автокорреляция в остатках, которая может иметь разные причины. Автокорреляция в остатках может означать, что в уравнение не включен какой-либо существенный фактор. Возможно также, что форма связи неточна, а может быть, в рядах динамики имеется общая тенденция.

Пример 2

Имеются следующие данные о величине дохода на одного члена семьи и расхода на товар А (табл. 13.).

Таблица 13

Исходные данные задачи

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.
Расходы на товар А, руб.	30	35	39	44	50	53
Доход на одного члена семьи, % к 1985 г.	100	103	105	109	115	118

Требуется:

1. Определить ежегодные абсолютные приросты доходов и расходов и сделать выводы о тенденции развития каждого ряда.

2. Перечислить основные пути устранения тенденции для построения модели спроса на товар А в зависимости от дохода.

3. Построить линейную модель спроса, используя первые разности уравнений исходных динамических рядов.

4. Пояснить экономический смысл коэффициента регрессии.

5. Построить линейную модель спроса на товар А, включив в нее фактор времени. Интерпретировать полученные параметры.

Решение

1. Обозначим расходы на товар А через *y*, а доходы одного члена семьи – через *x*. Ежегодные абсолютные приросты определяются по формулам

$$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}\ ,\ \ \Delta x_t = x_t - x_{t-1} \qquad (25)$$

Расчеты можно оформить в виде таблицы (табл. 14).

Таблица 14

Расчет ежегодных абсолютных приростов.

y_t	Δy_t	x_t	Δx_t
30	-	100	-
35	5	103	3
39	4	105	2
44	5	109	4
50	6	115	6
53	3	118	3

Значения не имеют четко выраженной тенденции, они варьируют вокруг среднего уровня, что означает наличие в ряде динамики линейного тренда (линейной тенденции). Аналогичный вывод можно сделать и по ряду x: абсолютные приросты не имеют систематической направленности, они примерно стабильны, а следовательно, ряд характеризуется линейной тенденцией.

2. Так как ряды динамики имеют общую тенденцию к росту, то для построения регрессионной модели спроса на товар А в зависимости от дохода необходимо устранить тенденцию. С этой целью модель может строиться по

первым разностям, т.е. $\Delta y = f(\Delta x)$ если ряды динамики характеризуются линейной тенденцией. Другой возможный путь учета тенденции при построении моделей – найти по каждому ряду уравнение тренда:

$$y'_t = f(t) \text{ и } x'_t = f(t)$$

и отклонения от него:

$$dy = y_t - y'_t \,.\; dx = x_t - x'_t$$

Далее модель строится по отклонениям от тренда:

$$dy = f(dx)$$

При построении эконометрических моделей чаще используется другой путь учета тенденции – включение в модель фактора времени. Иными словами, модель строится по исходным данным, но в нее в качестве самостоятельного фактора включается время, т.е. $y' = f(x,t)$

3. Модель имеет вид

$$\Delta y' = a + b\,\Delta x \tag{26}$$

Для определения параметров а и b применяется МНК. Система нормальных уравнений следующая:

$$\begin{cases} \sum \Delta y = na + b \sum \Delta x \\ \sum \Delta y \Delta x = a \sum \Delta x + b \sum \Delta^2 x \end{cases} \tag{27}$$

Применительно к нашим данным имеем

$$\begin{cases} 23 = 5a + 18b \\ 88 = 18a + 74b \end{cases}$$

Решая эту систему, получим:

$$a = 2{,}565 \text{ и } b = 0{,}565$$

откуда модель имеет вид

$$\Delta y' = 2{,}565 + 0{,}565\Delta x$$

4. Коэффициент регрессии $b=0{,}565$ руб. Он означает, что с ростом прироста душевого дохода на 1%-ный пункт расходы на товар А увеличиваются со средним ускорением, равным 0,565 руб.

5. Модель имеет вид

$$y' = a + bx + ct \tag{28}$$

Применяя МНК, получим систему нормальных уравнений:

$$\begin{cases} \sum y = na + b\sum x + c\sum t \\ \sum yx = a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x_t \\ \sum y_t = a\sum t + b\sum x_t + c\sum t^2 \end{cases} \qquad (29)$$

Расчеты оформим в виде табл. 15.

Таблица 15

Промежуточные расчеты задачи

t	y	x	y×x	y_t	x_t	x^2	t^2
1	30	100	3000	30	100	10000	1
2	35	103	3605	70	206	10609	4
3	39	105	4095	117	315	11025	9
4	44	109	4796	176	436	11881	16
5	50	115	5750	250	575	13225	25
6	53	118	6254	318	708	13924	36
21	251	650	27500	961	2340	70664	91

Система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} 251 = 6a + 650b + 21c \\ 27500 = 650a + 70664b + 2340c \\ 961 = 21a + 2340b + 91c \end{cases}$$

Решая ее, получим

$a = -5{,}42; b = 0{,}322; c = 3{,}516$

Уравнение регрессии имеет вид

$y = -5{,}42 + 0{,}322x + 3{,}516t$

Параметр *b=0,322* фиксирует силу связи у и х. Его величина означает, что с ростом дохода на одного члена семьи на 1%-ный пункт при условии неизменной тенденции расходы на товар А возрастают в среднем на 0,322 руб. Параметр с=,3516 характеризует среднегодовой абсолютный прирост расходов на товар А под воздействием прочих факторов при условии неизменного дохода.

Пример 3

По данным за 30 месяцев некоторого временного ряда x были получены значения коэффициентов автокорреляции уровней:

r_1=0,63

r_2=0,38;

r_3=0,72;

r_4=0,97;

r_5=0,55;

r_6=0,40;

r_7=0,65;

r – коэффициенты автокорреляция i-го порядка.

Требуется:

1. Охарактеризовать структуру этого ряда, используя графическое отображение.

2. Для прогнозирования значений x в будущие периоды предполагается построить уравнение авторегрессии. Выбрать наилучшее уравнение, обосновать выбор. Указать общий вид этого уравнения.

Решение

1. Так как значения всех коэффициентов автокорреляции достаточно высокие, ряд содержит тенденцию. Поскольку наибольшее абсолютное значение имеет коэффициент автокорреляции 4-го порядка r, ряд содержит периодические колебания, цикл этих колебаний равен 4.

График этого ряда можно представить на рис. 2.

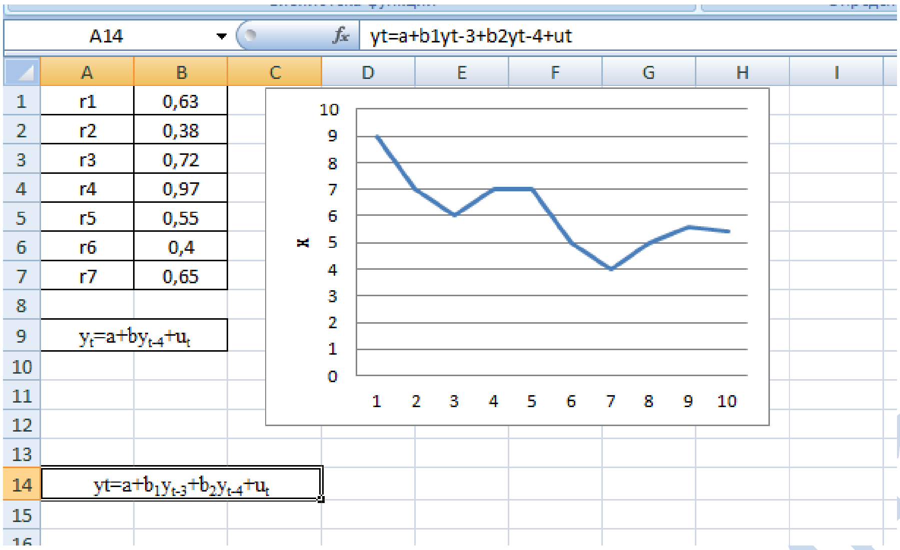

Рис. 2. График исходного ряда.

Наиболее целесообразно построение уравнения авторегрессии:

$y_t = a + b \cdot y_{t-4} + u_t,$

так как значение r_4=0,97 свидетельствует о наличии очень тесной связи между уровнями с лагом в 4 месяца.

Кроме того, возможно построение и множественного уравнения авторегрессии y_tи y_{t-3}, так как r_4=0,72:

$$y_t = a + b_1 \cdot y_{t-3} + b_2 \cdot y_{t-4} + u_t,$$

Сравнить полученные уравнения и выбрать наилучшее решение можно с помощью скорректированного коэффициента детерминации.

