

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И.А. БУНИНА»**

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ, ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ И ТЕХНИКИ

**КАФЕДРА МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ,
КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
И ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ**

**СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ,
СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ:
МОДЕЛИРОВАНИЕ, УСТОЙЧИВОСТЬ,
СТАБИЛИЗАЦИЯ,
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

**Материалы IX Международной
научно-практической конференции**

24-25 апреля 2023 г.

Елец – 2023

УДК 51
ББК 32.97
С 34

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина
от 22.02.2023 г., протокол №1*

Редколлегия:

О.Н. Масина, доктор физико-математических наук, доцент
(Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина);
О.В. Дружинина, доктор физико-математических наук, профессор,
главный научный сотрудник (Федеральный исследовательский центр
«Информатика и управление» Российской академии наук).

Рецензенты:

Г.М. Биленко, кандидат технических наук, доцент,
зав.кафедрой «Управление транспортными процессами» РУТ(МИИТ);
В.Е. Щербатых, кандидат физико-математических наук,
доцент кафедры математики и методики ее преподавания
(Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина)

С 34 Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии: материалы IX Международной научно-практической конференции. 24-25 апреля 2023 г. – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2023. – 303 с.
ISBN 978-5-00151-364-3

В сборнике представлены материалы IX Международной научно-практической конференции, проходившей в ЕГУ им. И. А. Бунина 24-25 апреля 2023 г. Включенные в сборник материалы посвящены теоретическим аспектам, практическим приложениям и современным тенденциям в области системного анализа, управления и обработки информации, теории устойчивости и стабилизации динамических систем, компьютерной алгебры, математического моделирования технических систем с применением комплексов проблемно-ориентированных программ. Рассмотрены возможности применения информационных технологий в сфере образования, научных исследований, технических разработок.

Сборник предназначен научным работникам, преподавателям вузов, аспирантам, магистрантам, студентам.

УДК 51
ББК 32.97

ISBN 978-5-00151-364-3

© Елецкий государственный
университет им. И.А. Бунина, 2023

Содержание

Пленарные доклады	8
<i>Солеев А.С.</i> Качественная система образования – важнейший фактор устойчивого развития региона.....	8
<i>Гайдамака Ю.В., Самуйлов К.Е.</i> О математическом моделировании беспроводных сетей 5G/6G	11
<i>Кондаков О.В., Кондакова Е.В.</i> Математическое моделирование магнитооптического эффекта в квантово-механической интерпретации...	15
<i>Синицин В.И.</i> О направлениях исследований и развитии интеллектуальных технологий в ФИЦ ИУ РАН.....	19
<i>Оленёв Н.Н.</i> Динамика производственных мощностей и инфляция	24
<i>Дружинина О.В., Масина О.Н., Петров А.А.</i> Вопросы построения и устойчивости динамических моделей конвейерных систем	30
Секция 1. Математическое моделирование, компьютерная алгебра, дифференциальные уравнения, устойчивость, стабилизация и управление в сложных системах	34
<i>Абрамов В.В.</i> Об устойчивости бесконечности для системы дифференциальных уравнений	34
<i>Васильева И.И.</i> Построение и анализ нелинейных динамических моделей с учетом миграционных потоков.....	37
<i>Голубков А.В., Цыганова Ю.В., Цыганов А.В.</i> Построение модели чувствительности на основе алгоритма одновременного оценивания входа и состояния для линейных дискретных стохастических систем с неизвестными входными воздействиями	41
<i>Дружинина О.В., Корепанов Э.Р., Макаренкова И.В., Максимова В.В.</i> Исследование трехмерных динамических моделей технологических процессов на железнодорожном транспорте.....	45
<i>Елецких И.А.</i> Метод описывающей функции в частотном анализе систем с обратной связью	51
<i>Елецких К.С.</i> Абсолютная устойчивость. Круговой критерий	54
<i>Игонина Е.В.</i> Построение и идентификация нечетких моделей различных типов	57
<i>Киселев Е.Г.</i> Математическое моделирование магнитооптического эффекта в ультраквантовом пределе магнитного поля	62
<i>Климова Д.В.</i> Система управления безопасностью транспортного комплекса с учетом человеческого фактора.....	66
<i>Климова Т.Ф., Климова Д.В.</i> Моделирование влияния вредных и опасных производственных факторов в целях совершенствования системы управления безопасностью производственной среды.....	70
<i>Костюк Ф.В.</i> Устойчивость функционирования подводной инфраструктуры магистральных первичных сетей связи.....	75

<i>Кувшинова А.Н., Цыганов А.В., Цыганова Ю.В.</i> О вычислении производных в алгоритме параметрической идентификации градиентного типа для дискретных стохастических систем с мультипликативными и аддитивными шумами	79
<i>Лискина Е.Ю., Силантьева И.А.</i> Исследование равновесных траекторий неавтономной динамической модели рынка труда	84
<i>Лисовский Е.В.</i> Построение и устойчивость некоторых классов линейных нестационарных динамических моделей.....	88
<i>Попов А.А., Талагаев Ю.В.</i> Управление нечеткими системами Такаги–Сугено на основе метода инвариантных эллипсоидов.....	91
<i>Таранчук В.Б., Баровик Д.В.</i> Методы и средства анализа и визуализации результатов компьютерного моделирования низовых лесных пожаров.....	95
<i>Жукова А.А., Флёрова А.Ю.</i> Моделирование управления активами и пассивами банка на несовершенном рынке капитала	100
<i>Ахатов А.Р., Тожиев М.Р.</i> Автоадаптивное обнаружение краев поврежденной области на видеоизображении на примере огня и пламени.....	105
<i>Петров А.А., Дружинина О.В., Масина О.Н.</i> Аспекты построения и функционирования интерактивного интерфейса пользователя в гибридной интеллектуальной обучающей среде	115
<i>Ишанкулов Ф.Т.</i> Постоянные p -гармонические функции на деревьях.....	119
<i>Курбанов Ш.Х., Дустов С.Т.</i> Сходящееся разложение для собственного значения обобщенной модели Фридрихса	122
<i>Маликов З.</i> Задача Коши для эллиптических систем первого порядка.....	126
<i>Мирзаев О.Э., Суванова М.</i> Частично-изоспектральные операторы Штурма–Лиувилля на конечном отрезке.....	129
<i>Муминов У.Б., Мажидова С.Р.</i> Интегрирование дефокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера с нагруженным членом.....	134
<i>Мухтаров Я.</i> Исследование плоских полиномиальных систем типа Якоби	137
<i>Очилов З.Х.</i> Задача восстановления функции в трехмерном пространстве по семейству конусов.....	141
<i>Турсунов Ф.Р., Рузикулов Ф.Ф., Норимов А.К.</i> Задачи Коши для линейных эллиптических систем первого порядка с постоянными коэффициентами.....	145
<i>Турсунов Ф.Р., Уразбаева Н.К., Махмудов Ш.Т.</i> Продолжение решения уравнения Лапласа	148
<i>Хасанов А.Б., Жураева У.Ю.</i> Теорема типа Фрагмена–Линделёфа в R^3	151
<i>Хасанов А.Б., Эшбеков Р.Х., Жонузаков Ш.Ш.</i> Интегрирование нелинейного уравнения типа Хироты конечной плотности в классе периодических функций.....	153

<i>Шодиев Д.С., Хайруллаев М.С., Махмудов Ш.Т.</i> Продолжение решения бигармонических уравнений.....	158
<i>Эргашев В.Э., Буриев Т.Э.</i> О коэффициентах критерия совместного существования особых точек двумерной системы дифференциальных уравнений.....	163
<i>Яхишибоев М.У., Нарзуллаев У.Х., Усманов А.А.</i> Дробная производная типа ψ –Маршо и обращение дробных интегралов типа ψ –Римана–Лиувилля	166
<i>Антонов Н.С.</i> Исследование моделей наблюдаемых технических систем	170
<i>Черномордов С.В.</i> Применение методов машинного обучения для моделирования управляемой технической системы	172
<i>Лисовский Е.В., Каледина Е.А., Щенникова Е.В.</i> Об устойчивости по Жуковскому двумерных нелинейных динамических систем	177
<i>Воронцова В.Л., Ашуров А.А., Шоргин В.С.</i> Построение управляемых динамических моделей социально-экономических процессов.....	180
Секция 2. Технологии и системы программирования. Информационные и интеллектуальные технологии в науке и образовании	185
<i>Корниенко Д.В., Строев С.П.</i> Способы доработки типового функционала конфигураций, построенных на базе 1С.....	185
<i>Макаров О.С., Щенникова Е.В.</i> Улучшение изображений с помощью морфологических операторов.....	188
<i>Мишина С.В.</i> О практике внедрения бережливых технологий в процесс обучения будущих экономистов.....	193
<i>Попов С.Е.</i> Обеспечение безопасности данных на средах разработки и тестирования.....	197
<i>Таранчук В.Б., Савёнок В.А.</i> Инструменты создания и сопровождения базы знаний путем интеграции системы Wolfram Mathematica и пакета Nevod	201
<i>Урунбаев Э.</i> Программно-инструментальная система организации обратной связи для онлайн-курсов по дискретной математике.....	206
<i>Александрова Л.Н., Самсонов И.Ю.</i> Проектирование и разработка системы автоматизации учета успеваемости и личных достижений студентов: сущность проблемы и пути ее решения.....	209
<i>Воробьев С.В.</i> Цифровые направления студенческого технологического предпринимательства.....	213
<i>Гнездилова Н.А., Бобровская Э.</i> Робототехника для развития ребенка в дошкольном образовании.....	216

<i>Жук Л.В.</i> Система критериев для оценки эффективности влияния интеллектуальной системы обучения математике на уровень развития исследовательской деятельности школьников.....	219
<i>Карпачёв И.В.</i> Игра-тренажер «Стопроцентный робот» как средство индивидуализации обучения школьников.....	222
<i>Карпачёва И.А.</i> Развитие цифровой грамотности педагога: прикладной аспект.....	228
<i>Сафронова Т.М.</i> Некоторые аспекты применения SMART-технологий в образовательном процессе	231
<i>Симоновская Г.А.</i> Возможности информационно-образовательных ресурсов при организации дополнительного образования школьников...	234
<i>Рыманова Т.Е., Черноусова Н.В.</i> Использование математического аппарата для исследования интеллектуального здоровья школьников.....	237
<i>Черноусова О.Ю.</i> Организация учебно-исследовательской деятельности студентов среднего профессионального образования при изучении информатики.....	240
<i>Зайцев Д.С.</i> Использование искусственных нейронных сетей в многоуровневых образовательных системах	244
<i>Маторин Д.Д., Черепков А.Ю.</i> Подход к нейросетевому моделированию процесса оценивания знаний студентов с учетом классификации на основе мультиномиальной логистической регрессии.....	249
<i>Сидоров А.В.</i> Автоматизация труда преподавателя с помощью Python ...	254
<i>Атаманов Д.А.</i> Использование образовательных платформ как средство интенсификации учебного процесса студентов СПО	257
Секция 3. Информационные, интеллектуальные и наукоемкие технологии в инженерных разработках	261
<i>Зайцева И.Н., Мосин Д.А.</i> К вопросу реконструкции устройств релейной защиты на подстанции ПС 500 кВ «Елецкая».....	261
<i>Корольков Е.П., Дружинина О.В., Людаговская М.А.</i> Построение математической модели для контроля ширины рельсовой колеи при отступлениях от нормативных параметров железнодорожного пути	265
<i>Ямашкин С.А., Ямашкина Е.О., Никулин В.В.</i> Геопорталы в управлении природно-социально-производственными системами: рекомендации по разработке	270
<i>Таров Д.А.</i> Проблемы реализации интегрированных сред в информационной системе университета	274
<i>Фазилова З.Т., Демура В.А., Гордиенко Л.А.</i> Содержание пути на участках с нестабильным земляным полотном на примере Воркутинской дистанции пути Северной дороги.....	277
<i>Дарьина А.Н., Прокопьев И.В., Фортунова Н.А.</i> Оптимизация управления беспилотным транспортным средством, функционирующим в сложной производственной среде, методом ASLAM-MPPI.....	284

<i>Людаговская М.А., Кабанов М.А., Климов А.С.</i> Об интеллектуальных методах обработки данных мониторинга элементов транспортной инфраструктуры	288
<i>Мотин П.С., Соловьев В.А., Волкова А.А.</i> Подходы к решению проблем мониторинга состояния транспортной техники с применением автоматизированных систем	293
<i>Петрова С.Н., Петров Н.П., Мурзуков М.Э., Коржавина Н.В.</i> Математические методы моделирования фильтрационных потоков разноцветных жидкостей.....	299

ПЛЕНАРНЫЕ ДОКЛАДЫ

**КАЧЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА ОБРАЗОВАНИЯ – ВАЖНЕЙШИЙ ФАКТОР
УСТОЙЧИВОГО РАЗВИТИЯ РЕГИОНА**

Солеев А.С.

