**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное**

**учреждение высшего образования**

**«Елецкий государственный университет им.И.А. Бунина»**

Программа вступительного испытания по

МАТЕМАТИКЕ

Елец-2022

Программа разработана на основе ФГОС среднего общего образования.

Программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта по разделам курса и рекомендуемую последовательность изучения тем и разделов учебного предмета, учитывая межпредметные и внутрипредметные связи, логику учебного процесса.

Курс математики направлен на формирование у поступающих знаний о числе, его свойствах, о функциональных зависимостях и их свойствах, геометрических фигурах и телах и их свойствах.

Поступающие должны владеть системой математических знаний, умений и навыков, необходимых для дальнейшего изучения математики и смежных учебных дисциплин, решения практических задач; иметь сформированное логическое мышление пространственного воображения, устную и письменную математическую речь; владеть навыками вычислений, алгебраических преобразований, решения уравнений и неравенств, а также владеть инструментальными и графическими навыками.

Поэтому в программу включены следующие содержательные линии курса: «Алгебра», «Уравнения и неравенства», «Функции», «Тригонометрия», «Начала математического анализа», «Геометрия», «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей».

1. **Основное содержание программы**

Перечень элементов содержания, проверяемых на ЕГЭ по математике, демонстрирует преемственность содержания раздела «Обязательный минимум содержания основных образовательных программ» федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования базового и профильного уровней по математике и Примерной основной образовательной программы среднего общего образования.

**I. Алгебра**

1.1. Числа, корни и степени (Целые числа. Степень с натуральным показателем. Дроби, проценты, рациональные числа. Степень с целым показателем. Корни степени *n > 1* и его свойства. Степень с рациональным показателем и её свойства. Свойства степени с действительным показателем)

* 1. Основы тригонометрии (Синус, косинус, тангенс, котангенс произвольного угла. Радианная мера углов. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Основные тригонометрические тождества. Формулы приведения. Синус, косинус и тангенс суммы и разности двух углов. Синус и косинус двойного угла).
	2. Логарифмы (Логарифм числа. Логарифм произведения, степени, частного. Десятичный и натуральный логарифмы. Число *е*).
	3. Преобразование выражений (Преобразования выражений, включающих арифметические операции. Преобразования выражений, включающих операцию возведения в степень. Преобразования выражений, включающих корни натуральной степени. Преобразования тригонометрических выражений. Преобразование выражений, включающих операцию логарифмирования. Модуль (абсолютная величина) числа
1. **Уравнения и неравенства.**
	1. Уравнения (Квадратные уравнения. Рациональные уравнения. Иррациональные уравнения. Тригонометрические уравнения. Показательные уравнения. Логарифмические уравнения. Равносильность уравнений, систем уравнений. Простейшие системы уравнений с двумя неизвестными. Основные приёмы решения систем уравнений: подстановка, алгебраическое сложение, введение новых переменных. Использование свойств и графиков функций при решении уравнений. Изображение на координатной плоскости множества решений уравнений с двумя переменными и их систем. Применение математических методов для решения содержательных задач из различных областей науки и практики. Интерпретация результата, учёт реальных ограничений).

2.2. Неравенства (Квадратные неравенства. Рациональные неравенства. Показательные неравенства. Логарифмические неравенства. Системы линейных неравенств. Системы неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, систем неравенств. Использование свойств и графиков функций при решении неравенств. Метод интервалов. Изображение на координатной плоскости множества решений неравенств с двумя переменными и их систем).

**III. Функции.**

3.1. Определение и график функции (Функция, область определения функции. Множество значений функции. График функции. Примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях. Обратная функция. График обратной функции. Преобразования графиков: параллельный перенос, симметрия относительно осей координат).

3.2. Элементарное исследование функций (Монотонность функции. Промежутки возрастания и убывания. Чётность и нечётность функции. Периодичность функции. Ограниченность функции. Точки экстремума (локального максимума и минимума) функции. Наибольшее и наименьшее значения функции).

3.3. Основные элементарные функции (Линейная функция, её график. Функция, описывающая обратную пропорциональную зависимость, её график. Квадратичная функция, её график. Степенная функция с натуральным показателем, её график. Тригонометрические функции, их графики. Показательная функция, её график. Логарифмическая функция, её график).

**IV. Начала математического анализа.**

4.1. Производная (Понятие о производной функции, геометрический смысл производной. Физический смысл производной, нахождение скорости для процесса, заданного формулой или графиком. Уравнение касательной к графику функции. Производные суммы, разности, произведения, частного. Производные основных элементарных функций. Вторая производная и её физический смысл).

4.2. Исследование функций (Применение производной к исследованию функций и построению графиков. Примеры использования производной для нахождения наилучшего решения в прикладных, в том числе социально-экономических, задачах).

4.3. Первообразная и интеграл (Первообразные элементарных функций. Примеры применения интеграла в физике и геометрии).