Пример 4

На основе помесячных данных о числе браков (тыс.) в регионе за последние три года была построена аддитивная модель временного ряда.

Скорректированные значения сезонной компоненты за соответствующие месяцы приводится в табл. 16.

Таблица 16

Скорректированные значения сезонной компоненты

Месяц	Скорректированные значения сезонной компоненты	Месяц	Скорректированные значения сезонной компоненты
Январь	-1,0	Июль	3,0
Февраль	2,0	Август	1,0
Март	-0,5	Сентябрь	2,5
Апрель	0,3	Октябрь	1,0
Май	-2,0	Ноябрь	-3,0
Июнь	-1,1	Декабрь	?

Уравнение тренда выглядит следующим образом:

$y'_t = 2{,}5 + 0{,}03 \cdot t$,

при расчете параметров тренда использовались фактические моменты времени ($t = \overline{1;36}$).

Требуется:

1. Определить значение сезонной компоненты за декабрь.

2. На основе построенной модели дать прогноз общего числа браков, заключенных в течение первого квартала следующего года.

Решение

1. Сумма значений сезонной компоненты внутри одного цикла должна быть равна нулю (в соответствии с методикой построения аддитивной модели временного ряда). Следовательно, значение сезонной компоненты за декабрь состоит:

$s_{12} = 0 - (-1 + 2 - 0{,}5 + 0{,}3 - 2 - 1{,}1 + 3 + 1 + 2{,}5 + 1 = 3) = -2{,}2$

2. Прогнозное значение уровня временного ряда F_1, в аддитивной модели есть сумма трендового значения T_1, и соответствующего значения сезонной компоненты S_t.

Число браков, заключенных в первом квартале следующего года, есть сумма числа браков, заключенных в январе F_{37}, в феврале F_{38} и в марте F_{39}.

Для расчета трендовых значений воспользуемся уравнением тренда, указанным в условии задачи:

$y'_t = 2{,}5 + 0{,}03 \cdot t;$

$T_{37} = 2{,}5 + 0{,}03 \cdot 37 = 3{,}61;$

$T_{38} = 2{,}5 + 0{,}03 \cdot 38 = 3{,}64;$

$T_{39} = 2{,}5 + 0{,}03 \cdot 39 = 3{,}67.$

Соответствующие значения сезонных компонент составят:

$S_1 = -1$ – январь;

$S_2 = 2$ – февраль;

$S_3 = -0{,}5$ – март.

Таким образом,

$F_{37} = T_{37} + S_1 = 3{,}61 - 1 = 2{,}61;$

$F_{38} = T_{38} + S_2 = 3{,}64 + 2 = 5{,}64;$

$F_{39} = T_{39} + S_3 = 3{,}67 - 0{,}5 = 3{,}17.$

Количество браков, заключенных в первом квартале следующего года, составит: 2,61+5,64+3,17=11,42 тыс.

2.3. Реализация типовых задач на компьютере с использованием ПП MS Excel

Решение с использованием ПП MS Excel.

Для определения параметров линейного тренда по методу наименьших квадратов используется статистическая функция ЛИНЕЙН, для определения экспоненциального тренда – ЛГРФПРИБЛ. Порядок вычисления был рассмотрен в 1-м разделе 1 части практикума. В качестве зависимой переменной в данном примере выступает время (t = 1, 2, n). Приведем результаты вычисления функций ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ (рис. 3 и 4). В качестве дополнительной информации отобразим уравнение регрессии, уравнения линейного и экспоненциального тренда и значение среднеквадратического отклонения.

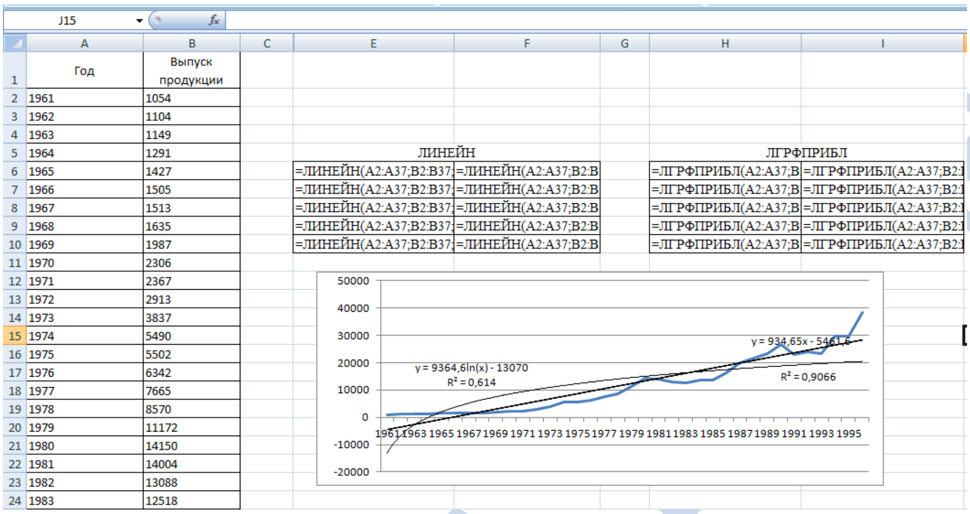

Рис. 3. Фрагмент листа электронной таблиц Microsoft Excel с расчетными формулами вычисления функции ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ

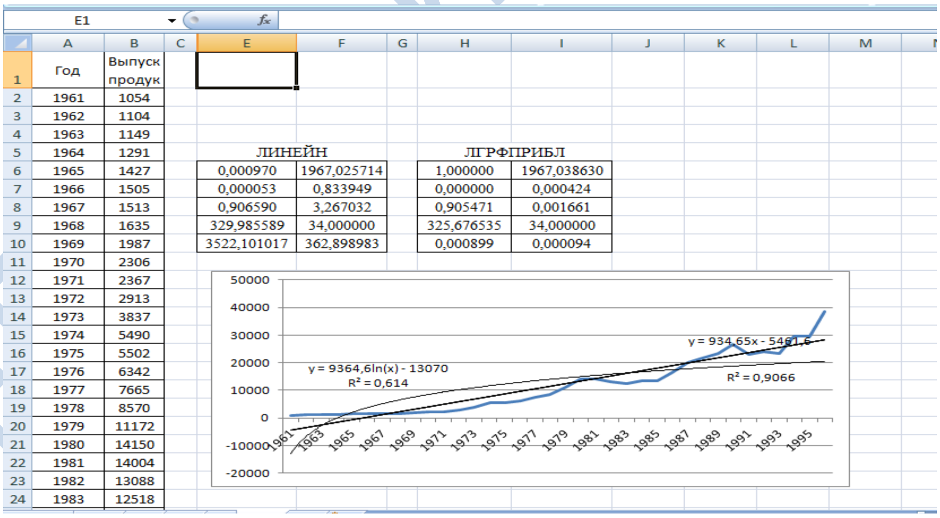

Рис. 4. Фрагмент листа электронной таблицы Microsoft Excel с вычислениями функции ЛИНЕЙН и ЛГРФПРИБЛ.

На рис. 5-7 представлены различные виды трендов, описывающие исходные данные задачи.