Самаркандского государственного университета, Самарканд, Узбекистан
e-mail: asoleev@yandex.ru

Аннотация. В статье рассматриваются некоторые показатели, характеризующие Самаркандский государственный университет имени Шарафа Рашидова. Представлена стратегическая цель коллектива СамГУ – формирование университета, как исследовательского, научно-образовательного, инновационного, культурного центра, входящего в число ведущих университетов мира. Показаны наиболее перспективные направления сотрудничества вузов России с Самаркандским госуниверситетом. К этим направлениям относятся выделение целевых квот в аспирантуру и докторантуру, создание совместных лабораторий и исследовательских центров, привлечение преподавателей и ученых из вузов России и т.д.

Ключевые слова: Самаркандский госуниверситет, стратегическая цель, концентрация талантов, академическая мобильность, сотрудничество.

**A HIGH-QUALITY EDUCATION SYSTEM IS THE MOST IMPORTANT FACTOR
IN THE SUSTAINABLE DEVELOPMENT OF THE REGION**

Soleev A.S.

Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan
e-mail: asoleev@yandex.ru

Abstract. The article discusses some indicators characterizing the Samarkand State University named after Sharaf Rashidov. The strategic goal of the SamSU team is the formation of the university as a research, scientific, educational, innovative, cultural center, one of the leading universities in the world. The most promising areas of cooperation between Russian universities and Samarkand State University are shown. These areas include the allocation of targeted quotas for postgraduate and doctoral studies, the creation of joint laboratories and research centers, the involvement of teachers and scientists from Russian universities, etc.

Keywords: Samarkand State University, strategic goal, concentration of talents, academic mobility, cooperation.

В условиях глобализации образовательного пространства мировое сообщество предъявляет растущие требования к **качеству** подготовки выпускников вузов.

В настоящей статье рассматриваются показатели, характеризующие Самаркандский государственный университет имени Шарафа Рашидова.

Сегодня в СамГУ обучаются около 30000 студентов по 76 программам бакалавриата, 85 специальностям магистратуры и 50 специальностям докторантуры. В университете активно ведут научно-педагогическую деятельность профессора в 15 научных школах по различным направлениям науки, и среди них достойное место занимают школы математики, физики, биологии, химии, филологии. Университет начал активную программу по оказанию образовательных услуг студентам из ближнего и дальнего зарубежья. В настоящее время в университете обучаются студенты из Китая, Кореи, Японии, Италии, Польши, Голландии, Турции, России, Германии. Дистанционной формой обучения охвачены более 500 иностранных студентов. Ежегодно расширяется количество совместных образовательных программ с ведущими зарубежными университетами по системе двойного диплома. Основу этих программ составляют высоко востребованные экономикообразующие специальности, такие как альтернативная энергетика, нанoeлектроника, мехатроника и робототехника, агроботехнологии и биомедицинская инженерия. Активно ведется работа по привлечению ведущих ученых из стран ближнего и дальнего зарубежья в учебный и научно-исследовательский процесс. Ежегодно более ста специалистов, имеющих большой международный опыт, привлекаются к работе в СамГУ в рамках краткосрочных и долгосрочных контрактов. Приглашенные профессора помогают подготовить учебно-методические разработки инновационного характера, руководят работами докторантов, представляют СамГУ на крупных международных форумах.

Стратегическая цель коллектива СамГУ – формирование университета, как исследовательского, научно-образовательного, инновационного, культурного центра, входящего в число ведущих университетов мира.

Важнейшей составляющей деятельности университета всегда был научный поиск [2]. Большинство научных разработок вплотную связано с практическим применением в различных отраслях экономики, экологии, в сфере изучения и охраны животного и растительного мира.

Уместно упомянуть, что нас объединяют единая образовательная культура и традиции системы образования, и это является неплохим достижением.

Конечно же, необходимо перенимать и положительный опыт успешных зарубежных университетов, но стремление копировать западные технологии без учета структуры и уровня той базы, на который мы находимся, оказалось нерациональным.

К сожалению, сегодня нет готовой формулы для создания желаемого университета мирового класса, т.е. национальные контексты и институциональные модели многовариантны [4]. Каждая страна сама должна выбирать из разнообразных возможных подходов ту стратегию, которая гармонично вписывается в ее возможности и ресурсы.

Считаю, что элитный университет – это **высокая концентрация талантов, изобилие ресурсов и гибкого управления**. Причем основой такой стратегии остается присущая каждой из стран своя собственная национальная идея.

Трансформация университетской системы не может быть изолирована от других аспектов развития общества. Перспективная стратегия создания инновационно-исследовательского университета и ее реализация должны быть скоординированы с общей стратегией экономического и социального развития страны. **Диверсификация источников финансирования, концентрация талантов в профессорско-преподавательской, научной, студенческой средах, обеспечение академической мобильности, благоприятные структуры управления** должны позволить университетам снизить зависимость от экономической нестабильности, обеспечить динамичность развития образования и адекватно реагировать на вызовы современности [1].

Знание иностранных языков в системе высшей школы Узбекистана становится обязательным для магистрантов и докторантов. Практически завершается организационно-правовой процесс исключения человеческого фактора на всех этапах приема в вузы, перевода и восстановления. Цифровизация, в пределах разумного, устраняет элементы, оказывающие негативное влияние на качество образовательного процесса.

Наша задача, наряду с существенным повышением качества массовых направлений бакалавриата, – обеспечить качественно иной уровень магистерской подготовки, создание исследовательских центров ведущих университетов в прикладных направлениях. При этом основой таких трансформаций должно быть структурное и качественное обновление научно-педагогического генофонда высших образовательных учреждений путем подготовки специалистов высшей квалификации в ведущих мировых научно-образовательных центрах, оснащение современными лабораториями приоритетных для Республики направлений [1, 3]. Таковыми для Узбекистана являются направления, призванные обеспечить продовольственную безопасность и устойчивое развитие, энергосберегающие технологии и технологии возобновляемых источников энергии, горнорудной и перерабатывающей промышленности, прежде всего основанной на местных сырьевых ресурсах.

Активная составляющая трансформационных процессов высшей школы Республики – международное сотрудничество, где, уверен, ключевыми партнерами будут вузы России.

Считаю наиболее перспективными направлениями сотрудничества вузов России с Самаркандским госуниверситетом следующие:

– выделение целевых квот в аспирантуру и докторантуру по направлениям, востребованным у нас сегодня и в ближайшей перспективе, с учетом некоторых специальностей в области техники и технологии: горнорудной отрасли (включая геологию), агробιοтехнологии и технологии возобновляемых источников энергии;

– из социально-гуманитарных направлений я бы назвал науки эффективного использования людских ресурсов, социологию, психологию, системный анализ, русскую филологию;

– создание совместных лабораторий и исследовательских центров по приоритетным для обеих сторон направлениям;

– привлечение преподавателей и ученых вузов России к образовательному процессу сроком до года и более.

Также мы предлагаем создание на базе СамГУ совместных научных центров, ориентированных на решение актуальных проблем реального сектора экономики наших стран.

При этом не менее важным остается обмен студентами и научными сотрудниками с целью проведения археологических раскопок исторических памятников и изучения древнейших Узбекистана.

Нас объединяет одна цель – укрепление взаимовыгодного сотрудничества между нашими государствами в области науки и образования.

Еще раз хотелось бы отметить, что наше сотрудничество даст огромные шансы перспективным и талантливым молодым людям в достижении своих целей, получении хорошего качественного образования, которое станет фундаментом для их дальнейшей карьеры и процветания наших стран.

Список литературы

1. *Ибрагимова Н.М., Вахабова Д.Х.* Факторы и условия формирования образовательного хаба по реализации международных образовательных программ в Узбекистане // Высшее образование в России. 2022. Т. 31. № 3. С. 152–168.

2. *Касаткин П.И., Иноземцев М.И., Антюхова Е.А., Макарова А.А.* Актуальные проблемы модернизации третьей ступени высшего образования и практики реформирования // Высшее образование в России. 2022. Т. 31. № 1. С. 141–158.

3. *Абдаллах К.М.* Актуальные проблемы оценки качества образования в вузе // Молодой ученый. 2019. №17(255). С. 203–204.

4. *Ким Н.Ф.* Рейтинговая система оценки успеваемости студентов вуза как фактор повышения качества образования // Молодой ученый. 2015. № 17(97). С. 535–537.

О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ БЕСПРОВОДНЫХ СЕТЕЙ 5G/6G

Гайдамака Ю. В.¹, Самуйлов К. Е.²

^{1,2} *Российский университет дружбы народов, Москва, Россия*

^{1,2} *Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»*

Российской академии наук, Москва, Россия

e-mail: ¹gaydamaka-yuv@rudn.ru, ²samuylov-ke@rudn.ru

Аннотация. Ожидается, что технологии радиодоступа 5-го и 6-го (5G/6G) поколений сетей миллиметрового (mmWave) и терагерцового диапазонов (THz) частот станут важной частью будущей экосистемы сотовой связи, обеспечивающей беспрецедентную полосу пропускания в районах с высоким спросом на трафик. Тем не менее,

чрезвычайно направленные диаграммы направленности антенны, которые необходимо использовать как на передающей, так и на приемной сторонах линии связи для преодоления значительных потерь на трассе, динамическая блокировка путей распространения крупными статическими и небольшими динамическими объектами, макро- и микромобильность пользовательского оборудования делают обеспечение надежного обслуживания чрезвычайно сложной задачей. В том числе появляется необходимость в новых подходах и методах математического моделирования. Доклад посвящен: а) современным подходам к построению вероятностных моделей беспроводных сетей новых поколений, б) новым моделям и методам теории массового обслуживания.

Ключевые слова: математическое моделирование, беспроводные сети 5G/6G, ресурсные системы массового обслуживания, стохастическая геометрия.

