**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования**

**«Елецкий государственный университет им.И.А.Бунина»**

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

ПРИ ПРИЕМЕ НА ОБУЧЕНИЕ ПО ПРОГРАММАМ БАКАЛАВРИАТА

**МАТЕМАТИКА**

Елец-2021

Программа разработана на основе ФГОС среднего общего образования.

Программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта по разделам курса и рекомендуемую последовательность изучения тем и разделов учебного предмета, учитывая межпредметные и внутрипредметные связи, логику учебного процесса.

Курс математики направлен на формирование у поступающих знаний о числе, его свойствах, о функциональных зависимостях и их свойствах, геометрических фигурах и телах и их свойствах.

Поступающие должны владеть системой математических знаний, умений и навыков, необходимых для дальнейшего изучения математики и смежных учебных дисциплин, решения практических задач; иметь сформированное логическое мышление пространственного воображения, устную и письменную математическую речь; владеть навыками вычислений, алгебраических преобразований, решения уравнений и неравенств, а также владеть инструментальными и графическими навыками.

Поэтому в программу включены следующие содержательные линии курса: «Алгебра», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Тригонометрия», «Начала математического анализа», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей».

1. **Содержание программы**

**Алгебра**

1. Множество натуральных, целых, рациональных и действительных чисел. Операции сложения, вычитания, умножения, деления; их свойства.

2. Числовые промежутки. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.

3. Числовые выражения. Выражения с переменными. Тождественно равные выражения.

4. Формулы сокращённого умножения:

*(а + b)2 = a2+ 2ab + b2; (a – b)(a + b) = a2 – b2;*

*(а ± b)3 = a3 ± 3a2b + 3ab2 ± b3*;

*a3+ b3 = (a + b)(a2- ab + b2); a3- b3 = (a - b)(a2+ ab + b2).*

5. Степень с натуральным показателем. Корень n-степени из действительного числа и его свойства. Арифметический корень.

6. Степень с рациональным показателем.

7. Степень с действительным показателем.

8. Одночлен и многочлен. Стандартный вид многочлена. Приведение подобных членов. Разложение многочлена на множители. Умножение многочлена на многочлен.

9. Многочлен с одной переменной. Корень многочлена.

10. Логарифмы. Понятие логарифма. Основное логарифмическое тождество. Логарифмы частного, произведения, степени. Формула перехода от одного основания логарифма к другому.

**Функции**

1. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения, область значений функции.

2. Функция, обратная данной.

3. Возрастание и убывание функции. Чётность, нечётность, периодичность.

4. График функции. Простейшие преобразования графиков.

5. Определения, основные свойства и графики функции:

1) *y(x) = ax + b*; 2) *y(x) = ax2 + bx + c*; 3) *y(x) = axn, n* – рациональное;

4) *y(x) = ax (a > 0, a ≠ 1);* 5) *y(x) = loga(x) (a > 0, a ≠ 1);*

6) *y(x) = nх , n* – действительное.

**Уравнения и неравенства**

1. Уравнение. Корень (решение) уравнения. Равносильные уравнения. Уравнение-следствие.

2. Решение линейных уравнений с одним неизвестным.

3. Решение квадратных уравнений. Теорема Виета. Разложение квадратного трёхчлена на линейные множители.

4. Решение алгебраических уравнений, сводящихся к квадратным.

5. Числовые неравенства и их свойства.

6. Неравенства с одним неизвестным. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства.

7. Решение линейных неравенств с одним неизвестным.

8. Решение квадратных неравенств.

9. Решение рациональных и дробно-рациональных неравенств. Метод интервалов.

10. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

11. Решение иррациональных уравнений и неравенств.

12. Решение показательных уравнений и неравенств.

13. Решение логарифмических уравнений и неравенств.

14. Системы уравнений и неравенств. Множество решений системы. Равносильные системы.

15. Решение и исследование системы двух линейных уравнений с двумя неизвестными.

16. Решение нелинейных алгебраических уравнений методом подстановки, разложением уравнений на множители.

17. Решение систем логарифмических и показательных уравнений и неравенств.

18. Графический метод решения уравнений и неравенств и систем уравнений и неравенств.

19. Решение задач на составление уравнений и систем уравнений (задачи на движение, совместную работу, проценты, смеси).

20. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы *n-*го члена и суммы первых *n*-членов арифметической прогрессии. Формула *n*-го члена и суммы первых *n*-членов геометрической прогрессии. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии.

**Геометрия**

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная, длина отрезка. Свойства точек, равноудалённых от концов отрезка.

2. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы.

3. Параллельные прямые.

4. Преобразования фигур. Симметрия, виды симметрии. Преобразование подобия и его свойства.

5. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали. Сумма внутренних углов многоугольника.

6. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Признаки равенства треугольников. Виды треугольников. Сумма внутренних углов треугольников. Свойства равнобедренного треугольника. Свойство отрезков, на которые биссектриса делит противоположную сторону. Центр тяжести треугольника.

7. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора.

8. Четырёхугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция. Признаки параллелограмма. Формула, связывающая длины сторон и диагоналей параллелограмма.

9. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус.

10. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла.

11. Площадь круга и площадь сектора.

12. Центральные и вписанные углы и их измерение.

13. Касательная к окружности и её свойства.

14. Окружность, вписанная в треугольник и описанная около него.

15. Свойства сторон четырёхугольника, описанного около окружности.

16. Свойство углов четырёхугольника, вписанного в окружность.

17. Величина угла, образованного касательной и хордой.

18. Величина угла между двумя хордами, пересекающимися внутри окружности.

19. Формулы площади треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.

20. Подобие. Подобные фигуры.

21. Признаки подобия треугольников и многоугольников.

22. Отношение площадей подобных фигур.

23. Векторы. Линейные операции над векторами. Разложение вектора по координатным векторам.

24. Скалярное произведение векторов и его свойства. Нахождение угла между векторами.

25. Преобразования движения.

26. Формула расстояния между двумя точками. Задание вектора начальной и конечной точками. Уравнение окружности и сферы.

27. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.

28. Параллельность прямой и плоскости. Скрещивающиеся прямые.

29. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости.

30. Параллельность плоскостей.

31. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.

32. Многогранники. Их вершины, рёбра, грани, диагонали.

33. Прямая и наклонная призмы.

34. Пирамида.

35. Правильная призма и правильная пирамида.

36. Параллелепипеды и их виды.

37. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар.

38. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.

39. Формула объема параллелепипеда.

40. Формулы площади поверхности и объёма призмы.

41. Формулы площади поверхности и объёма пирамиды.

42. Формулы площади поверхности и объёма цилиндра.

43. Формулы площади поверхности и объёма конуса.

44. Формулы объёма шара и его частей. Формула площади сферы.

45. Усечённая пирамида, её объём и площадь боковой поверхности.

46. Усечённый конус, его объём и площадь боковой поверхности.

47. Комбинации вписанных и описанных тел и фигур: площади и объёмы.

**Тригонометрия**

1. Определение и свойства функций: *y(x) = sin(x), y(x) = cos(x), y(x) = tg(x), y(x) =ctg(x)* и их графики.

2. Обратные функции для монотонных функций. Главные значения: *y(x)=arcsin(x)*, *y(x) = arccos(x), y(x) = arctg(x), y(x) = arcctg(x)* и их графики.

3. Основные тригонометрические тождества: *sin2(x)+cos2(x)=1, tg(x)∙ctg(x)=1, 1+tg2(x)= 1/cos2(x), 1 + ctg2(x) = 1/sin2(x).*

4. Формулы приведения.

5. Чётность и нечётность тригонометрических функций.

6. Нахождение периода функций: *y(x) = sin(x), y(x) = cos(x), y(x) = tg(x), y(x)=ctg(x)*.

7. Формулы сложения: синус, косинус, тангенс и котангенс суммы и разности двух аргументов.

8. Преобразование в произведение сумм: *sin(x)±sin(y), cos(x)±cos(y), tg(x)±tg(y), ctg(x)±ctg(y).*

9. Преобразование произведений *sin(x)sin(y), sin(x)cos(y), cos(x)cos(y)* в суммы.

10. Тригонометрические функции двойного аргумента. Выражение *sin(2x) и cos(2x)* через *tg(x).*

11. Выражение *sin(x/2), cos(x/2), tg(x/2)* и *ctg(x/2)* через *sin(x)* и *cos(x).*

12. Теорема синусов.

13. Теорема косинусов.

14. Решение прямоугольных треугольников.

15. Решение равнобедренных треугольников.

16. Решение произвольных треугольников.

17. Решение основных тригонометрических уравнений: *sin(x) = a, cos(x) = a, tg(x) = a, ctg(x) = a*.

18. Алгебраические методы решения тригонометрических уравнений. Однородные уравнения и уравнения, приводимые к однородным.

19. Решение тригонометрических уравнений преобразованием суммы тригонометрических функций в произведение.

20. Решение тригонометрических уравнений преобразованием произведения тригонометрических функций в сумму.

21. Решение тригонометрических уравнений с помощью формул понижения степени.

22. Уравнения вида: *a·sin(x) + b·cos(x) = c;* решение их методом введения вспомогательного угла и подстановкой *t = tg(x/2).*

23. Решение тригонометрических неравенств.

24. Системы тригонометрических уравнений.