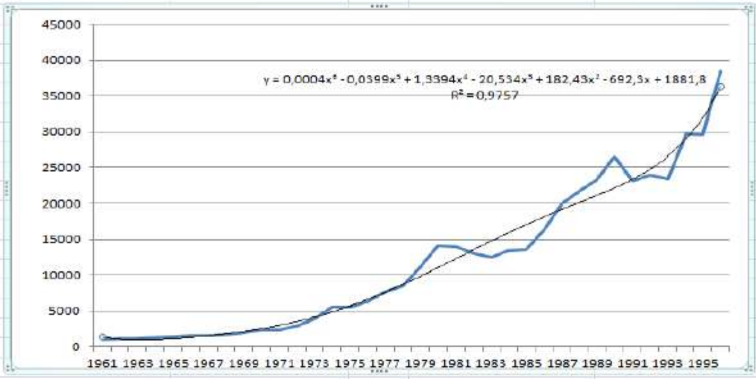

Рис. 5. Полиномиальный тренд

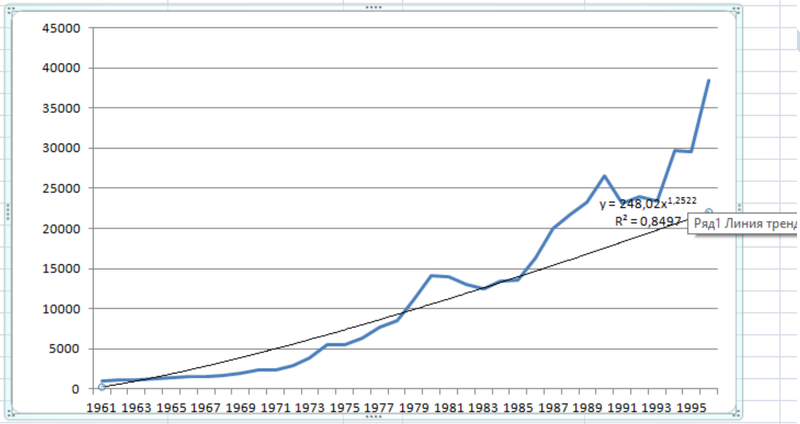

Рис. 6. Степенной тренд

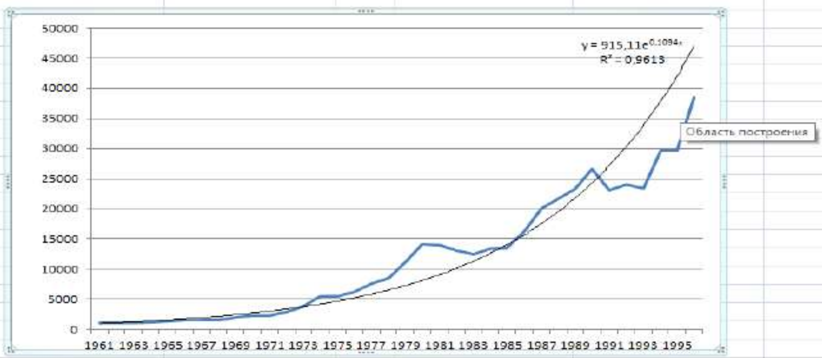

Рис. 7. Экспоненциальный тренд

Сравним значения R^2 по разным уравнениям трендов:

полиномиальный 6-й степени — $R^2 = 0,9728$;

экспоненциальный — $R^2 = 0,9647$;

линейный — $R^2 = 0,8841$;

степенной — $R^2 = 0,8470$;

логарифмический — $R^2 = 0,5886$.

Исходные данные лучше всего описывает полином 6-й степени. Следовательно, в рассматриваемом примере для расчета прогнозных значений следует использовать полиномиальное уравнение.

2.4. Контрольные задания

Задача 1

Администрация банка изучает динамику депозитов физических лиц за ряд лет (млн. долл. в сопоставимых ценах). Исходные данные представлены ниже:

								Сумма
Время, лет…… ………………	1	2	3	4	5	6	7	28
Депозиты физических лиц, x..	2	6	7	3	10	12	13	53

Известно также следующее: $\Sigma x^2 = 511$.

Задание

1. Постройте уравнение линейного тренда и дайте интерпретацию его параметров.

2. Определите коэффициент детерминации для линейного тренда.

3. Администрация банка предполагает, что среднегодовой абсолютный прирост депозитов физических лиц составляет не менее 2,5 млн. долл. Подтверждается ли то предположение результатами, которые вы получили?

Задача 2

Изучается динамика потребления мяса в регионе. Для этого были собраны данные об объемах среднедушевого потребления мяса у: (кг) за 7 месяцев. Предварительная обработка данных путем логарифмирования привела к получению следующих результатов:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7
$In\ y_t$	2,10	2,11	2,13	2,17	2,22	2,28	2,31

Задание

1. Постройте уравнение экспоненциального тренда.

2. Дайте интерпретацию его параметров.

Задача 3

Имеются данные об урожайности зерновых в хозяйствах области (таб. 17):

Таблица 17

Исходные данные задачи

Год	Урожайность зерновых, ц/га
1	10,2
2	10,7
3	11,7
4	13,1
5	14,9
6	17,2
7	20,0
8	23,2

Задание

1. Обоснуйте выбор типа уравнения тренда.

2. Рассчитайте параметры уравнения тренда.

3. Дайте прогноз урожайности зерновых на следующий год.

Задача 4

Имеются следующие данные об уровне безработицы y_t (%) за 8 месяцев:

Месяц	1	2	3	4	5	6	7	8
y_t	8,8	8,6	8,4	8,1	7,9	7,6	7,4	7,0

Задание

1. Определите коэффициент автокорреляции уровней этого ряда первого и второго порядка.

2. Обоснуйте выбор уравнения тренда и определите его параметры.

3. Интерпретируйте полученные результаты.

Задача 5

Имеется следующий временной ряд:

t	1	2	3	4	5	6	7	8
x_t	20	…	…	…	…	…	…	10

Известно также, что $\Sigma x_t = 150$, $\Sigma x^2_t = 8100$, $\sum_{t=2}^{n} x_t\, x_{t-1} = 7350$

Задание

1. Определите коэффициент автокорреляции уровней этого ряда первого порядка.

2. Установите, включает ли исследуемый временной ряд тенденцию.

Задача 6

Экспорт, импорт, внешнеторговый оборот Австрии и Бельгии за 1961-1995 гг. характеризуются данными, представленными в табл. 18.

Таблица 18

Исходные данные задачи

Год	**Австралия, млн. шиллингов**			**Бельгия, млн. франков**		
	Экспорт	**Импорт**	**Внешнеторговый оборот**	**Экспорт**	**Импорт**	**Внешнеторговый оборот**
1961	**44**	**43**	**87**	**202**	**209**	**411**
1962	**47**	**46**	**93**	**219**	**221**	**440**
1963	**51**	**51**	**102**	**239**	**248**	**487**
1964	**56**	**56**	**112**	**278**	**283**	**561**
1965	**62**	**63**	**125**	**306**	**305**	**611**
1966	**67**	**71**	**138**	**328**	**337**	**665**
1967	**72**	**74**	**146**	**352**	**351**	**703**
1968	**79**	**80**	**159**	**402**	**400**	**802**
1969	**95**	**91**	**186**	**483**	**474**	**957**
1970	**117**	**131**	**248**	**562**	**533**	**1095**
1971	**129**	**126**	**255**	**609**	**581**	**1190**
1972	**146**	**144**	**290**	**683**	**633**	**1316**
1973	**166**	**164**	**330**	**846**	**811**	**1657**
1974	**204**	**206**	**410**	**1116**	**1109**	**2225**

1975	**209**	**205**	**414**	**1065**	**1061**	**2126**
1976	**236**	**247**	**483**	**1266**	**1261**	**2527**
1977	**257**	**278**	**535**	**1474**	**1499**	**2973**
1978	**281**	**280**	**561**	**1540**	**1570**	**3110**
1979	**328**	**332**	**660**	**1798**	**1866**	**3664**
1980	**366**	**386**	**752**	**2026**	**2125**	**4151**
1981	**405**	**419**	**824**	**2286**	**2357**	**4643**
1982	**431**	**412**	**843**	**2640**	**2694**	**5334**
1983	**450**	**434**	**884**	**2924**	**2864**	**5788**
1984	**498**	**496**	**994**	**3337**	**3277**	**6614**
1985	**549**	**547**	**1096**	**3479**	**3379**	**6858**
1986	**523**	**510**	**1033**	**3367**	**3187**	**6554**
1987	**527**	**520**	**1047**	**3477**	**3334**	**6811**
1988	**590**	**584**	**1174**	**3900**	**3719**	**7619**
1989	**669**	**661**	**1330**	**4498**	**4320**	**8818**
1990	737	720	1457	4660	4506	9166
1991	775	758	1533	4846	4658	9504
1992	792	772	1564	4980	4713	9693
1993	787	773	1560	5012	4674	9686
1994	835	842	1677	5491	5108	10599
1995	887	911	1798	5764	5377	11141

Задание

1. По каждому ряду постройте график динамики.

2. Проведите расчет параметров трендов разной формы.

3. Оцените качество каждого тренда через среднюю ошибку аппроксимации, линейный коэффициент автокорреляции отклонений.

4. Оцените статистическую значимость трендов через F-критерий, значимость параметров тренда - через r-критерий.

5. Выберите лучшую форму тренда и выполните по ней точечный прогноз на 1998 г.

6. Оцените ошибку прогноза и постройте доверительный интервал прогноза для уровня значимости 0,05.

Задача 7

Имеются поквартальные данные по розничному товарообороту России в 2005-2009 гг. (табл. 19).

Таблица 19

Исходные данные задачи

Номер квартала	Товарооборот, % к предыдущему периоду	Номер квартала	Товарооборот, % к предыдущему периоду
1	100,0	11	98,8
2	93,9	12	101,9
3	96,5	13	113,1
4	101,8	14	98,4
5	107,8	15	97,3
6	96,3	16	102,1
7	95,7	17	97,6
8	98,2	18	83,7
9	104,0	19	84,3
10	99,0	20	88,4

Задание

1. Постройте график временного ряда.