TUTORIAL ON MATHEMATICAL MODELING OF 5G/6G WIRELESS NETWORKS

Gaidamaka Yu. V.¹, Samouylov K. E.²

^{1,2} Peoples' Friendship University of Russia, Moscow, Russia

^{1,2} Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

e-mail: ¹ gaydamaka-yuv@rudn.ru, ² samuylov-ke@rudn.ru

Abstract. The 5th and 6th generation (5G/6G) radio access technologies of millimeter-wave (mmWave) and terahertz (THz) networks are expected to be a key part of the future cellular ecosystem, providing unprecedented bandwidth in areas with high traffic requirements. However, extremely directional antenna patterns that need to be used on both the transmitting and receiving sides of the radio link to overcome significant path losses, dynamic blocking of propagation paths by large static and small dynamic objects, macro- and micro mobility of user equipment make providing reliable service is an extremely difficult task. In particular, there is a need for new approaches and methods of mathematical modeling. The talk is devoted to a) approaches to the construction of stochastic models of new generation wireless networks and b) new stochastic models and methods of queuing theory.

Keywords: mathematical modeling, 5G/6G wireless networks, resource queuing system, stochastic geometry.

Математическое моделирование играет неоспоримо важную роль практически во всех сферах человеческой деятельности. Всемирная сеть телекоммуникаций общего пользования является крупнейшим техническим объектом, когда-либо построенным человеком. Эта сеть создавалась примерно с конца XIX века и пережила все этапы развития индустриального общества. К 2020 году создано уже 5 поколений телекоммуникационной сети, и научное сообщество обсуждает сети будущего 6-го поколения сети. На всех этапах, начиная с задач, поставленных выдающимися математиками Агнером Эрлангом и Александром Хинчиным, инженеры обращались к различным математическим теориям и методам как для оценки производительности существующих сетей, так и для построения моделей будущих систем, даже тех, которые еще не прошли стадию лабораторных исследований. Практически ни одна научная статья, посвященная исследованиям и разработкам телекоммуникационных систем и сетей, не обходится без построения

математических моделей и их математического анализа. Созданные методы в ряде случаев служили развитию чисто математических дисциплин, таких как теория массового обслуживания, теория кодирования и некоторых других.

Этот доклад мы посвящаем проблемам применения математического моделирования в телекоммуникациях и обосновываем его результатами наших с соавторами исследований, показанными в трех недавних публикациях – в книге «Сети 5G/6G: архитектура, технологии, методы анализа и расчета» [1], в книге «Matrix and analytical methods for performance analysis of telecommunication systems» [2], и в обзоре «A Tutorial on Mathematical Modeling of 5G/6G Millimeter Wave and Terahertz Cellular Systems» [3].

Технологический цикл поколений мобильной связи составляет около 10 лет. Для того чтобы коммерческие сети 5G начали массово запускаться в 2020-2021 годах, примерно с 2011 года по всему миру создавались многочисленные организации и консорциумы для разработки беспроводных технологий 5G, а с 2021 года такой же процесс разворачивается с разработкой мобильных технологий 6G. К 2023 году уже определились основные проблемы и особенности построения сетей 6G. Одному из существенных аспектов – радиодоступу в терагерцовом диапазоне частот сетей 6G – посвящена заключительная часть доклада.

Работы [1–3] написаны по результатам примерно пяти лет исследований в области беспроводных сетей 5G/6G, проведенных коллективом ученых из Университета г. Тампере, Финляндия и из Российского университета дружбы народов (РУДН). За это время по тематике исследований участниками коллектива были опубликовано более ста статей в научных журналах первой, высшей квартили (Q1) по импакт-фактору JCR Science Edition, реализованы более двадцати научно-исследовательских проектов в области сетей 4G/5G/6G.

Процесс исследований показателей эффективности беспроводных сетей является заведомо итеративным и представляется следующим образом. Во-первых, для анализа беспроводной технологии предлагается исследовать конкретный, но одновременно и достаточно общий сценарий ее применения. Сценарий, с одной стороны, должен отражать будущие потребности пользователей в сетевых ресурсах, иначе он не будет актуальным, а с другой стороны, должен максимально включать метрики, исследование которых до сих пор не проводилось или почти не проводилось, т.е. решаемые в исследованиях задачи должны быть новыми, или, как говорят, ультрановыми, если ранее их постановки вообще отсутствовали. Определившись со сценарием, во-вторых, строится системная модель, которая включает соответствующие сценарию компоненты сетей 5G такие, как модель распространения радиосигнала, модель фазированных антенных решеток, модель блокировки прямой видимости, модель параметров канала связи, модель доступа, модель обслуживания абонентов и, может быть, другие модели. Если возможно, в основу кладутся готовые модели, но, что важно в опережающих исследованиях, разрабатывается системная модель, зачастую представляющая самостоятельную ценность. Для анализа показателей эффективности системной модели применяются, в зависимости от необходимости, три основных метода моделирования: аналитическое или статистическое (метод Монте-Карло) моделирование;

имитационное моделирование, и, наконец, измерения на лабораторном оборудовании. Мы не рассматриваем натуральный эксперимент в реальных условиях, редко обращаемся к измерениям, и, в основном, рассматриваем аналитические, статистические и имитационные модели. Наконец, в-третьих, наступает этап построения моделей и разработки методов их анализа и расчета интересующих характеристик в соответствии с исследуемым сценарием применения беспроводной технологии и разработанной системной моделью.

Из-за случайного характера потоков запросов пользователей, случайных длительностей пользовательских сессий и случайных объёмов занимаемых сетевых ресурсов, в большинстве случаев моделирование основывается на аппарате различных разделов теории вероятностей, в первую очередь, на теории массового обслуживания, теории марковских случайных процессов, пространственных точечных случайных процессов и методов стохастической геометрии. Методы анализа моделей, в свою очередь, используют другие математические дисциплины, в том числе, матричные методы линейной алгебры. Исследования показали, что в части теории массового обслуживания востребованными оказались модели, получившие название ресурсных систем массового обслуживания. Эти системы позволяют наиболее адекватно описать процессы предоставления и разделения радиоресурсов, например, таких, как в сетях стандарта 5G New Radio (5G NR). Прогнозы развития сетевых технологий говорят о том, что модели будут востребованы и в дальнейшем, и, для этого специалистами по математической теории телетрафика уже созданы основы теории ресурсных систем массового обслуживания [2]. К этим моделям добавляются методы пространственных точечных случайных процессов и стохастической геометрии, которые позволяют учитывать расположение пользователей и устройств в пространстве, случайные расстояния между ними, конфигурацию антенн и помещений, в случае высокочастотных технологий конфигурацию блокирующих передачу препятствий (т.н. блокираторов) и другие параметры моделирования. Эти параметры могут быть описаны геометрически, а с учетом случайного расположения объектов – в терминах стохастической геометрии. Таким образом, возникает новая дисциплина, которую мы назвали теорией стохастического анализа беспроводных сетей, и для которой в работах [1–3] мы показываем различные аспекты ее применения к сетям 5G/6G.

На сегодня нам ясно, как изменились и дополнились базовые теоретические дисциплины, которые надо теперь осваивать молодым специалистам. Эти изменения прежде всего коснулись теории телетрафика, теории массового обслуживания и методов стохастической геометрии. Фактически теорией стохастического анализа мобильных сетей связи мы называем совокупность новых методов и подходов в этих дисциплинах. Надеемся, что наши исследования помогут движению вперед к сетям будущих поколений. Технологии меняются, но фундаментальные основы и методы решения задач сохраняются на долгое время. В докладе показаны подходы к созданию системных и соответствующих им математических моделей, мы уверены, на ближайшее десятилетие они сохранят свою актуальность.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-00694, <https://rscf.ru/project/22-29-00694/>.

The reported study was funded by RSF, project number 22-29-00694, <https://rscf.ru/en/project/22-29-00694/>.

Список литературы

1. Молчанов Д.А., Бегашев В.О., Самуйлов К.Е., Кучерявый Е.А. Сети 5G/6G: архитектура, технологии, методы анализа и расчета. М.: Изд-во РУДН, 2022.
2. Naumov V., Gaidamaka Y., Yarkina N., Samouylov K. Matrix and Analytical Methods for Performance Analysis of Telecommunication Systems. Springer Nature, 2021.
3. Moltchanov D., Sopin E., Begishev V., Samuylov A., Koucheryavy Y., Samouylov K.A. Tutorial on Mathematical Modeling of 5G/6G Millimeter Wave and Terahertz Cellular Systems // IEEE Communications Surveys & Tutorials. 2022. V. 24. No 2. P. 1072–1116.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА В КВАНТОВО-МЕХАНИЧЕСКОЙ ИНТЕРПРЕТАЦИИ

Кондаков О.В.¹, Кондакова Е.В.²

^{1,2}Университет Куала-Лумпура, Малайзия

e-mail: ¹kondakov61@gmail.com, ²evkondakova@gmail.com

Аннотация. Моделирование пропускания планарного волновода в зависимости от магнитного поля проводилось в ориентации, когда вектор индукции магнитного поля направлен вдоль биссекторной оси висмута. Численной процедурой установлен вклад носителей заряда в электронных и дырочном экстремумах в L и T точках зоны Бриллюэна в поглощение электромагнитного излучения.

Ключевые слова: планарный волновод, магнитооптический эффект, моделирование пропускания в зависимости от магнитного поля.

MATHEMATICAL MODELING OF THE MAGNETO-OPTICAL EFFECT IN QUANTUM-MECHANICAL INTERPRETATION

Kondakov O.V.¹, Kondakova E.V.²

^{1,2} University of Kuala Lumpur, Malaysia

e-mail: ¹kondakov61@gmail.com, ²evkondakova@gmail.com

Abstract. The modeling of the transmittance of the planar waveguide as a function of the magnetic field was performed in the orientation when the magnetic field induction vector is directed along the bisectrix axis of bismuth. The numerical procedure established the contribution of charge carriers in the electronic and hole extremums at the L and T points of the Brillouin zone to the absorption of electromagnetic radiation.

Keywords: planar waveguide, magneto-optical effect, magnetic-field-dependent transmission modeling.

Введение. Моделирование формы экспериментальной линии пропускания проведено в предположении наличия квантовомеханического механизма

поглощения излучения стенками планарного волновода, изготовленного из двух зеркально симметричных половинок монокристалла висмута. Формирование коэффициента пропускания проводилось в предположении о независимом поглощении излучения всеми компонентами носителей заряда замагниченной плазмы висмута.

Метод моделирования. Моделирование полевой зависимости коэффициента пропускания планарного волновода из висмута проводилось в ориентации, когда вектор индукции магнитного поля был направлен вдоль биссекторной оси кристаллической решетки висмута (рис. 1).

Выражение для коэффициента пропускания планарного волновода с погрешностью 4 % представляет собой следующее выражение:

$$T(B) = \exp\{2L[q_y''(B) - q_y''(0)]\},$$

где L – длина планарного волновода, $q_y''(0)$ – мнимая часть волнового вектора в направлении распространения волны в волноводе, когда магнитное поле равно нулю, $q_y''(B)$ – аналогичная величина в магнитном поле B [1].