**V. Геометрия.**

5.1. Планиметрия (Треугольник. Параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат. Трапеция. Окружность и круг. Окружность, вписанная в треугольник, и окружность, описанная около треугольника. Многоугольник. Сумма углов выпуклого многоугольника. Правильные многоугольники. Вписанная окружность и описанная окружность правильного многоугольника).

5.2. Прямые в плоскости и пространстве (Пересекающиеся, параллельные и

скрещивающиеся прямые; перпендикулярность прямых. Параллельность прямой и плоскости, признаки и свойства. Параллельность плоскостей, признаки и свойства. Перпендикулярность прямой и плоскости, признаки и свойства; перпендикуляр и наклонная; теорема о трёх перпендикулярах. Перпендикулярность плоскостей, признаки и свойства. Параллельное проектирование. Изображение пространственных фигур).

5.3. Многогранники (Призма, её основания, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; прямая призма; правильная призма. Параллелепипед; куб; симметрии в кубе, в параллелепипеде. Пирамида, её основание, боковые рёбра, высота, боковая поверхность; треугольная пирамида; правильная пирамида. Сечения куба, призмы, пирамиды. Представление о правильных многогранниках (тетраэдр, куб, октаэдр, додекаэдр и икосаэдр).

5.4. Тела и поверхности вращения (Цилиндр. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Конус. Основание, высота, боковая поверхность, образующая, развёртка. Шар и сфера, их сечения.

5.5. Измерение геометрических величин (Величина угла, градусная мера угла, соответствие между величиной угла и длиной дуги окружности. Угол между прямыми в пространстве, угол между прямой и плоскостью, угол между плоскостями. Длина отрезка, ломаной, окружности; периметр многоугольника. Расстояние от точки до прямой, от точки до плоскости; расстояние между параллельными и скрещивающимися прямыми; расстояние между параллельными плоскостями. Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции, круга, сектора. Площадь поверхности конуса, цилиндра, сферы. Объём куба, прямоугольного параллелепипеда, пирамиды, призмы, цилиндра, конуса, шара.

5.6. Координаты и векторы (Координаты на прямой, декартовы координаты на плоскости и в пространстве. Формула расстояния между двумя точками, уравнение сферы. Вектор, модуль вектора, равенство векторов, сложение векторов и умножение вектора на число. Коллинеарные векторы. Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам. Компланарные векторы. Разложение по трём некомпланарным векторам. Координаты вектора, скалярное произведение векторов, угол между векторами).

**VI. Элементы комбинаторики, статистики.**

6.1. Элементы комбинаторики (Поочерёдный и одновременный выбор. Формулы числа сочетаний и перестановок. Бином Ньютона).

6.2. Элементы статистики (Табличное и графическое представление данных. Числовые характеристики рядов данных).

6.3. Элементы теории вероятностей (Вероятности событий. Примеры использования вероятностей и статистики при решении прикладных задач).

1. **Основные требования, предъявляемые при сдаче вступительного испытания по математике**

Абитуриент, сдающий экзамен по математике, должен показать:

- умение использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;

- умение выполнять вычисления и преобразования;

- умение решать уравнения и неравенства;

- умение выполнять действия с функциями;

- умение выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;

- умение строить и исследовать простейшие математические модели;

- чёткое знание математических определений и теорем, предусмотренных программой, умение доказать эти теоремы;

- умение точно и сжато выражать математическую мысль, использовать соответствующую символику;

- уверенное владение математическими знаниями и навыками, предусмотренными программой, умение применять их при решении задач.

Поступающие должны уметь сравнивать, анализировать, делать выводы, аргументировать ответ с использованием примеров из практики и смежных дисциплин.

Важный критерий оценки ответа поступающего - грамотное и аккуратное представление рисунков с подписями, схем, дополняющих и уточняющих ответ, чертежей. Основой успешной сдачи вступительного испытания по математике является знание учебного материала, изложенного в основных школьных учебниках, в том числе и тех, которые приведены в списке литературы.

1. **Организация вступительного испытания по математике.**

**Критерии оценивания**

Вступительное испытание по математике проводится в форме письменного тестирования с использованием контрольно-измерительных материалов (КИМ) и оценивается по 100-балльной шкале.

Экзаменационная работа включает в себя 25 заданий и состоит из трех частей, которые различаются по содержанию, сложности и количеству заданий.

Часть А включает 10 заданий множественного выбора, верное выполнение каждого из которых оценивается в 3 балла. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал правильный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Неправильный ответ – 0 баллов. Задания части А ориентированы на проверку освоения базовых знаний. Это задания множественного выбора: к каждому заданию даются три варианта ответов, среди которых только один правильный. Максимальное количество баллов за часть А – 30 баллов.

Часть В ориентирована на проверку умений и включает 10 заданий на восстановление соответствия или последовательности, заданий, на дополнение или свободное изложение, верное выполнение каждого из которых оценивается в 4 балла. Неправильный ответ – 0 баллов. Задания на восстановление соответствия состоят из двух групп элементов и четкой формулировки критерия выбора соответствия между ними. Соответствие устанавливается по принципу 1:1 (одному элементу первой группы соответствует ТОЛЬКО ОДИН элемент второй группы). Количество элементов во второй группе может превышать количество элементов в первой группе. Задания на восстановление последовательности представляют собой вариант задания на восстановление соответствия, когда одним из рядов является время, расстояние или иной конструкт. Максимальное количество баллов за часть В – 40 баллов.