2. Постройте мультипликативную модель временного ряда.

3. Оцените качество модели через показатели средней абсолютной ошибки и среднего относительного отклонения.

Задача 8

Имеются данные об объеме экспорта из Российской Федерации (млрд. долл., цены Фондовой Общероссийской биржи (ФОБ)) за 2004-2009 гг. (табл. 20).

Таблица 20

Номер квартала	Экспорт, млрд. долл., цены ФОБ	Номер квартала	Экспорт, млрд. долл., цены ФОБ
1	4087	13	6975
2	4737	14	6891
3	5768	15	7527
4	6005	16	7971

5	5639	17	5875
6	6745	18	6140
7	6311	19	6248
8	7107	20	6041
9	5741	21	4626
10	7087	22	6501
11	7310	23	6284
12	8600	24	6707

Задание

1. Постройте график временного ряда.

2. Постройте аддитивную и мультипликативную модели временного ряда.

3. Оцените качество каждой модели через показатели средней абсолютной ошибки и среднего относительного отклонения. Выберите лучшую модель.

Задача 9

Для прогнозирования объема продаж компании АВС (млн. руб.) на основе поквартальных данных за 2003-2007 гг. была построена аддитивная модель временного ряда объема продаж. Уравнение, моделирующее динамику трендовой компоненты этой модели, имеет вид: $T = 100 + 2 \cdot t$ (при построении тренда для моделирования переменной времени использовались натуральные числа, начиная с 1). Показатели за 2006 г., полученные в ходе построения аддитивной модели, представлены в табл. 21.

Таблица 21

Исходные данные задачи

Время года	Фактический объем продаж в 2006 г.	Компонента, полученная по аддитивной		
		трендовая	сезонная	случайная
Зима	100			+4
Весна			10	+5
Лето	150		25	
Осень				

Задание

Определите недостающие в таблице данные, учитывая, что объем продаж компании ABC за 2006 г. в целом составил 490 млн. руб.

Задача 10

Имеются данные о разрешениях на строительство нового частного жилья, выданных в США в 2000-2004 гг., % к уровню 2007 г. (табл. 22).

Таблица 22

Исходные данные задачи

Месяц	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
Январь	72,9	61,4	71,2	78,3	86,4
Февраль	113,4	51,0	69,9	76,4	87,5
Март	86,2	55,3	74,3	74,5	80,2
Апрель	80,8	59,1	70,2	68,5	84,3
Май	73,7	59,5	68,4	71,6	86,8
Июнь	69,2	64,3	68,5	72,1	86,9
Июль	71,9	62,5	68,6	73,3	85,2
Август	69,9	63,1	70,6	76,2	85,0
Сентябрь	69,4	61,2	69,7	79,8	87,5
Октябрь	63,3	63,2	72,3	81,2	90,0
Ноябрь	60,0	64,3	73,5	83,5	88,4
Декабрь	61,0	63,9	72,5	88,0	85,7

Задание

1. Рассчитайте трендовую и сезонную компоненты.

2. Постройте аддитивную модель этого ряда.

3. Постройте автокорреляционную функцию временного ряда количества разрешений на строительство частного нового жилья. Охарактеризуйте структуру этого ряда.

Задача 11

В табл. 23 приводятся данные об объемах продаж в перерабатывающей промышленности и торговле, в сопоставимых ценах 1997 г., млрд. долл.

Таблица 23

Исходные данные задачи

Месяц	2000 г.	2001 г.	2002 г.	2003 г.	2004 г.
Январь	472,5	477,9	510,9	541,0	578,2
Февраль	482,1	467,5	484,7	512,3	539,4
Март	489,5	470,9	486,6	512,6	545,3
Апрель	493,6	469,1	488,4	511,5	551,9
Май	488,0	478,1	489,5	511,9	549,7
Июнь	490,6	480,6	486,6	513,9	550,1
Июль	492,5	479,3	491,8	520,0	554,0
Август	488,1	484,2	495,2	515,9	550,0
Сентябрь	493,1	484,9	491,8	524,2	565,6
Октябрь	484,5	485,6	496,1	527,1	564,7
Ноябрь	483,0	486,1	498,8	529,8	566,9
Декабрь	476,9	484,7	501,5	534,9	572,7

Задание

1. Рассчитайте трендовую и сезонную компоненты.
2. Постройте мультипликативную модель этого ряда.
3. Постройте автокорреляционную функцию временного ряда объема продаж в перерабатывающей промышленности и торговле. Охарактеризуйте структуру этого ряда.

Задача 12

На основе помесячных данных о потреблении электроэнергии в регионе (млн. кВт • ч) за последние 3 года была построена аддитивная модель временного ряда. Скорректированные значения сезонной компоненты за соответствующие месяцы приводятся в табл. 24

Таблица 24

Исходные данные задачи

январь	+ 25	май	-32	сентябрь	+2
февраль	+10	июнь	-38	октябрь	+15
март	+6	июль	-25	ноябрь	+27
апрель	-4	август	-18	декабрь	?

Уравнение тренда выглядит следующим образом:

$$T = 300 + 1{,}5 \bullet t$$

(при расчете параметров тренда для моделирования переменной времени использовались натуральные числа t = 1:36).

Задание

1. Определите значение сезонной компоненты за декабрь.

2. На основе построенной модели дайте точечный прогноз ожидаемого потребления электроэнергии в течение первого квартала следующего года.

Задача 13

На основе поквартальных данных об уровне безработицы в летнем курортном городе (% от экономически активного населения) за последние 5 лет была построена мультипликативная модель временного ряда. Скорректированные значения сезонной компоненты за каждый квартал приводятся ниже:

I квартал	1,4	III квартал	0,7
II квартал.....	0,8	IV квартал	-

Уравнение тренда выглядит следующим образом:

$$T = 9{,}2 - 0{,}3t$$

(при расчете параметров тренда для нумерации кварталов использовались натуральные числа t = 1 + 20).

Задание

1. Определите значения сезонной компоненты за IV квартал.

2. На основе построенной модели дайте точечные прогнозы уровня безработицы на I и II квартал следующего года.

Задача 14

В целях прогнозирования объема экспорта страны на будущие периоды были собраны данные за 30 лет по следующим показателям: y_t – объем экспорта (млрд. долл., в сопоставимых ценах); x_t – индекс физического объема промышленного производства (в % к предыдущему году). Ниже:

1. Уравнения линейных трендов:

   а) для ряда Y_t

   $У_t = 3{,}1 + 1{,}35_t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0{,}91 \quad d = 2{,}31;$

   б) для ряда X_t

   $X_t = -8{,}4 + 4{,}81_t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0{,}89 \quad d = 2{,}08.$

2. Уравнение регрессии по уровням временных рядов:

   $У_t = -10{,}5 + 0{,}51X_t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0{,}95 \quad d = 2{,}21.$

3. Уравнение регрессии по первым разностям уровней временных рядов:

   $\Delta У_t = 1{,}4 + 0{,}03\Delta X_t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0{,}86 \quad d = 2{,}25.$

4. Уравнение регрессии по вторым разностям уровней временных рядов:

   $\Delta^2 У_t = 0{,}7 + 0{,}012\Delta^2 X_t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0{,}47 \quad d = 2{,}69.$

5. Уравнение регрессии по уровням временных рядов с включением фактора времени:

   $У_t = 4{,}23 + 0{,}24X_t + 0{,}78t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0{,}97 \quad d = 0{,}9.$

Задание

1. Сформулируйте свои предположения относительно величины коэффициента автокорреляции первого порядка в каждом из рядов. Ответ обоснуйте.

2. Выберите наилучшее уравнение регрессии, которое можно использовать для прогнозирования объема экспорта, и дайте интерпретацию его параметров.

3. Пусть известна информация за последние три года (табл. 25).

Таблица 25

Исходные данные задачи

Год	28	29	30	31
$У_t$	38	742	43	???
X_t	120	126	121	124

Используя выбранное вами в п. 2 уравнение, дайте точечный прогноз ожидаемого значения y_t на ближайший год (период 31).

Задача 15

Изучается зависимость объема продаж бензина (y_t) от динамики потребительских цен (x_t), Полученные за последние 6 кварталов данные представлены в табл. 26.