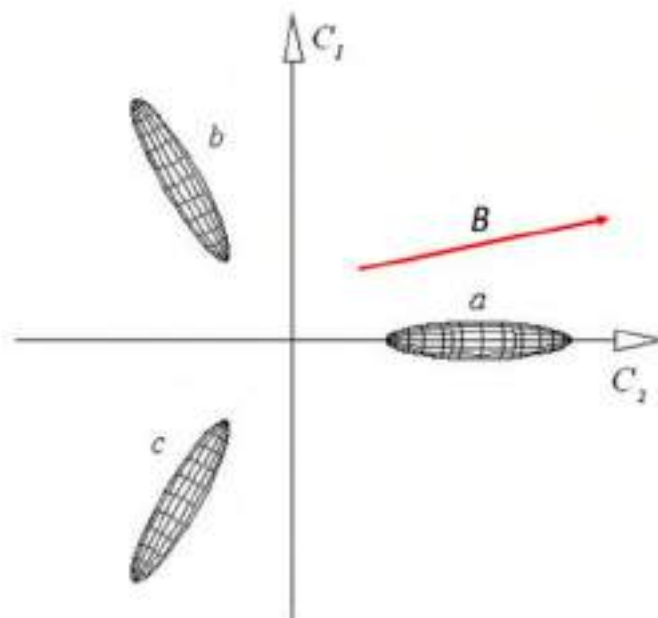


Рис. 1. Проекция электронных квазиэллипсоидов на тригональную плоскость (C_1 – бинарная ось; C_2 – биссекторная ось)

Результаты моделирования. На рис. 2 представлены экспериментальные результаты (линия черного цвета) и результаты моделирования (линия синего цвета) формы линии магнитопротекания, когда магнитное поле направлено вдоль биссекторной оси. На рис. 2 приведены также расчетные зависимости для электронов и дырок в L и T точках зоны Бриллюэна. Пропускание приведено в относительных единицах.

При направлении вектора индукции магнитного поля точно вдоль биссекторной оси в соответствие с математической моделью (рис. 1) в процессе поглощения энергии электромагнитной волны должны участвовать электроны меньшей циклотронной массы (эллипсоид «а»), электроны большей циклотронной массы (эллипсоиды «b» и «c») в L точке зоны Бриллюэна и дырки в T точке зоны Бриллюэна [2]. Однако в результате моделирования было

выяснено, что такая модель не позволяет получить модельную зависимость, близкую к экспериментально полученной.

Ориентация, в которой вырезан экспериментальный образец, достаточно экзотична и предполагает возникновение ошибки при подготовке образца к исследованию. Рабочие поверхности планарного волновода параллельны биссекторно-тригональной плоскости. В случае, когда имеется некоторый, даже малый, угол между направлением вектора магнитной индукции и биссекторной осью (рис. 1) в биссекторно-тригональной (бинарной) плоскости носители заряда имеют четыре отличные друг от друга циклотронные массы.

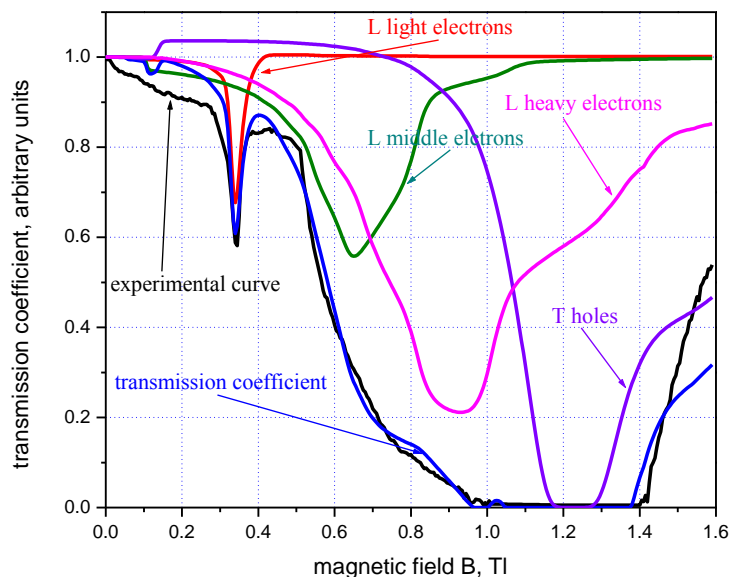


Рис. 2. Форма линии магнитопротекания, когда магнитное поле направлено вдоль биссекторной оси, экспериментальные результаты (линия черного цвета), расчет (линия синего цвета)

Циклотронные массы пропорциональны площади экстремального сечения квазиэллипсоидов постоянной энергии плоскостью, перпендикулярной вектору индукции магнитного поля [3]. Поэтому циклотронные массы эллипсоидов «а» и «b» (рис. 1) увеличиваются, а циклотронная масса эллипсоида «с» уменьшается по сравнению со значениями в случае, когда вектор индукции магнитного поля направлен точно вдоль биссекторной оси. На рис. 1 представлен именно этот случай. Стрелка на рис. 1 указывает направление вектора магнитной индукции. Таким образом, была принята гипотеза о том, что при подготовке образца или при установке образца в экспериментальную установку была совершена ошибка, приводящая к появлению носителей заряда с 4 различными циклотронными массами. Результаты моделирования при этих предположениях приведены на рис. 2.

Избранный подход к моделированию формы зависимости коэффициента протекания от величины магнитного поля позволяет в целом удовлетворительно повторить форму результата магнитооптического эксперимента. Численным расчетом установлена величина угла между вектором индукции магнитного поля и биссекторной осью (рис. 1) $\varphi=4^\circ$ в базисной плоскости.

Так как численный расчет проводился в предположении о независимом поглощении излучения в каждом энергетическом экстремуме, на рис. 2 совместно с экспериментальным спектром и конечным результатом его моделирования, приведены кривые поглощения для каждого типа носителей заряда. На рис. 2 электроны, сосредоточенные в L точке зоны Бриллюэна в экстремуме « a », обозначены как « L light electrons», в « b » – « L heavy electrons», в « c » – « L middle electrons», дырки сосредоточенные в T точке зоны Бриллюэна – « T holes».

Рассмотрим форму зависимости коэффициента пропускания для каждого сорта носителей заряда. Обращает на себя внимание несимметричность низкополевого и высокополевого крыльев линии поглощения для электронов, сосредоточенных в экстремумах « a » и « b » и T точке зоны Бриллюэна.

В рассматриваемом диапазоне магнитных полей энергия Ферми в среднем не меняет своего значения с увеличением магнитного поля [3]. Осцилляции энергии Ферми при проходе очередной трубки Ландау через поверхность Ферми составляет не более двух десятых миллиэлектронвольта. Энергия теплового размытия при температуре кипения жидкого гелия $T=4.2$ К составляет $k_B T=0.36$ мэВ. Все эти величины оказываются малыми по сравнению с энергией кванта электромагнитного излучения $E=3.6$ мэВ, поэтому полевая зависимость энергии Ферми не вносит никакого вклада в формирование формы линии магнитопоглощения.

На рис. 3 представлены результаты моделирования действительной части удельной электропроводности для каждого рассматриваемого разрешенного перехода электронов, относящихся к экстремуму « b ». Цифрами обозначены главные квантовые числа уровней Ландау зоны проводимости, между которыми происходят оптические переходы электронов. Также, приведена кривая, представляющая собой сумму частных значений электропроводности для отдельных уровней Ландау (кривая «sum» на рис. 3).

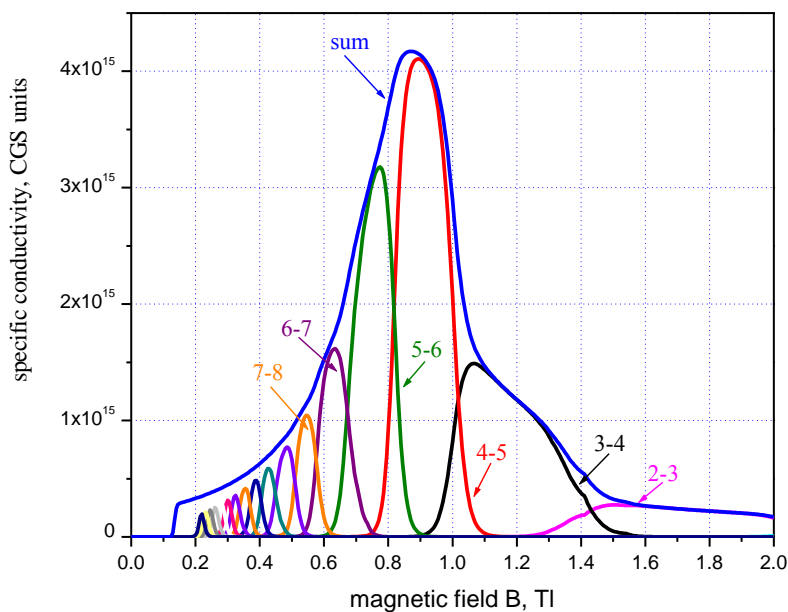


Рис. 3. Результаты моделирования действительной части высокочастотной электропроводности «тяжелых биссекторных электронов» для разрешенных внутризонных переходов, происходящих точно в L точке зоны Бриллюэна

Ассиметрия низкополевого и высокополевого крыльев линии поглощения возникает из-за того, что вместимость уровней Ландау возрастает с уменьшением номера уровня Ландау. По мере увеличения магнитного поля, уровни Ландау выходят за пределы уровня Ферми. Электроны, имеющие энергию, превышающую энергию Ферми, «перетекают» на уровни Ландау, расположенные ниже уровня Ферми. Таким образом, «сигнал» от переходов на уровнях Ландау с меньшими номерами превышает «сигнал» от переходов на уровнях Ландау с большими номерами. Именно эта особенность, характерная также и для Т дырок, привела к тому, что на участке величины магнитного поля от 1,4 до 1,6 Тл оказалось невозможным промоделировать экспериментальную зависимость с удовлетворительной точностью. Полевая зависимость уровней Ландау для рассматриваемых сортов носителей заряда должна иметь более быстрый рост с увеличением магнитного поля по сравнению с использованной в вычислениях в данной работе [4].

Список литературы

1. Голубев В.Г., Евсеев В.Н., Иванов К.Г., Иванов-Омский В.И. Субмиллиметровая полосковая линия из висмута в магнитном поле // ЖТФ. 1980. Т. 50.
2. Эдельман В.С. Свойства электронов в висмуте // УФН. 1977. Т. 123. С. 257–287.
3. Миронова Г.А., Судакова М.В., Пономарев Я.Г. Закон дисперсии носителей в сплавах $\text{Bi}_{1-x}\text{Sb}_x$ // ФТТ. 1980. Т. 22. №12. С. 3628–3634.
4. Vecchi M.P., Pereira J.R., Dresselhaus M.S. Anomalies in the magnetoreflexion spectrum of bismuth in the low-quantum-number limit // Phys. Rev. B. 1974. V. 4. № 2. P. 298–317.

О НАПРАВЛЕНИЯХ ИССЛЕДОВАНИЙ И РАЗВИТИИ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ФИЦ ИУ РАН

Синицин В. И.

Федеральное государственное учреждение Федеральный
исследовательский центр «Информатика и управление»

Российской академии наук, Москва, Россия

e-mail: VSinitsin@ipiran.ru

Аннотация. Интегрирование областей искусственного интеллекта, анализа данных и прогнозирования приводит к появлению новых интеллектуальных технологий в различных сферах, активно развивая при этом междисциплинарное взаимодействие научных коллективов. В работе приводятся краткие сведения о ФИЦ ИУ РАН, а также дается обзор научных результатов Центра в области создания интеллектуальных технологий, полученных при выполнении крупных междисциплинарных научных проектов и грантов, а также государственного задания Министерства науки и образования РФ. В частности, приводятся результаты по созданию теории, методов и инструментов моделирования сложных систем, и применению разработанных подходов для решения широкого спектра актуальных задач из различных областей: искусственный интеллект, робототехника, материаловедение, сбоеустойчивые цифровые устройства, вычислительная биология, прогнозирование социальных процессов.

Ключевые слова: интеллектуальная технология, искусственный интеллект, анализ данных, робототехника, материаловедение, цифровые устройства.

ABOUT THE DIRECTIONS OF RESEARCH AND DEVELOPMENT INTELLECTUAL TECHNOLOGIES IN FRCCSC RAS

Sinitsin V.I.