Выполнение заданий частей А и В свидетельствует о наличии общематематических умений, необходимых человеку в современном обществе. Задания частей А и В проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную на графиках, в таблицах, использовать простейшие вероятностные и статистические модели, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях. Задания составлены по всем основным разделам курса математики: геометрии (планиметрии и стереометрии), алгебре, началам математического анализа, теории вероятностей и статистике.

Часть С экзаменационной работы ориентирована на проверку навыков и включает 5 практических заданий, верное выполнение каждого из которых оценивается от 0 до 6 баллов. Максимальное количество баллов за часть С – 30 баллов.

Проверка выполнения заданий части С проводится на основе разработанной системы критериев оценивания.

|  |  |
| --- | --- |
| **Содержания критерия** | **Баллы** |
| Обоснованно получен верный ответ | 6 |
| Получен верный ответ, решение математически грамотно, но возможно недостаточно обосновано | 4 |
| Получен неверный ответ из-за вычислительной ошибки, но при этом верно выполнены все шаги решения | 2 |
| решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше | 0 |

Система оценивания основывается на следующих принципах:

1. Возможны различные способы и записи развернутого решения. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы. Метод, форма записи решения могут быть произвольными. Оценивается и полнота и обоснованность рассуждений (независимо от выбранного метода решения).
2. При решении задачи можно использовать без доказательства и ссылок математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, рекомендованных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.

Задания части С проверяют знания на том уровне требований, который предъявляется вузом к соответствующему профилю. Выполнение этих заданий предъявляет повышенные требования к математической подготовке.

На выполнение экзаменационной работы отводится 180 минут.

Максимальный итоговый балл – 100 баллов.

1. **Образцы некоторых заданий контрольно-измерительных материалов**

**Часть А.**

А1. Сумма НОД и НОК чисел 84; 240 равна

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 1680
 | 1. 1692
 | 1. 1668
 |

A5. Найдите значение выражения 

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 3
 | 1. 8
 | 1. 12
 |

А10. Среднее арифметическое всех действительных корней уравнения  равно

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 1. 0
 | 1. 1
 | 1. – 2
 |

…..

**Часть В.**

В4. Укажите корень или сумму (если их несколько) корней уравнения

.

…

**Часть С.**

С1. Моторная лодка прошла против течения реки 255 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения равна 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

С2.

В правильной треугольной пирамиде *SABC* сторона основания *АВ* = 8$\sqrt{3}$, а боковое ребро *SA* = $\sqrt{73}$. Найдите расстояние от точки В до плоскости *SAC*.

…

1. **Список литературы**
2. Алгебра и начала математического анализа. 10 класс: : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и углубленный уровни/ [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]/- 9-е изд.- М.: Просвещение, 2009.-403 с.
3. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс: : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни/ [С.М. Никольский, М.К. Потапов, Н.Н. Решетников, А.В. Шевкин]/- 8-е изд.- М.: Просвещение, 2009.-464 с.
4. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразоват. учреждений/ [Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин].- М.: Просвещение, 2012.-319 с.
5. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразоват. учреждений/ [Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин].- М.: Просвещение, 2013.-336 с.
6. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразоват. учреждений/ [Ю.М. Колягин, М.В. Ткачёва, Н.Е. Фёдорова, М.И. Шабунин].- М.: Просвещение, 2014.-304 с.
7. Геометрия. 10-11 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профильный уровни/ [Л.С Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.]/- 18-е изд.- М.: Просвещение, 2009.-255 с.
8. Геометрия. 7-9 классы: учебник для общеобразоват. учреждений. — 2-е изд./ [Атанасян Л. С, Бутузов В.Ф., Кадомцев СБ. и др.]. — М.: Просвещение, 2014. — 383 с.
9. ЕГЭ 2022. Математика. 14 вариантов. Профильный уровень. Типовые тестовые задания от разработчиков ЕГЭ/ И.В. Ященко, М.А. Волчкевич, И.Р. Высотский, Р.К. Гордин, П.В. Семёнов, О.Н. Косухин, Д.А. Фёдоровых, А.И. Суздальцев, А.Р. Рязановский, И.Н. Сергеев, В.А. Смирнов, А.В. Хачатурян, С.А. Шестаков, Д.Э. Шноль; под ред. И.В. Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2021. - 79 с.
10. ЕГЭ и ГИА. Математика. Материалы для подготовки. <http://alexlarin.net/ege18.html>
11. Решу ЕГЭ. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. Математика. <https://math-ege.sdamgia.ru/?redir=1>
12. Образовательный портал для паодготовки к экзаменам <https://math100.ru/>.
13. Федеральный портал «Российское образование» [Электронный ресурс] — Режим доступа: <http://www.edu.ru/>