Таблица 26

Исходные данные задачи

Показатель	1	2	3	4	5	6
Индекс потребительских цен, % к кварталу 1	100	104	112	117	121	126
Средний за день объем продаж бензина в течение	89	83	80	77	75	72

Известно также, что $\sum x_t=680$, $\sum y_t=476$, $\sum x_t y_t = 53648$, $\sum x_t^2 = 77566$.

Задание

1. Постройте модель зависимости объема продаж бензина от индекса потребительских цен с включением фактора времени.

2. Дайте интерпретацию параметров полученной вами модели.

Задача 16

Годовое потребление товара А и доходы населения (тыс. руб.) за 2008-2016 гг. приведены в табл. 27.

Таблица 27

Исходные данные задачи

Показатель	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Потребление	46	50	54	59	62	67	75	86	100
Доходы	53	57	64	70	73	82	95	110	127

Задание

1. Определите уравнение регрессии, включив в него фактор времени, если известно, что $\sum y = 599$, $\sum x = 731$, $\sum yx - 52179$, $\sum x^2 = 64361$, $\sum y^2 = 42367$.

2. Интерпретируйте полученные результаты.

Задача 17

В табл. 28 приводятся данные об уровне дивидендов, выплачиваемых по обыкновенным акциям (в процентах), и среднегодовой стоимости основных фондов компании (X, млн. руб.) в сопоставимых ценах за последние девять лет.

Таблица 28

Исходные данные задачи

Показатель	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Среднегодовая стоимость основных фондов	72	75	77	77	79	80	78	79	80
Дивиденды по обыкновенным акциям	4,2	3,0	2,4	2,0	1,9	1,7	1,8	1,6	1,7

Задание

1. Определите параметры уравнения регрессии по первым разностям и дайте их интерпретацию. В качестве зависимой переменной используйте показатель дивидендов по обыкновенным акциям.

2. В чем состоит причина построения уравнения регрессии по первым разностям, а не по исходным уровням рядов?

Задача 18

В табл. 28 приводятся данные о потреблении и личных доходах населения за 2005-2011 гг.

Таблица 28

Исходные данные задачи

Показатель	2005 г.	2006 г.	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.
Потребление, тыс. долл.	300	310	325	340	350	370	385
Личные доходы, тыс. долл.	335	340	360	378	400	417	430

Задание

1. Постройте уравнение линейной регрессии, используя метод первых разностей.

2. Охарактеризуйте тесноту связи между рядами по их уровням, по первым разностям. Сделайте выводы.

Задача 19

По данным за 30 лет изучается зависимость рентабельности продукции компании y_t (%) от численности занятых ручным трудом x_t (чел.). Были получены следующие варианты уравнений регрессии:

а) по уровням временных рядов:

$У_t = 2 - 0,5Xt + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0,9025 \quad d = 0,8;$

б) по первым разностям уровней:

$\Delta У_t = 3 + 0,10\Delta X_t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0,49 \quad d = 1,2;$

в) по вторым разностям уровней:

$\Delta^2 У_t = 15 - 0,062\Delta^2 X_t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0,7225 \quad d = 2,1;$

г) по уровням рядов с включением фактора времени:

$У_t = -7 - 0,02X_t + 0,3t + \varepsilon_t$ $\quad R^2 = 0,95 \quad d = 2,2.$

$t_ф = \quad -(3,1) \quad (3,7)$

В табл. 29 приведены известные коэффициенты автокорреляции первого порядка.

Таблица 29

Исходные данные задачи

Ряд	По уровням ряда	По первым разностям уровней ряда	По вторым разностям уровней ряда
x_t	0,99	0,80	0,05
$У_t$	0,86	0,86	0,10

Задание

1. Определите коэффициенты корреляции по уровням временных рядов, по первым разностям временных рядов и по вторым разностям временных рядов. Охарактеризуйте тесноту связи между временными рядами рентабельности продукции и численности занятых ручным трудом. Обоснуйте ваш выбор одной из мер тесноты связи.

2. Исследуйте полученные уравнения регрессии на автокорреляцию в остатках.

3. Выберите наилучшее уравнение регрессии и дайте интерпретацию его параметров.

Задача 20

Имеются данные за десять лет (2007-2016 гг.) о производительности труда и электровооруженности труда на одном из предприятий промышленности области (табл. 30).

Таблица 30

Исходные данные задачи

Показатель	2007 г.	2008 г.	2009 г.	2010 г.	2011 г.	2012 г.	2013 г.	2014 г.	2015 г.	2016 г.
Среднегодовая выработка продукции на 1 рабочего,	28,7	31,7	31,7	32,6	33,9	31,2	33,3	42,6	46,0	49,9
Электровооруженность, кВт•ч/чел.-ч, *x*	3,33	3,39	3,50	3,63	3,81	3,84	3,88	4,07	4,12	4,17

Результаты аналитического выравнивания привели к следующим уравнениям трендов для каждого из рядов:

а) для временного ряда производительности труда:

$$y_t = 33{,}19 + 1{,}04 \cdot t + 0{,}09 \cdot t^2 \ (t = -9,-7,-5,-3,-1, 1,3, 5,7,9);$$

б) для временного ряда электровооруженности:

$$x_t = 3{,}774 + 0{,}049 \cdot t \ (t = -9,-7,-5,-3,-1, 1,3, 5, 7, 9).$$

Задание

1. Определите коэффициент корреляции между временными рядами, используя непосредственно исходные уровни, первые разности для электровооруженности и вторые разности для производительности труда, отклонения от основной тенденции.

2. Объясните различия полученных результатов.

3. Рассчитайте коэффициент автокорреляции внутри каждого временного ряда.

Задача 21

На основе данных за последние 20 лет изучается зависимость между уровнем дивидендов по обыкновенным акциям y (%) от прибыли компании x (тыс. долл.). Имеется следующая информация:

1. результаты аналитического выравнивания рядов:

тренд в форме параболы второго порядка

а) для ряда $У_t$: $У_t = 0{,}8 + 0{,}3t - 0{,}05t^2$, ($R^2 = 0{,}95$);

б) для рядах X_t: $У_t = 3 - 0{,}65t- 0{,}01t^2$, ($R^2 = 0{,}85$);

линейные тренды

а) для ряда: $У_t$: $У_t = 2 + 0{,}05\ t$ ($R^2 = 0{,}38$);

б) для ряда X_t: $У_t = 0{,}65 + 0{,}8\ t$ ($R^2 = 0{,}24$);

(R^2 - коэффициент детерминации);

2. коэффициенты корреляции:

по исходным данным уровням рядов - 0,98;

по отклонениям от трендов в форме параболы второго порядка - 0,78;

по отклонениям от линейных трендов - 0,45; по первым разностям - 0,42;

по вторым разностям - 0,84.

Задание

1. Есть ли взаимосвязь между исследуемыми временными рядами? Если есть, укажите ее количественную характеристику (характеристики). Ответ обоснуйте.

2. Поясните причины различий полученных мер тесноты связи.

Задача 22

Администрация торговой фирмы интересуется, есть ли взаимосвязь между объемом продаж и удельным весом женщин среди работников компании. Для этого были собраны данные за последние девять лет (табл. 31).

Таблица 31

Исходные данные задачи

Показатель	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Объем продаж, тыс. долл., y_t	378	385	393	403	414	428	444	462	481
Удельный вес женщин среди работников компании, % ,x_t	25	24	27	30	31	29	31	33	34

Известны также следующие данные: $\sum У_t = 3788$, $\sum У^2_t = 1604488$, $\sum X_t = 264$, $\sum X^2_t = 78388$, $\sum У_t X_t = 112001$.

Уравнения трендов для каждого из рядов составили:

а) для ряда x_t

$x_t = 23{,}5 + 1{,}17\ t;$

б) для ряда y_t

$y_t = 374{,}14 + 3{,}33\ t + 0{,}95\ t^2$

Задание

1. Определите коэффициент корреляции между изучаемыми рядами по их уровням.

2. Определите коэффициент корреляции между изучаемыми рядами по отклонениям от указанных выше линейного и параболического трендов соответственно.

3. Выбрав одну из полученных мер в пп. 1 и 2, охарактеризуйте тесноту связи между временными рядами объемов продаж и долей женщин среди работников компании. Обоснуйте ваш выбор.

Задача 23

Имеются данные об экспорте и импорте Германии, млрд. долл. США, за 1985-1996 гг. (табл. 32).

Таблица 32

Исходные данные задачи

Год	Экспорт	Импорт	Год	Экспорт	Импорт
1985	184	158	1991	403	390
1986	243	191	1992	422	402
1987	294	228	1993	382	346
1988	323	280	1994	430	385
1989	341	270	1995	524	464
1990	410	346	1996	521	456

Задание

1. Постройте график одновременного движения экспорта и импорта Германии.