*Federal Research Center «Computer Science and Control»
of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia
e-mail: VSinitsin@ipiran.ru*

Abstract. The integration of the fields of artificial intelligence, data analysis and forecasting leads to the emergence of new intelligent technologies in various fields, while actively developing interdisciplinary interaction of research teams. The paper provides brief information about FRCCSC, as well as provides an overview of the scientific results of the Center in the field of creating intelligent technologies obtained during the implementation of large interdisciplinary research projects and grants. In particular, the results are presented on the creation of theory, methods and tools for modeling complex systems, as well as the application of the developed approaches to solve a wide range of actual problems from various fields: artificial intelligence, robotics, materials science, fault-tolerant digital devices, computational biology, forecasting social processes.

Keywords: intelligent technology, artificial intelligence, data analysis, robotics, materials science, digital devices.

Научные области искусственного интеллекта, анализа данных и прогнозирования, включая системный анализ, тесно связаны друг с другом. Интегрирование этих двух областей приводит к появлению новых интеллектуальных технологий в различных сферах, активно развивая при этом междисциплинарное взаимодействие научных коллективов. Сложившаяся объективная потребность качественно нового уровня интеграции исследований послужила предпосылкой создания системы федеральных исследовательских центров по основным научным направлениям [1, 2].

ФИЦ ИУ РАН – академическая научная организация, созданная на основании приказа Федерального агентства научных организаций России (ФАНО) от 31.12.2014 г. № 1421, в рамках реализации принципов объединения, интеграции и укрупнения научных центров. В ее состав вошли Институт проблем информатики РАН, Вычислительный центра РАН им. академика А.А. Дородницына, Институт системного анализа РАН, Институт образовательной информатики, Институт современных информационных технологий в медицине.

Целью деятельности Центра являются выполнение фундаментальных, поисковых и прикладных научных исследований в области вычислительной и прикладной математики, системного анализа, математического моделирования, теоретической информатики, информационных, интеллектуальных и когнитивных технологий, а также применение результатов исследований для

создания информационно-телекоммуникационной инфраструктуры страны и регионов, информатизации общества.

Основные научные направления исследований ФИЦ ИУ РАН:

- Математические методы анализа данных и прогнозирования;
- Системы искусственного интеллекта, извлечение знаний и анализ текстов;
- Системный анализ и управление;
- Информационные, управляющие и телекоммуникационные системы;
- Методы и программные средства накопления и обработки больших данных;
- Математическое моделирование сложных физических и технических систем;
- Теоретико-вероятностные и статистические методы моделирования;
- Моделирование социальных, экономических и экологических процессов;
- Информационная безопасность;
- Информатика в образовании.

Среди значимых междисциплинарных проектов в области интеллектуальных технологий, выполняемых в настоящий момент Центром, можно выделить:

а) Крупный научный проект

«Методы построения и моделирования сложных систем на основе интеллектуальных и суперкомпьютерных технологий, направленные на преодоление больших вызовов».

Целью проекта является создание теории, методов и инструментов моделирования сложных систем, и применение разработанных подходов для решения широкого спектра актуальных задач из различных областей: искусственный интеллект, робототехника, материаловедение, сбоеустойчивые цифровые устройства, высотная аэродинамика, вычислительная биология, прогнозирование социальных процессов.

б) Крупный научный проект

«Актуальные научные задачи стратегии адаптации потенциала землепользования России в современных условиях беспрецедентных вызовов».

Целью проекта является создание аналитических информационных систем для сельского хозяйства и разработка цифровой платформы поддержки принятия оперативных решений в землепользовании и земледелии на основании применения математических моделей.

в) Комплексный научный проект

«Программа создания и развития научного центра мирового уровня «Агротехнологии будущего».

Целью проекта является формирование центра компетенций международного уровня в области агротехнологий на основе объединения ведущих отечественных научно-образовательных и научно-исследовательских организаций в области сельского хозяйства, биотехнологий и цифровых технологий и создание предпосылок для обеспечения лидирующих позиций российской аграрной науки на мировой арене.

При работе по национальному проекту «Наука» Центром выполнены федеральные проекты «Развитие передовой инфраструктуры для проведения исследований и разработок в Российской Федерации» и «Развитие научной и научно-производственной кооперации». В ходе их выполнения созданы

цифровая система управления сервисами научной инфраструктуры коллективного пользования, а также цифровая платформа научного и научно-технического взаимодействия, организации и проведения совместных исследований в удаленном доступе [3, 4]. Цифровые платформы реализованы на гибридном высокопроизводительном вычислительном комплексе и в круглосуточном режиме обеспечивают предоставление научным коллективам вычислительных ресурсов.

Области искусственного интеллекта и робототехники тесно связаны друг с другом. Интеллектуальность требуется роботам, чтобы манипулировать объектами, выполнять навигацию с проблемами локализации и планировать движение. Активные фундаментальные исследования проводятся Центром в интересах разработки новых алгоритмов управления робототехническими устройствами в рамках двух направлений. Первое - исследования на основе искусственных нейронных сетей и эволюционных методов символьной регрессии. Второе – изыскание системотехнических решений для систем поддержки принятия решений и управления робототехническими устройствами с применением методов искусственного интеллекта.

Серьезное развитие в работах Центра получило и многомасштабное моделирование для синтеза новых материалов. Существенным итогом работ является создание информационно-вычислительной среды для компьютерного моделирования в области материаловедения [5, 6]. Использование указанной среды позволяет исследователю проводить:

- расчет электронной плотности при заданной конфигурации атомов;
- поиск атомной конфигурации, минимизирующей энергию системы.

Функциональность среды достигается путем применения алгоритмов машинного обучения и методов управления большими данными для решения задач квантово-механического моделирования, а также использования нейросетевых алгоритмов для высокоточного решения уравнения Шрёдингера [7].

В условиях перехода к новому экономическому укладу на базе глобальной «цифровизации» особую актуальность приобрела тема стохастического моделирования применительно к классу организационно-техно-экономических систем (ОТЭС), находящихся под воздействием внутренних и внешних стохастических помех и случайных факторов, а также тема оптимизации управления в ОТЭС, в том числе по интегральным социально-техно-экономическим критериям. Так, научным коллективом Центра в период 2014–2019 гг. впервые для отечественной и мировой литературы обоснованы и описаны принципы моделирования и управления деятельностью хозяйствующих субъектов экономики, информационно объединенных в виртуальные предприятия, действующие на внутреннем и внешнем рынках финансов, товаров, кадров, информации и услуг [8, 9].

В рамках построения самосинхронного сбоеустойчивого схемотехнического базиса для реализации надежной цифровой аппаратуры разработана двухуровневая сбоеустойчивая библиотека самосинхронных (СС) ячеек и комплект файлов (нормы 65 нм), обеспечивающих ее интеграцию в

промышленные САПР. Разработанные библиотеки и предложенная методология проектирования содержат исчерпывающую информацию для реализации сбоеустойчивой аппаратуры. Созданная библиотека является полностью патенточистой и патентозащищенной. Проведенными исследованиями показано, что использование СС подхода и предложенных схемотехнических приемов обеспечивает маскирование не менее 95% сбоев в комбинационных схемах (в зависимости от параметров помехообразующих факторов и степени параллельности реализуемой схемы), а применение DICE подхода к схемотехническому и топологическому проектированию СС схем с памятью обеспечивает повышение их сбоеустойчивости до уровня комбинационных схем.

В рамках создания цифрового пространства научных знаний (ЦПНЗ) построена цифровая семантическая библиотека. В библиотеке реализована трехуровневая модель онтологии ЦПНЗ. Библиотека как инструмент конструирования ЦПНЗ обеспечивает:

- формирование подпространства ЦПНЗ;
- автоматизированную обработку контента;
- накопление и вывод новой информации;
- навигацию по контенту ЦПНЗ.

Практической реализацией указанного выше типа библиотек служит разработанная в Центре цифровая семантическая открытая библиотека LibMeta [10].

Предметом исследования Центра являются новые тренды информационной безопасности в условиях цифровой экономики. В частности, особое внимание уделяется новому осмыслению угроз безопасности информации при сбоях и отказах аппаратно-программных средств инфраструктурных компонент элементов цифровой экономики. Разработаны пакеты предложений по расширению следующих направлений обеспечения информационной безопасности при сбоях и отказах оборудования:

- а) дисциплина эксплуатации
- б) организационно-административные регламенты выполнения эксплуатационных работ
- в) резервное копирование и восстановление данных
- г) функциональное резервирование.

Внедрение интеллектуальных технологий в процесс цифровой трансформации – единственный реальный путь вхождения России в состав ведущих экономик мира. Для успешной реализации задач трансформации необходимо объединение организационно-административных ресурсов ответственных органов государственной власти, ресурсных возможностей промышленности, активных инвестиций бизнес-компаний и, самое главное, – компетенций научных организаций.

Список литературы

1. Зацаринный А.А., Киселев Э.В., Козлов С.В., Колин К.К. Информационное пространство цифровой экономики России. Концептуальные основы и проблемы формирования. М.: ФИЦ ИУ РАН, 2018. 236 с.
2. Зацаринный А.А., Горшенин А.К., Волович К.И., Кондрашев В.А. Основные направления развития информационных технологий в условиях вызовов цифровой экономики // Цифровая обработка сигналов. 2018. № 1. С. 3–7.
3. Кондрашев В.А. Архитектура системы предоставления сервисов цифровой платформы для научных исследований // Системы и средства информатики. 2018. Т. 28. № 3. С. 131–140.
4. Зацаринный А.А., Кондрашев В.А., Сучков А.П. Система научных сервисов как актуальный компонент научных исследований // Системы и средства информатики. 2019. Т. 29. № 1. С. 25–40.
5. Абгарян К.К., Гаврилов Е.С. Информационная поддержка интеграционной платформы многомасштабного моделирования // «Системы и средства информатики», 2019. Т.29. №1. С. 53–62.
6. Абгарян К.К. Информационная технология построения многомасштабных моделей в задачах вычислительного материаловедения // Системы высокой доступности. 2018. Т. 15. № 2. С. 9–15.
7. Абгарян К.К., Осипова В.А. Применение методов поддержки принятия решений для многокритериальной задачи отбора многомасштабных композиций // Информатика и ее применение. 2019. №2. С. 47–53.
8. Сеницын И.Н., Шаламов А.С. Лекции по теории систем интегрированной логистической поддержки. Управление процессами. Жизненный цикл продукции. Жизненный цикл персонала. Финансовый жизненный цикл. Издание 2-е, переработанное и дополненное. М.: Изд. ГОРСУС-ПРЕСС, Москва, 2019. 1072 с.
9. Сеницын И.Н., Шаламов А.С. Системы и средства информационной поддержки послепродажного обслуживания серийной продукции. Аналитический обзор // Системы высокой доступности // 2019. Т. 15. № 3. С. 4–42.
10. Атаева О.М., Серебряков В.А. Онтология цифровой семантической библиотеки LibMeta // Информатика и ее применение. 2018. Т. 12. Вып. 1. С. 10.

ДИНАМИКА ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ МОЩНОСТЕЙ И ИНФЛЯЦИЯ

Оленёв Н.Н.

Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»

Российской академии наук, Москва, Россия

e-mail: nolenev@mail.ru

Аннотация. Построение макроэкономических моделей на основе описания экономических процессов на микроуровне задает границы применимости макромоделей экономики и позволяет объяснить макроэкономические явления. В данной работе представлено объяснение снижения инфляции в России на основе динамики производственных мощностей. Производственная мощность задает максимально возможный выпуск и распределена по технологиям. Рассмотрена модель, в которой технология задается трудоемкостью. Полагаем, что производственная мощность снижается с возрастом, а число рабочих мест остается неизменным до

некоего предельного возраста. Тогда можно построить эндогенную производственную функцию, содержащую среди параметров предельный возраст мощностей. Идентификация параметров такой производственной функции по статистическим данным экономики России показывает, что инфляция издержек в 2017 г. значительно снизилась.

Ключевые слова: производственная мощность, предельный возраст, макромоделль экономики, производственная функция, инфляция издержек, экономика России.

DYNAMICS OF PRODUCTION CAPACITIES AND INFLATION

Olenev N.N.

*Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian Academy of Science, Moscow, Russia
e-mail: nolenev@mail.ru*

Abstract. The construction of macroeconomic models based on the description of economic processes at the microlevel sets the limits of applicability of macroeconomic models and makes it possible to explain macroeconomic phenomena. This paper presents an explanation of the decline in inflation in Russia based on the dynamics of production capacities. Production capacity sets the maximum possible output and is distributed by technology. Here we consider a model in which the technology is given by labor intensity. We assume that production capacity decreases with age, while the number of jobs remains unchanged until a certain age limit. Then it is possible to construct an endogenous production function containing among the parameters the age limit of capacities. The identification of the parameters of such a production function according to the statistical data of the Russian economy shows that cost inflation in 2017 has significantly decreased.

Keywords: production capacity, age limit, macroeconomic model, production function, cost-push inflation, Russian economy.

В работах [1–6] представлена эндогенная производственная функция отрасли или экономики в целом, построенная на основе исходного микроэкономического описания динамики производственных мощностей с заданным предельным возрастом. Производственная мощность определяется максимально возможным выпуском [7–8]. Полагаем, что число рабочих мест задано в момент создания производственной единицы и не меняется до достижения ею предельного возраста мощностей, а сама мощность уменьшается с постоянным темпом $\mu > 0$.

Также, как и в [1–6, 9], считаем, что все новые мощности используют наилучшую технологию, то есть имеют наименьшую из известных трудоемкость $\nu(t)$. В переменных Лагранжа (t, τ) , где t – текущий момент времени, а τ – момент создания мощности, $(t - \tau)$ – возраст данной мощности. Если $J(t)$ – новые мощности в момент времени t , то падение производственной мощности с возрастом описывается, как $m(t, \tau) = J(\tau)\exp(-\mu(t - \tau))$, а рост трудоемкости, как $\lambda(t, \tau) = \nu(\tau)\exp(+\mu(t - \tau))$, в то время как число рабочих мест на мощности с возрастом не меняется, $\lambda(t, \tau)m(t, \tau) = \nu(\tau)J(\tau)$.

Суммарная производственная мощность $M(t)$ определяется предельным возрастом мощностей $A(t)$.

$$M(t) = \int_{t-A(t)}^t m(t, \tau) d\tau = \int_{t-A(t)}^t J(\tau) e^{-\mu(t-\tau)} d\tau \quad (1)$$

Темп уменьшения наилучшей трудоемкости $\nu(t)$ пропорционален доле новых мощностей $\alpha(t) = J(t)/M(t)$ [1–6, 9].

$$\frac{1}{\nu(t)} \frac{d\nu(t)}{dt} = -\varepsilon\alpha(t). \quad (2)$$

Безразмерный параметр $\varepsilon > 0$ в (2) характеризует темп НТП. В силу (1) темп суммарной мощности описывается дифференциальным уравнением

$$\frac{1}{M(t)} \frac{dM}{dt} = \alpha(t) - \mu - \left(1 - \frac{dA}{dt}\right) \frac{M(t-A)}{M(t)} \alpha(t-A) e^{-\mu A(t)}. \quad (3)$$

Производственную функцию, зависимость выпуска $Y(t)$ от факторов производства (совокупного труда $L(t)$ и суммарной мощности $M(t)$), определяется параметрическим образом по оптимальной загрузке мощностей.

Пусть $x(t)$ – отношение средней трудоемкости мощностей $L(t)/M(t)$ к наименьшей $\nu(t)$, $x(t) = L(t)/(\nu(t)M(t))$. Тогда $Y(t) = M(t)f(x(t))$, где функция $f(x)$ имеет смысл загрузки суммарной мощности, $0 \leq f(x) \leq 1$. В частном случае, когда объемные макропоказатели (Y, M, J) растут с постоянным темпом, а предельный возраст $A \gg 1$ фиксирован, то [4] $0 < \alpha < 1$ и

$$f(x(t)) = \frac{\alpha}{\varphi} \left\{ 1 - \left[1 - \frac{(\varphi - \mu - \varepsilon\alpha)}{\alpha} x(t) \right]^{\varphi/(\varphi - \mu - \varepsilon\alpha)} \right\}. \quad (4)$$

В (4) φ – вещественный положительный корень трансцендентного уравнения $\varphi/\alpha = 1 - \exp(-\varphi A)$, его можно выразить через W -функцию Ламберта [6, 10].

В общем случае, когда на рассматриваемом временном интервале может быть смена различных характерных режимов, производственную функцию и ее параметры можно оценить численно на основе исходного микроэкономического описания модели [2–3]. Оценка [2–3] среднего предельного возраста мощностей для экономики России по модели с одним продуктом $A = 25$. Значит, в 2017 г. производственные мощности советского времени (когда инвестиции в новые мощности были значительными) в среднем перестают влиять на инфляцию издержек (1992+25=2017). С этого времени инфляция обусловлена монетарными мерами, а реальный сектор экономики на инфляцию влияет все меньше [2–3]. Следует отметить, что усреднение в реальной экономике связано с наличием резервных мощностей [11], с

различным предельным возрастом в разных отраслях экономики и со структурными изменениями [12].

Заполненные черным цветом колонки соответствуют оптимальному размещению числа занятых в экономике (труда) по производственным мощностям. Реальное размещение, конечно, отличается от модельного, поэтому на уровень инфляции издержек оказывают влияние все используемые производственные мощности. Тем не менее, из рис.1 ясно видно, что большой «хвост» старых мощностей, созданных в советское время, в 2017 г. в среднем вышел из употребления. Неумолимое исчезновение инфляции издержек в реальном секторе экономики оказывает существенное влияние на финансовый сектор. Теперь можно добиться финансовой стабилизации и в условиях рыночной экономики, что было трудно сделать в 90-е годы прошлого века. Для оценки внешних параметров используемой модели экономики по данным России в [2] использовались методы идентификации [13-14]. Устойчивость идентификации параметров моделей изучена в [15] на примере модели Рамсея для российской экономики.

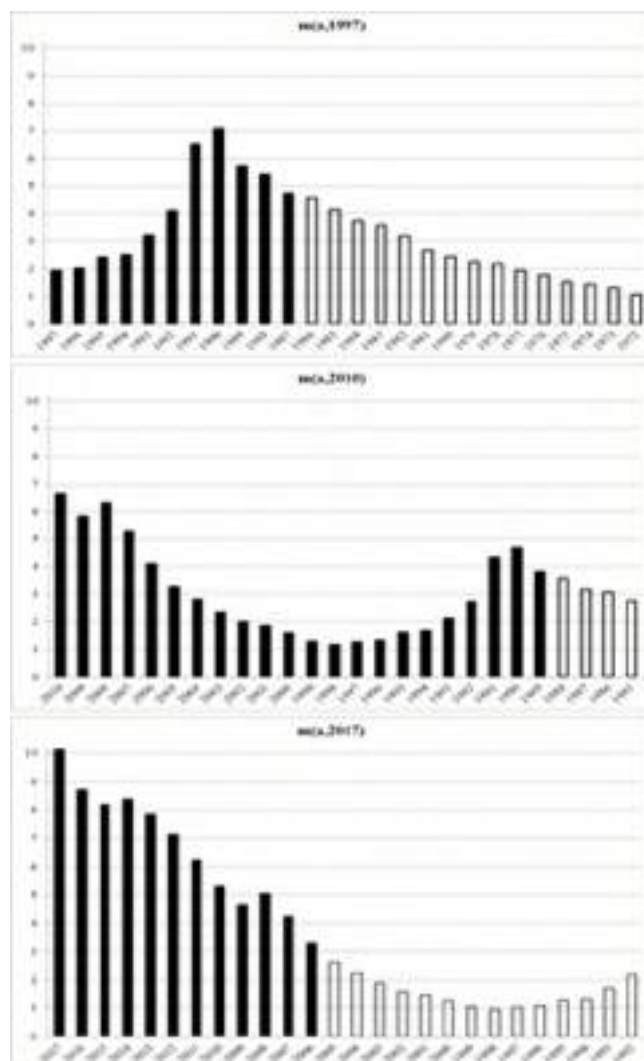


Рис. 1. Распределение производственных мощностей $m(t, \tau)$ в 1997, 2010, 2017 гг. по годам создания τ (в трлн. руб. 2010 г.) [2]

На рис. 2 представлены показатели инфляции и ключевая ставка на конец месяца в России за один год с апреля 2022 г. по март 2023 г. в одних единицах, в процентах годовых. Март 2022 г. исключен, в этом месяце была существенная инфляция, когда цены за месяц выросли сразу на $p = 7.61\%$, что дает месячную инфляцию, измеренную в годовых процентах $g = ((1 + p/100)^{12} - 1) = 141.12\%$ [16]. Показатель инфляции, измеряющий рост цены в сравнении с соответствующим месяцем предыдущего года, обычно полезен для принятия долгосрочных решений, поскольку он сглаживает сезонные колебания. Однако, в случае уникального события, как начало СВО, использование этого показателя может вводить в заблуждение.

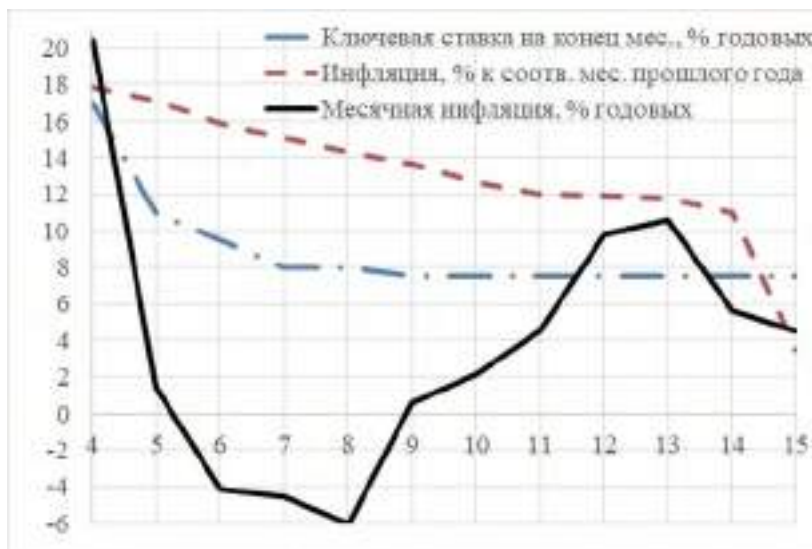


Рис. 2. Показатели инфляции в России с апреля 2022 г. (4) по март 2023 г. (15)

Из рис. 2 видно, что сравнение ключевой ставки с обычным показателем инфляции в этот период некорректно. Кажется, что инфляции выше ключевой ставки, хотя фактическая инфляция, измеренная по месячным данным, сразу после мартовского 2022 г. скачка цен была существенно ниже ключевой ставки. Установление повышенной ключевой ставки позволило российской банковской системе выжить, но она не смогла заметно увеличивать объемы кредитов в производственные предприятия, поскольку проценты по кредиту выше ключевой ставки.