**Начала анализа**

1. Определение производной. Правила дифференцирования суммы, разности, произведения, частного.

2. Производные основных элементарных функций.

3. Производная сложной функции.

4. Механический и геометрический смысл производной. Уравнение касательной к графику функции.

5. Достаточное условие возрастания или убывания функции на промежутке.

6. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума (теорема Ферма). Достаточный признак существования экстремума.

7. Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом промежутке.

8. Общая схема исследования функции и построения её графика.

9. Первообразная, неопределённый интеграл (общий вид первообразной).

10. Основные правила интегрирования.

11. Формулы интегрирования основных элементарных функций.

12. Определённый интеграл и его вычисление с помощью формулы Ньютона-Лейбница.

13. Геометрические приложения определенного интеграла (вычисление площади криволинейной трапеции, объёма тела вращения).

**Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

1. Основные принципы комбинаторики. Перестановки, размещения и сочетания. Формулы для числа перестановок, размещений и сочетаний.

2. Элементарные события, вероятность события, противоположные события, несовместные, независимые события.

3. Классическое определение вероятности события для опыта с равновозможными элементарными исходами.

4. Сумма и произведение событий. Формулы сложения и умножения вероятностей.

1. **Основные требования, предъявляемые при сдаче вступительного испытания по (наименование)**

Абитуриент, сдающий экзамен по математике, должен показать:

- умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

- умение выполнять вычисления и преобразования;

- умение решать уравнения и неравенства;

- умение выполнять действия с функциями;

- умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;

- умение строить и исследовать простейшие математические модели;

- чёткое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение доказать эти теоремы;

- умение точно и сжато выражать математическую мысль, использовать соответствующую символику;

- уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Поступающие должны уметь сравнивать, анализировать, делать выводы, аргументировать ответ с использованием примеров из практики и смежных дисциплин.

Важный критерий оценки ответа поступающего - грамотное и аккуратное представление рисунков с подписями, схем, дополняющих и уточняющих ответ, чертежей. Основой успешной сдачи вступительного испытания по математике является знание учебного материала, изложенного в основных школьных учебниках, в том числе и тех, которые приведены в списке литературы.

1. **Организация вступительного испытания по математике**

Вступительное испытание по математике с использованием контрольно-измерительных материалов оценивается по 100-балльной шкале.

**Первая часть заданий включает задачи (А1-А30):**

30 тестовых заданий с выбором одного ответа из представленных трех вариантов. Каждое правильно решенное задание оценивается 2 баллами. Максимальное количество баллов – 60.

**Вторая часть заданий содержит задачи (В1-В10) и предусматривает:**

решение 10 заданий, для которых нужно получить ответ самостоятельно, а затем зафиксировать полученный результат в бланке ответов. Каждое верно решенное задание оценивается 4 баллами. Таким образом, максимальное количество баллов – 40.

Баллы, набранные при решении заданий первой и второй частей, суммируются. Максимальный итоговый балл – 100.

Минимальный проходной балл по математике : 39 баллов

1. **Образец некоторых заданий**

**контрольно-измерительных материалов**

**Первая часть.**

А1. Сумма НОД и НОК чисел 84; 240 равна

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 1680 | 1. 1692 | 1. 1668 |

A5. Найдите значение выражения 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 3 | 1. 8 | 1. 12 |

А10. Среднее арифметическое всех действительных корней уравнения  равно

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 0 | 1. 1 | 1. – 2 |

***Только один из представленных ответов является правильным!***

**Вторая часть.**

В4. Укажите корень или сумму (если их несколько) корней уравнения

.

В7. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

1. **Список литературы**
2. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни/ [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]/- 8-е изд.- М.: Просвещение, 2009.-403 с.
3. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни/ [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]/- 8-е изд.- М.: Просвещение, 2009.-464 с.
4. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразоват. учреждений/ [Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин].- М.: Просвещение, 2012.-319 с.
5. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразоват. учреждений/ [Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин].- М.: Просвещение, 2013.-336 с.
6. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразоват. учреждений/ [Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин].- М.: Просвещение, 2014.-304 с.
7. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни/ [Л.С Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]/- 18-е изд.- М.: Просвещение, 2009.-255 с.
8. Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразоват. учреждений. — 2-е изд./ [Атанасян Л. С, Бутузов В.Ф., Кадомцев СБ. и др.]. — М.: Просвещение, 2014. — 383 с.
9. ЕГЭ 2018. Математика. 14 вариантов. Профильный уровень. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ/ И.В. Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Высотский, Р.К. Гордин, П.В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Фёдоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2018. - 79 с.
10. ЕГЭ и ГИА 2018. Математика. Материалы для подготовки. <http://alexlarin.net/ege18.html>
11. Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика. <https://math-ege.sdamgia.ru/?redir=1>