2. Постройте по каждому ряду тренды и выберите лучший из них.

3. Постройте уравнение регрессии и оцените тесноту и силу связи двух рядов (по отклонениям от тренда и по множественной регрессионной модели с включением в нее фактора времени).

4. Выполните прогноз уровней одного ряда исходя из его связи с уровнями другого ряда.

5. Прогнозные значения уровней ряда и доверительный интервал прогноза нанесите на график.

Задача 24

В табл. 33 указаны остатки регрессии.

Таблица 33

Исходные данные задачи

Год	Остатки	Год	Остатки	Год	Остатки
1980	-0,7	1984	0	1988	0,0
1981	0	1985	0,3	1989	0,3
1982	-0,2	1986	-0,1	1990	0,3
1983	0,9	1987	-0,1	1991	-0,1

Задание

1. Оцените автокорреляцию остатков.

2. Примените критерий Дарбина - Уотсона и сделайте выводы относительно рассматриваемой регрессии.

Задача 25

Рассмотрите следующие модели регрессии, описывающие динамику заработной платы:

модель А $W_t = 8,56 + 0,36P_t + 0,74P_{t-1} + 0,24P_{t-1} - 2,53Un_t + \varepsilon_t$

(t $_{\text{факт}}$) (2,3) (3,7) (2,8) (-4,1)

$R^2 = 0{,}9$ $\qquad$ $d = 1{,}7;$

модель Б $\qquad$ $W_t = 9{,}01 + 0{,}32P_t - 2{,}70\, Un_t + 0{,}2W_{t-1} + \varepsilon_t$

$(t_{\text{факт}}) \qquad (3{,}5) \qquad (-4{,}7) \qquad (2{,}7)$

$R^2 = 0{,}85$ $\qquad$ $d = 2{,}1,$

где W_t - средняя заработная плата в году t,

P_t - индекс цен в году I (в процентах по сравнению с базисным периодом);

Un_t - уровень безработицы в году t.

Исходные данные по W_t , P_t и Un_t были собраны за 30 лет (данные погодичные).

Задание

1. Используя модель А, охарактеризуйте силу связи между изменением цен и уровнем средней заработной платы.

2. Используя модель Б, охарактеризуйте силу связи между изменением цен и уровнем средней заработной платы.

3. Что вы можете сказать относительно автокорреляции в остатках по моделям А и Б? Ответ обоснуйте.

4. Какая из двух моделей лучше? Ответ обоснуйте.

Задача 26

Изучается зависимость объема ВВП Y_t (млрд. долл.) от уровня прибыли в экономике x_t (млрд. долл.) по данным за 30 лет. Была получена следующая модель:

$$Y_t = -5 + 1{,}5\, X_t + 2X_{t-1} + 4\, X_{t-2} + 2{,}5\, X_{t-3} + 2\, X_{t-4} + \varepsilon_t.$$

$$(2{,}2) \qquad (2{,}3) \qquad (2{,}5) \qquad (2{,}3) \qquad (2{,}4)$$

$R^2 = 0{,}9$ $\qquad$ $d = 2{,}65$

В скобках указаны значения t–критерия для коэффициентов регрессии.

Задание

1. Проанализируйте результаты регрессионного анализа: определите краткосрочный и долгосрочный мультипликаторы, охарактеризуйте структуру лага.

2. Перечислите основные экономические проблемы, возникающие при построении моделей с распространённым лагом.

Задача 27

По результатам изучения зависимости удельных постоянных затрат (коп.) от инвестиций в НИОКР (млн. руб.) по некоторому виду продукции администрация компании получила следующую модель по данным за последние 38 лет:

$$Y_1 = 231 - 0{,}2\ X_{t-1} - 0{,}15\ X_{t-2} - 0{,}5\ X_{t-3} + u_t,\ R^2 = 0{,}87$$

Задание

1. Каковы ваши предположения относительно структуры лага в этой модели?

2. Дайте интерпретацию параметров этой модели.

Задача 28

Предположим, по данным о динамике показателей сбережений населения и дохода в городе была получена модель авторегрессии, описывающая зависимость сбережений в среднем на душу населения за год S_t (млн. руб.) от среднедушевого совокупного годового дохода Y_t (млн руб.) и сбережений предшествующего года S_{t-1}

$$S_t = -53 + 0{,}12Y_t + 0{,}03S_{t-1} + \varepsilon_t$$

Задание

Определите краткосрочную и долгосрочную склонность к накоплению.

Задача 29

Исследуя зависимость капитальных расходов от капитальных ассигнований, Ш. Алмон получила следующую модель.

$$\hat{E}_t. =0{,}048A_t+ 0{,}099\, A_{t-1}+ 0{,}141\, A_{t-2}+ 0{,}165\, A_{t-3}+ 0{,}167\, A_{t-4}+0{,}146\, A_{t-5}+$$

$$(0{,}023)\quad (0{,}016)\quad (0{,}013)\quad (0{,}023)\quad (0{,}023)\quad (0{,}013)$$

$$+0{,}105\, A_{t-6}+0053\, A_{t-7}- 283\, S_{1t}+13\, S_{2t}-50\, S_{3t}+3205\, S_{4t}$$

$$(0{,}016)\quad (0{,}024)$$

$$n = 36, \qquad R^2=0{,}92 \qquad d= 0{,}89$$

(в скобках указаны стандартные ошибки для коэффициентов регрессии),

где E_t - капитальные расходы в квартале t (млн. долл.);

A_t - капитальные ассигнования в квартале t (млн. долл.);

S_{kt} - фиктивная переменная, равная 1 в квартале k и равная 0 в остальных кварталах, k = 1÷4 (Алмон построила уравнение с константой и тремя фиктивными племенными, а затем определила коэффициент регрессии при четвертой фиктивной переменной таким образом, чтобы сумма всех четырех коэффициентов и константы была равна 0).

Задание

1. Охарактеризуйте структуру лага графически.

2. Рассчитайте относительные коэффициенты в этой модели и дайте количественную характеристику структуры лага. Определите средний и медианный лаг.

3. Выпишите краткосрочный, промежуточные и долгосрочный мультипликаторы в данной модели. Поясните смысл этих показателей.

Задача 30

В табл. 34 приводятся данные об уровне производительности труда (выпуск продукции в среднем за 1 ч, % к уровню 1982г.) по экономике США (X) и среднечасовой заработной плате в экономике США (У), в сопоставимых ценах 1982 г., долл., в 1960-1990 гг.

Таблица 34

Исходные данные задачи

Год	X	Y	Год	X	Y	Год	X	Y
1960	65,6	6,79	1970	87,0	8,03	1980	98,6	7,78
1961	68,1	6,88	1971	90,2	8,21	1981	99,9	7,69
1962	70,4	7,07	1972	92,6	8,53	1982	100,0	7,68
1963	73,3	7,17	1973	95,0	8,55	1983	102,2	7,79
1964	76,5	7,33	1974	93,3	8,28	1984	104,6	7,80
1965	78,6	7,52	1975	95,5	8,12	1985	106,1	7,77
Год	X	Y	Год	X	Y	Год	X	Y
1966	81,0	7,62	1976	98,3	8,24	1986	108,3	7,81
1967	83,0	7,72	1977	99,8	8,36	1987	109,4	7,73
1968	85,4	7,89	1978	100,4	8,40	1988	110,4	7,69
1969	85,9	7,98	1979	99,3	8,17	1989	109,5	7,64
						1990	109,7	7,53

Задание

1. Оцените обычным МНК параметры модели с распределенным лагом, характеризующей зависимость заработной платы от производительности труда, при величине лага 2, 3 и 4. Проанализируйте полученные результаты.

2. Оцените параметры этой же модели при величине лага 3 и 4 в предположении полиномиальной структуры лага (в качестве функции, описывающей структуру лага, выберите полином второй степени). Проанализируйте полученные результаты. Сравните их с результатами, полученными вами в п.1. Сделайте выводы.

Задача 31

Имеются данные о динамике оборота розничной торговли и потребительских цен региона за 2008-2009 гг. (табл. 34).