Работа выполнялась с использованием инфраструктуры Центра коллективного пользования «Высокопроизводительные вычисления и большие данные» (ЦКП «Информатика») ФИЦ ИУ РАН (г. Москва).

Список литературы

1. Оленёв Н.Н. Производственная функция с учетом ограничения производственных мощностей по возрасту // Труды МФТИ. 2017. Т. 9. №3 (35). С. 143–150.
2. Оленёв Н.Н. Идентификация производственной функции с предельным возрастом мощностей // Математическое моделирование. 2019. Т. 31. № 11. С. 47–60.

3. *Olenev N. N.* Identification of a Production Function with Age Limit for Production Capacities // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2020. V. 12. P. 482–491.
4. *Olenev N.* Golden Rule Saving Rate for an Endogenous Production Function // *Communications in Computer and Information Science*. Springer, Cham. 2020. V. 1145. P. 267–279.
5. *Оленёв Н.Н.* Эндогенная производственная функция // *Материалы VIII Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии»* (21–22 апреля 2022 г.). Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2022. С. 76–80.
6. *Olenev N.* Fluctuations of Aggregated Production Capacity Near Balanced Growth Path // *Lecture Notes in Computer Science*. Springer, Cham. 2022. V. 13781. P. 192–204.
7. *Johansen L.* Production functions and the concept of capacity // *Recherches Recentes sur la Fonction de Production*, Collection. *Economie Mathematique et Econometrie*. 1968. V. 2. 49–72.
8. *Johansen L.* Production functions: An integration of micro and macro, short run and long run aspects. Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1972.
9. *Оленёв Н.Н., Петров А.А., Поспелов И.Г.* Модель процесса изменения мощности и производственная функция отрасли хозяйства // *Математическое моделирование: Процессы в сложных экономических и экологических системах*. М., 1986. С. 46–60.
10. *Дубинов А.Е., Дубинова И.Д., Сайков С.К.* W-функция Ламберта и ее применение в математических задачах физики. Учебное пособие. Саров, 2006.
11. *Оленёв Н.Н.* Модель жизненного цикла основных фондов и производственная функция, учитывающая резервы мощностей // *Математическое моделирование*. 1995. Т. 7. № 7. С. 19–33.
12. *Оленёв Н.Н.* Исследование влияния структурных изменений на экономику России // *Вестник Российского университета дружбы народов. Серия Экономика*. 2015. № 1. С. 150–157.
13. *Оленёв Н.Н.* Параллельные вычисления в идентификации динамических моделей экономики // *Труды международной научной конференции «Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2008)»* (Санкт-Петербург, 28 января – 1 февраля 2008 г.). Челябинск: ЮУрГУ, 2008. С. 207–214.
14. *Гергель В.П., Оленев Н.Н., Рябов В.В., Фетинина А.И.* Параллельные методы глобальной оптимизации в идентификации динамической балансовой нормативной модели экономики Нижегородской области // *Труды международной научной конференции «Параллельные вычислительные технологии (ПаВТ'2011)»*. (Москва, 28 марта – 1 апреля 2011 г.). Челябинск: ЮУрГУ, 2011. С. 440–451.
15. *Каменев Г.К., Оленёв Н.Н.* Исследование устойчивости идентификации и прогнозирования российской экономики на модели Рамсея // *Математическое моделирование*. 2014. Т. 26. № 9. С. 3–17.
16. *Оленёв Н.Н.* Об оценке инфляции в моделях экономики России // *Материалы X Международной научно-практической конференции «Fundamental science and technology»* (20 декабря 2022 г.) Ч. 1. Уфа: ООО НИЦ Вестник науки, 2022. С. 14–20.

ВОПРОСЫ ПОСТРОЕНИЯ И УСТОЙЧИВОСТИ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ КОНВЕЙЕРНЫХ СИСТЕМ

Дружинина О.В.¹, Масина О.Н.², Петров А.А.³

*¹Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук, Институт проблем управления*

им. В.А. Трапезникова Российской академии наук

^{1,2,3}Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина

e-mail: ¹ovdruzh@mail.ru, ²olga121@inbox.ru, ³xeal91@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрены модели ленточного конвейера с динамическим изменением угла между горизонтальной плоскостью и плоскостью ленты конвейера. Указанные модели задаются нелинейными системами обыкновенных дифференциальных уравнений в четырехмерном фазовом пространстве. Изложены результаты вычислительных экспериментов, получена визуализация траекторий движения с учетом различных наборов параметров, охарактеризованы условия устойчивости. Использовано авторское программное обеспечение с привлечением библиотек математических вычислений. Результаты могут найти применение при проектировании систем управления производственными линиями.

Ключевые слова: математическая модель ленточного конвейера, траекторная динамика, устойчивость, стабилизация, вычислительные эксперименты, программное обеспечение.

ISSUES OF DYNAMIC MODELS CONSTRUCTION AND STABILITY FOR CONVEYOR SYSTEMS

Druzhinina O.V.¹, Masina O.N.², Petrov A.A.³

¹ FRC CSC RAS, ICS RAS, Moscow, Russia

^{1,2,3} Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: ¹ovdruzh@mail.ru, ²olga121@inbox.ru, ³xeal91@yandex.ru

Abstract. Models of a belt conveyor with a dynamic change in the angle between the horizontal plane and the plane of the conveyor belt are considered. These models are given by nonlinear systems of ordinary differential equations in a four-dimensional phase space. The results of computational experiments are presented, the visualization of motion trajectories is obtained taking into account various sets of parameters, and the stability conditions are characterized. The author's software is used with the involvement of libraries of mathematical calculations. The results can be used in designing of control systems for production lines.

Keywords: mathematical model of a belt conveyor, trajectory dynamics, stability, stabilization, computational experiments, software.

Вопросы построения и анализа динамических моделей конвейерного транспорта относятся к актуальным научно-техническим проблемам [1–5]. Построение моделей ленточного конвейера в настоящей статье базируется на обобщении моделей, рассмотренных в [6, 7]. В [6] представлено описание базовой модели ленточного конвейера с динамическим изменением угла между горизонтальной плоскостью и плоскостью ленты конвейера. В [7] предложена

такая модифицированная математическая модель ленточного конвейера, в которой учитывается осевое трение.

В настоящей статье мы рассматриваем обобщенную модель ленточного конвейера, задаваемую системой уравнений вида

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \frac{P}{m}, \\ \dot{p} &= u_p(t) - k \frac{P}{m} - (m - m_0)g \sin(\alpha_0), \\ \dot{\alpha}_0 &= \alpha_1, \\ \dot{\alpha}_1 &= \frac{u_\alpha(t)}{m c \varepsilon^2} - \frac{g \cos(\alpha_0)}{\varepsilon} + \left(\alpha_0 + \frac{\varepsilon_0}{g} \right)^{-\gamma}, \\ u_p, u_\alpha &\in U, \varepsilon \in E, m \in M, \end{aligned} \quad (1)$$

где входящие величины пояснены в таблице 1.

Таблица 1.
Обозначения для модели (1)

Обозначение	Описание
x	линейное перемещение ленты конвейера
p	импульс системы
α_0	угол подъема конвейера относительно нулевого положения
α_1	скорость углового вращения конвейера
m	общая масса системы
m_0	общая масса грузов на конвейере
$u_p(t)$	функция управления тягой конвейера
$u_\alpha(t)$	функция управления углом подъема ленты
ε	положение центра масс конвейера относительно нижнего ролика
ε_0	усредненное положение центра тяжести
c	коэффициент, определяющий момент инерции конвейера
k	коэффициент трения качения
γ	коэффициент упругости демпфера

Множества M , E , U включают в себя все возможные значения общей массы грузов, центра масс и управлений соответственно. Изменения режимов функционирования в модели (1) соответствуют выбору m и ε из множеств M , E согласно заданному закону. Система (1) относится к системам с переключениями.

В модели (1) по сравнению с ранее рассмотренными моделями в качестве фазовой переменной используется импульс вместо линейной скорости, а также добавлено выражение, описывающее влияние демпфера в точке $\alpha_0 = 0$. В настоящей статье рассмотрен случай, когда u_p , u_α обращаются в нуль.

Изучена динамика углового положения для неуправляемой системы (1) вблизи $\alpha_0 = 0$. Для проведения вычислительных экспериментов разработана программа на языке Julia с применением библиотек DifferentialEquations, Plots [8]. Результаты экспериментов представлены на рис. 1 и на рис. 2.

Согласно рис. 1, на рассматриваемом подмножестве фазового пространства в системе (1) присутствует два состояния равновесия: $s_0(0, 0)$ и $s_1(3\pi/2, 0)$. Указанные состояния равновесия соответствуют горизонтальному положению конвейера (s_0) и положению конвейера, направленного вниз (s_1). Состояние s_1 для (1) является возможным, поскольку демпфер для $\alpha_0 = \pi$ уравнениями модели не предусмотрен.

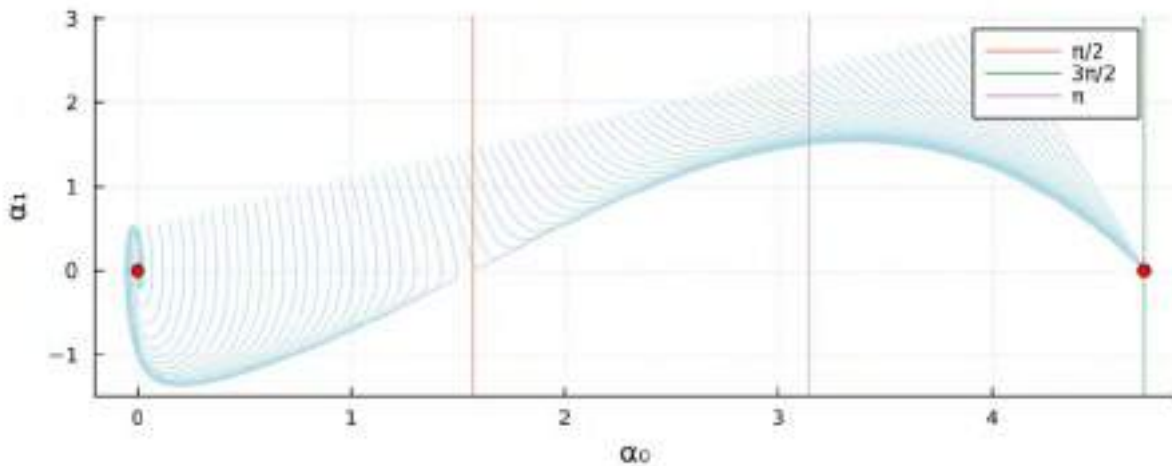


Рис. 1. Фазовый портрет системы (1) при $l = 5$

Представленный на рис. 1 фазовый портрет свидетельствует о том, что первое состояние равновесия является устойчивым фокусом. Однако, характер второго состояния равновесия требует дальнейшего изучения с учетом варьирования значения осевого сопротивления l . Для изучения состояния равновесия s_1 проведен вычислительный эксперимент для $l = 1$, результаты представлены на рис. 2.