Таблица 34

Исходные данные задачи

Месяц	Оборот розничной торговли, % к предыдущему месяцу	Индекс потребительских цен, % к предыдущему месяцу
1	2	3
Январь	70,8	101,7
Февраль	98,7	101,1
Март	97,9	100,4
Апрель	99,6	100,1
Май	96,1	100,0
Июнь	103,4	100,1
Июль	95,5	100,0
Август	102,9	105,8
Сентябрь	77,6	145,0
Октябрь	102,3	99,8
Ноябрь	102,9	102,7
Декабрь	123,1	109,4
Январь	74,3	110,0
Февраль	92,9	106,4
Март	106,0	103,2
Апрель	99,8	103,2
Май	105,2	102,9
Июнь	99,7	100,8
Июль	99,7	101,6
Август	107,9	101,5
Сентябрь	98,8	101,4
Октябрь	104,6	101,7
Ноябрь	106,4	101,7
Декабрь	122,7	101,2

Задание

1. Постройте автокорреляционную функцию каждого временного ряда. Охарактеризуйте структуру рядов.

2. Используя метод Алмон, оцените параметры модели с распределенным лагом. Длину лага выберите не более 4, степень аппроксимирующего полинома – не более 3. Оцените качество построенной модели.

3. Используя метод Койка, оцените параметры модели с распределенным лагом. Длину лага выберите не более 4.

4. Сравните результаты, полученные в п. 2 и 3.

Задача 32

Динамика объема платных услуг населению региона по кварталам 1996-1999 гг. характеризуется данными, представленными в табл. 35.

Таблица 35

Исходные данные задачи

Квартал	Объем платных услуг населению, млн. руб.	Квартал	Объем платных услуг населению, млн. руб.
1	2428	9	3528
2	2010	10	3838
3	2981	11	3916
4	3074	12	4142
5	2893	13	4441
6	3198	14	5583
7	3250	15	6230
8	3495	16	6497

Задание:

1. Постройте автокорреляционную функцию временного ряда.

2. Охарактеризуйте структуру этого ряда.

Задача 33

Динамика выпуска продукции за 1986-1997 гг. представлена в таблице 36.

Таблица 36

Исходные данные задачи

Год	Выпуск продукции, ед.	Год	Выпуск продукции, ед.	Год	Выпуск продукции, ед
1986	25	1990	30	1994	40
1987	27	1991	35	1995	42
1988	30	1992	33	1996	45
1989	29	1993	40	1997	44
Σ	111	-	138	-	171

Задание.

1. Постройте уравнение авторегрессии с лагом в 2 года.

2. Измерьте автокорреляцию остатков и сделайте выводы.

В расчетах используйте следующие данные:

$$\sum y_t y_{t-2}=12486, \sum y^2_{t-2}=11273.$$

Задача 34

Динамика цен на товар А по кварталам характеризуется следующими данными:

Таблица 37

Исходные данные задачи

t	1	2	3	4	5	…	20	21	22	23	24
y_t	2	3	3	6	4	…	15	12	13	13	14

Получены коэффициенты автокорреляции уровней временного ряда:

$r_1 =$ 0, 87025

$r_2 =$ 0, 76579

$r_3 =$ 0, 79343

$r_4 =$ 0, 82278

$r_5 =$ 0, 77790

$r_6 =$ 0, 67833

r_i - коэффициенты автокорреляции i-го порядка.

Задание

1. Постройте два лучших уравнения авторегрессии первого порядка. Оцените значимость полученных уравнений.

2. Постройте два лучших уравнения авторегрессии второго порядка. Для оценки параметров регрессии используйте МНК.

3. Постройте прогноз на 25-й квартал по уравнению авторегрессии второго порядка.

В расчетах используйте следующие данные:

при n =24, $\sum y_t = 186$, $\sum y_t^2 = 1794$;

при лаге *(t-4)* $n = 20$, $\sum y_t y_{t-1} = 1617$, $\sum y_t y_{t-4} = 1359$, $\sum y_{t-1} y_{t-4} = 1271$, $\sum y^2_{t-1} = 1576$, $\sum y^2_{t-4} = 1116$.

Задания для задач 35-42.

1. Найдите коэффициенты автокорреляции разного порядка и выберите величину лага.
2. Постройте авторегрессионную функцию.
3. Рассчитайте прогнозные значения на три года вперед.

Задача 35

В табл. 38 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на какао-бобы из Бразилии, амер. центы за фунт.

Таблица 38

Исходные данные задачи

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	29,4	1977	183,5	1984	105,3	1991	47,5
1971	23,5	1978	153,5	1985	94,9	1992	45,0
1972	26,2	1979	140,7	1986	92,0	1993	44,5
1973	48,5	1980	107,1	1987	83,9	1994	55,9
1974	73,4	1981	87,5	1988	72,7	1995	60,5
1975	56,6	1982	68,3	1989	56,9	1996	64,1
1976	77,0	1983	83,1	1990	49,1	1997	71,0

Задача 36

В табл. 39 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на рис из Тайланда на рынках Бангкока, амер. доллары на метрическую тонну.

Таблица 39

Исходные данные задачи

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	143	1977	272	1984	252	1991	287
1971	130	1978	369	1985	217	1992	291
1972	150	1979	334	1986	210	1993	237
1973	296	1980	434	1987	229	1994	269
1974	542	1981	483	1988	302	1995	321
1975	363	1982	293	1989	320	1996	338
1976	254	1983	277	1990	270	1997	303

Задача 37

В табл. 40 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на говядину из США на рынках Нью-Йорка, амер. центы за фунт.

Таблица 40

Исходные данные задачи

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	41	1977	51	1984	97	1991	90
1971	42	1978	71	1985	89	1992	90
1972	49	1979	92	1986	77	1993	93
1973	64	1980	87	1987	81	1994	87
1974	53	1981	86	1988	82	1995	84
1975	44	1982	99	1989	87	1996	85
1976	52	1983	96	1990	94	1997	86

Задача 38

В табл. 41 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на каучук из Малайзии на рынках Сингапура, амер. центы за фунт.

Таблица 41

Исходные данные задачи

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	18,5	1977	36,9	1984	43,4	1991	37,5
1971	15,1	1978	44,7	1985	34,4	1992	39,1
1972	15,1	1979	57,3	1986	36,6	1993	37,7
1973	30,8	1980	64,6	1987	44,7	1994	51,1
1974	34,1	1981	50,9	1988	53,7	1995	71, 7
1975	25,4	1982	38,9	1989	44,0	1996	63,6
1976	35,1	1983	48,3	1990	39,2	1997	46,2

Задача 39

В табл. 42 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на каучук, поступивший на рынки Нью-Йорка из всех источников, амер. центы за фунт.

Таблица 42

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	21,1	1977	41,5	1984	49,6	1991	47,6
1971	18,0	1978	49,9	1985	41,8	1992	46,6
1972	18,1	1979	64,2	1986	41,2	1993	47,3
1973	35,1	1980	73,4	1987	44,1	1994	48,9
1974	39,7	1981	56,9	1988	48,8	1995	56,7
1975	29,8	1982	45,3	1989	48,7	1996	54,8
1976	39,5	1983	56,1	1990	50,2	1997	53,5

Задача 40

В табл. 43 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на мировых рынках на шерсть из Новой Зеландии, амер. центы за фунт.

Таблица 43

Исходные данные задачи

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	73,8	1977	256,4	1984	230,7	1991	249,3
1971	72,6	1978	249,6	1985	234,9	1992	242,9
1972	106,9	1979	300,4	1986	248,5	1993	234,3
1973	237,5	1980	316,7	1987	333,0	1994	287,9
1974	214,7	1981	274,6	1988	403,2	1995	356,2
1975	147,6	1982	239,7	1989	386,3	1996	348,3
1976	202,9	1983	221,9	1990	341,5		

Задача 41

В табл. 44 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на мировых рынках на немытую шерсть из Австралии, амер. центы за килограмм.

Таблица 44

Исходные данные задачи

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	98,2	1977	227,0	1984	282,0	1991	307,5
1971	79,7	1978	234.8	1985	258,5	1992	302,6
1972	117,8	1979	259,6	1986	259,5	1993	240,4
1973	305,1	1980	302,5	1987	343,2	1994	323,2
1974	251,9	1981	328,5	1988	567,1	1995	395,8
1975	182,4	1982	306.5	1989	520,	1996	325,7
1976	197,9	1983	269,3	1990	446,6	1997	358,5

Задача 42

В табл. 45 приводятся сведения об уровне среднегодовых цен на рис из Таиланда на рынках Бангкока, амер. центы за метрическую тонну.

Таблица 45

Исходные данные задачи

Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена	Год	Цена
1970	143,0	1977	272,4	1984	252,3	1991	287,1
1971	130,3	1978	368,5	1985	217,4	1992	291,0
1972	149,9	1979	334,3	1986	210,2	1993	237,3
1973	296,6	1980	433,7	1987	229,8	1994	269,5
1974	541,5	1981	482,8	1988	301,5	1995	320,8
1975	363,2	1982	293,4	1989	320,3	1996	338,1
1976	254,1	1983	276,8	1990	270,2	1996	302,7

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Елисеева И.И. Практикум по эконометрике [Текст]: учебное пособие / И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Н.М. Гордеенко и др. – М.: Финансы и статистика, 2003. – 192 с.

2. Елисеева И.И. Эконометрика [Текст]: учебное пособие / И.И. Елисеева, С.В. Курышева, Н.М. Гордеенко и др. – М.: Финансы и статистика, 2002. – 344 с.

3. Тимофеева Н.Ю. Оптимизация прогнозного бюджета оборотных средств предприятия с использованием облигационного портфеля / Н.Ю. Тимофеева, Л.П. Яновский // Финансы и кредит. – М., 2011. – № 13 (445). – С. 31-45.

4. Тимофеева Н.Ю. Практикум по построению Экономико-математических моделей управления производством / Н.Ю. Тимофеева. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2014. – 83 с.

5. Тимофеева Н.Ю. Практикум по построению Экономико-математических моделей прогнозирования деятельности предприятия (на основе нелинейного программирования) / Н.Ю. Тимофеева. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2015. – 53 с.

6. Тимофеева Н.Ю. Управление денежными потоками предприятий: проблемы и методы [Текст]: монография / В.И. Тинякова, Н.Ю. Тимофеева // Вестник Саратовского Государственного Социально-Экономического Университета. – Саратов: ФГБОУВПО «Саратовский государственный социально-экономический университет», 2013. – № 2(46). – С. 93-98.

7. Эддоус М. Методы принятия решений [Текст]: учеб. пособие / М. Эддоус, Р. Стенсфилд. – М.: Аудит, ЮНИТИ, 2007.

8. Экономическое моделирование в Microsoft Excel [Текст]: учеб. пособие / Мур, Джеффри, Уэдерфорд, Ларри Р, и [др.]. – 6-е изд. / Пер. с англ. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2004. – 1024 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

СТАТИСТИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТАБЛИЦЫ

Таблица 1

Таблица значений F-критерия Фишера при уровне значимости α=0,05

k_2 \ k_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,45	199,50	215,72	224,57	230,17	233,97	238,89	243,91	249,04	254,32
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,74	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
35	4,12	3,26	2,87	2,64	2,48	2,37	2,22	2,04	1,83	1,57
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
45	4,06	3,21	2,81	2,58	2,42	2,31	2,15	1,97	1,76	1,48
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	2,13	1,95	1,74	1,44
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
70	3,98	3,13	2,74	2,50	2,35	2,23	2,07	1,89	1,67	1,35

Продолжение таблицы 1

k_1 / k_2	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
80	3,96	3,11	2,72	2,49	2,33	2,21	2,06	1,88	1,65	1,31
90	3,95	3,10	2,71	2,47	2,32	2,20	2,04	1,86	1,64	1,28
100	3,94	3,09	2,70	2,46	2,30	2,19	2,03	1,85	1,63	1,26
125	3,92	3,07	2,68	2,44	2,29	2,17	2,01	1,83	1,6	1,21
150	3,90	3,06	2,66	2,43	2,27	2,16	2,00	1,82	1,59	1,18
200	3,89	3,04	2,65	2,42	2,26	2,14	1,98	1,80	1,57	1,14
300	3,87	3,03	2,64	2,41	2,25	2,13	1,97	1,79	1,55	1,10
400	3,86	3,02	2,63	2,40	2,24	2,12	1,96	1,78	1,54	1,07
500	3,86	3,01	2,62	2,39	2,23	2,11	1,96	1,77	1,54	1,06
1000	3,85	3,00	2,61	2,38	2,22	,2,10	1,95	1,76	1,53	1,03
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

Таблица 2.

Критические значения t-критерия Стьюдена при уровне значимости

0,10 0,05 0, 01 (двухсторонний)

Число степеней свободы d. f.	α			Число степеней свободы d. f.	α		
	0,10	0,05	0,01		0,010	0,05	001
1	6,3138	12,706	63,657	18	1,7341	2,1009	2,8784
2	2,9200	4,3027	9,9248	19	1,7291	2,0930	2,8609
3	2,3534	3,1825	5,8409	20	1,7247	2,0860	2,8453
4	2,1318	2,7764	4,6041	21	1,7207	2,0796	2,8314
5	2,0150	2,5706	4,0321	22	1,7171	2,0739	2,8188
6	1,9432	2,4469	3,7074	23	1,7139	2,0687	2,8073
7	1,8946	2,3646	3,4995	24	1,7109	2,0639	2,7969
8	1,8595	2,3060	3,3554	25	1,7081	2,0595	2,7874
9	1,8331	2,2622	3,2498	26	1,7056	2,0555	2,7787
10	1,8125	2,2281	3,1693	27	1,7033	2,0518	2,7707
11	1,7959	2,2010	3,1058	28	1,7011	2,0484	2,7633
12	1,7823	2,1788	3,0545	29	1,6991	2,0452	2,7564
13	1,7709	2.1604	3,0123	30	1,6973	2,0432	2,7500
14	1,7613	2,1448	2,9768	40	1,6839	2,0211	2,7045
15	1,7530	2,1315	2,9467	60	1,6707	2,0003	2,6603
16	1,7459	2,1199	2,9208	120	1,6577	2,9799	2,6174
17	1,7396	2,1098	2,8982	∞	1,6449	2,9600	2,5758

Таблица 3.

Критические значения корреляции для уровневой значимости 0,05 и 0,01

d.f.	a = 0,05	a = 0.01	d.f.	a = 0.05	a = 0.01
1	0,996917	0,9998766	17	0,4555	0,5751
2	0,95000	0,99000	18	0,4438	0,5614
3	0,8783	0,95873	19	0,4329	0,5487
4	0,8114	0,91720	20	0,4327	0,5368
5	0,7545	0,8745	25	0,3809	0,4869
6	0,7067	0,8343	30	0,3494	0,4487
7	0,6664	0,7977	35	0,3246	0,4182
8	0,6319	0,7646	40	0,3044	0,3932
9	0,6021	0,7348	45	0,2875	0,3721
10	0,5760	0,7079	50	0,2732	0,3541
11	0,5529	0,6835	60	0,2500	0,3248
12	0,5324	0,6614	70	0,3219	0,3017
13	0,5139	0,6411	80	0,2172	0,2830
14	0,4973	0,6226	90	0,2050	0,2673
15	0,4821	0,6055	100	0,1946	0,2540
16	0,4683	0,5897			

Для простой корреляции d f на 2 меньше, чем число пар вариантов; в случае частной корреляции необходимо также вычесть число исключаемых переменных.

Таблица 4.

Значение статистик Дарбина – Уотсона d d ghb 5%-ном уровне значимости

N	$k^1 = 1$		$k^1 = 2$		$k^1 = 3$		$k^1 = 4$		$k^1 = 5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
6	0,61	1,40	-	-	-	-				
7	0,70	1,36	0,47	1,90	-	-				
8	0,76	1,33	0,56	1,78	0,37	2,29				
9	0,82	1,32	0,63	1,70	0,46	2,13				
10	0,88	1,32	0,70	1,64	0,53	2,02				
11	0,93	1,32	0,66	1,60	0,60	1,93				
12	0,97	1,33	0,81	1,58	0,66	1,86				
13	1,01	1,34	0,86	1,56	0,72	1,82				
14	1,05	1,35	0,91	1,55	0,77	1,78				

Продолжение таблицы 4

n	$k^1 = 1$		$k^1 = 2$		$k^1 = 3$		$k^1 = 4$		$k^1 = 5$	
	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U	d_L	d_U
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,93	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	1,68	0,86	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,89
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,66	1,14	1,74	1,07	1,83

Учебно-методическое издание

Наталья Юрьевна Тимофеева

ПРАКТИКУМ ПО ЭКОНОМЕТРИКЕ: СИСТЕМА ЭКОНОМИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ. ВРЕМЕННЫЕ РЯДЫ

Учебно-методическое пособие

Технический редактор – О. А. Ядыкина
Книга издается в авторской редакции

Лицензия на издательскую деятельность
ИД № 06146. Дата выдачи 26.10.01.
Формат 60 х 84 /16. Гарнитура Times. Печать трафаретная.
Печ.л. 5,6 Уч.-изд.л. 5,2
Электронная версия

Размещено на сайте: http://elsu.ru/kaf/eeam/edu
Заказ 35

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1