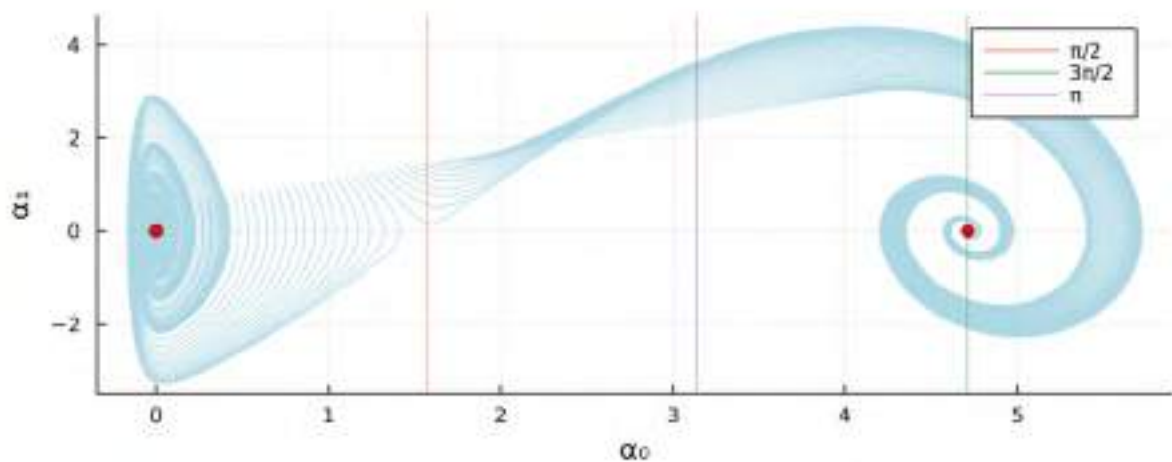


Рис. 2. Фазовый портрет системы (1) при $l = 1$

Таким образом, переход к уменьшенному значению коэффициента осевого сопротивления позволяет провести более четкую визуальную интерпретацию характера устойчивости состояния равновесия s_1 по сравнению с результатом, представленным на рис. 1. Указанное состояние равновесия по аналогии с s_0 также является устойчивым фокусом.

Кроме того, проведен ряд компьютерных экспериментов с варьированием других параметров модели (1). Результаты экспериментов демонстрируют согласованность физических эффектов, возникающих в системах конвейерного транспорта, и построенной динамической модели ленточного конвейера. В качестве перспективного направления исследований можно отметить модификацию и анализ устойчивости модели с учетом переходных процессов при разгрузке. Следует отметить, что разработка программного обеспечения моделирования ленточного конвейера на языке Julia с применением библиотек `DifferentialEquations`, `Plots` демонстрирует эффективность и достаточно высокую производительность при решении поставленных задач. Полученные результаты могут найти применение при проектировании машин непрерывного транспорта, а также при решении задач стабилизации и проектировании новых систем управления производственными линиями.

Список литературы

1. *Subba Rao D.V.* The belt conveyor: a concise basic course. London, New York: CRC Press, 2020.
2. *Дмитриев В. Г., Вержанский А. П.* Основы теории ленточных конвейеров. М.: Горная книга, 2017.
3. *Рачков Е.В.* Машины непрерывного транспорта. М.: Альтаир-МГАВТ, 2014.
4. *Fedorko G., Komenskeho P.* Implementation of industry conveyor transport // MATEC Web of Conferences. 2019. V. 263. P. 01001.
5. *He D., Pang Y., Lodewijks G.* Belt conveyor dynamics in transient operation for speed control // International Journal of Civil, Environmental, Structural, Construction and Architectural Engineering. 2016. V. 10. No 7. P. 865–870.
6. *Druzhinina O.V., Masina O.N., Petrov A.A.* Modeling of the belt conveyor control system using artificial intelligence methods // Journal of Physics: Conference Series. 2021. V. 2001. P. 012011.
7. *Masina O.N., Druzhinina O.V., Petrov A.A.* Controllers synthesis for computer research of dynamic conveyor belt model using intelligent algorithms // Lecture Notes in Networks and Systems (LNNS). Springer, 2022. V. 502. P. 462–473.
8. *Bezanson J., Edelman A., Karpinski S., Shah V.B.* Julia: A fresh approach to numerical computing // SIAM review. 2017. V. 59. No 1. P. 65–98.

**СЕКЦИЯ 1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ, КОМПЬЮТЕРНАЯ
АЛГЕБРА, ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ, УСТОЙЧИВОСТЬ,
СТАБИЛИЗАЦИЯ И УПРАВЛЕНИЕ В СЛОЖНЫХ СИСТЕМАХ**

**ОБ УСТОЙЧИВОСТИ БЕСКОНЕЧНОСТИ ДЛЯ СИСТЕМЫ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ**

Абрамов В.В.

Рязанский государственный университет им. С.А. Есенина, Рязань, Россия

e-mail: v.abramov@365.rsu.edu.ru

Аннотация. Исследована нормальная система обыкновенных дифференциальных уравнений с малым параметром. Предполагается, что правая часть системы гладко зависит от фазовой переменной и от параметра, является периодической по независимой переменной, имеет в окрестности бесконечности фазового пространства критическое главное линейное приближение. По свойствам правого и левого операторов монодромии получены признаки ограниченности решений исследованной системы и устойчивости бесконечности фазового пространства.

Ключевые слова: система дифференциальных уравнений, устойчивость, малый параметр, оператор монодромии.

ON THE STABILITY OF INFINITY FOR A SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Abramov V.V.

Ryazan State University named for S. A. Yesenin, Ryazan, Russia

e-mail: v.abramov@365.rsu.edu.ru

Abstract. A normal system of ordinary differential equations with a small parameter is investigated. It is assumed that the right part of the system smoothly depends on the phase variable and on the parameter, is periodic in the independent variable, has a critical principal linear approximation in the vicinity of the infinity of the phase space. According to the properties of the right and left monodromy operators, signs of the limitation of the solutions of the studied system and the stability of the infinity of the phase space are obtained.

Keywords: system of differential equations, stability, small parameter, monodromy operator.

Свойство ограниченности решений системы дифференциальных уравнений естественно для многих моделей. Это свойство, по сути, означает отделённость траекторий решений от бесконечности в фазовом пространстве. Таким образом, исследование ограниченности решений связано с исследованием устойчивости бесконечности, при которой решения имеют сколь угодно большую норму, если их начальные значения достаточно велики по норме. При этом для нормальной системы, у которой правая часть является периодической по независимой переменной, свойство устойчивости ляпуновского типа можно

определить по свойствам степеней оператора монодромии (сдвига на период) [1].

Рассмотрим нормальную систему дифференциальных уравнений

$$\dot{x} = A(t)x + f(t, x, \mu), \quad (1)$$

в которой $x \in R^n$, $\mu \in R^m$ – малый параметр, $n \times n$ -матрица $A(t)$ и вектор-функция $f(t, x, \mu)$ являются ω -периодическими по переменной t , кроме того $f(t, x, \mu)$ достаточно гладко зависит от (x, μ) в некоторой окрестности точки $(\infty, 0_m)$ и удовлетворяет условию типа $\lim_{\alpha \rightarrow 0} \alpha^{-s} \|f(t, x/\alpha, \alpha\mu)\| \equiv 0, s > 0$.

Если $\|x\|$ достаточно велика, а $\|\mu\|$ достаточно мала, то правая часть системы (1) сколь угодно близка к линейной (здесь и далее нормы обозначены одним символом для простоты рассуждений). При этом решения $x(t, a, \mu)$, $x(t, 0_n, \mu) \equiv a$ системы (1) определены, по крайней мере, при $t \in [0, \omega]$, то есть определен оператор монодромии $a \rightarrow x(\omega, a, \mu)$.

Задача. Найти условия устойчивости по следующим определениям.

Определение 1. Для системы (1) бесконечность устойчива вправо (влево), если для любого малого $\mu \in R^m$ и сколь угодно большого $\epsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что при всех значениях $m \in N$, $a \in R^n$ из условия $\|a\| > \delta$ следует справедливость неравенства $\|x(m\omega, a, \mu)\| > \epsilon$ ($\|x(-m\omega, a, \mu)\| > \epsilon$). Если при этом $\lim_{m \rightarrow +\infty} \|x(m\omega, a, \mu)\| = +\infty$, то бесконечность асимптотически устойчива.

Определение 2. Для системы (1) бесконечность μ -устойчива вправо (влево), если для сколь угодно большого $\epsilon > 0$ существует такое $\delta > 0$, что при всех значениях $m \in N$, $a \in R^n$ и $\mu \in R^m$ из условий $\|a\| > \delta$, $\|\mu\| < 1/\delta$ следует справедливость неравенства $\|x(m\omega, a, \mu)\| > \epsilon$ ($\|x(-m\omega, a, \mu)\| > \epsilon$).

Заметим следующее. Если бесконечность устойчива влево, то решения системы (1) ограничены вправо. Кроме того, при наличии устойчивости по определению 2 не исключена неустойчивость по определению 1.

Для решения поставленной задачи используем способы рассуждений, разработанные в работах [2–4].

Пусть $X(t)$ – фундаментальная матрица системы $\dot{x} = A(t)x$, $X(0) = E$. Допустим, имеет место критический случай по линейному приближению вправо (влево), то есть матрица монодромии $X_1 = X(\omega)$ ($X_2 = X(-\omega)$) имеет спектральный радиус $\rho(X_1) = 1$ ($\rho(X_2) = 1$).

Допустим, в силу гладкости правой части системы (1) в окрестности бесконечности левый оператор монодромии разложен в виде

$$x(-\omega, a, \mu) = X_2 a + p_2(a) + \varphi_2(a, \mu), \quad (2)$$

где вектор-функция $p_2(a)$ удовлетворяет условиям: 1) $p_2(\alpha a) = \alpha^k p_2(a)$ для любого $\alpha \in R$, $0 < k < 1$; 2) для любого $\sigma \in R^n$: $\|\sigma\| = 1$ и достаточно малых величин $\gamma > 0$ при некотором способе нормирования матрица $P_2(a) = 1/k \frac{\partial p_2(a)}{\partial a}$ удовлетворяет оценке

$$\|X_2 + \gamma P_2(\sigma)\| \leq 1 - \gamma b, \quad b > 0. \quad (3)$$

Вектор-функция $\varphi_2(a, \mu)$ из равенства (2) удовлетворяет одному из условий:

$$\lim_{\alpha \rightarrow \infty} \alpha^{-k} \|\varphi_2(\alpha a, \mu)\| \equiv 0 \quad (4)$$

или

$$\varphi_2(a, 0_m) \equiv 0_n. \quad (5)$$

Заметим, что первое приближение $p_2(a)$ оператора монодромии в равенстве (2) вычисляется путем выделения первого приближения из усреднения на периоде нелинейных слагаемых правой части системы (1) вдоль решений соответствующей линейной системы $\dot{x} = A(t)x$.

Теорема 1. Если для системы (1) выполняются условия (2), (3), (4), то для системы (1) бесконечность асимптотически устойчива вправо.

Доказательство. Обозначим $a(m) = x(-m\omega, a, \mu)$. По групповому свойству решений системы (1) и в силу равенства (2) последовательность $a(m)$ – решение системы $a(m+1) = (X_2 + P_2(a(m)))a(m) + \varphi_2(a(m), \mu)$. Из оценок (3), (4) при произвольно выбранном малом μ и при $\|a(m)\| > \delta_2$ справедливы оценки: $\|X_2 + \|a(m)\|^{k-1}P_2\left(\frac{a(m)}{\|a(m)\|}\right)\| \leq 1 - \|a(m)\|^{k-1}b$, $\|\varphi_2(a(m), \mu)\| \leq \|a(m)\|^k \frac{b}{2}$, где $\delta_2 > 0$ – некоторое достаточно большое число. При этом верно неравенство $\|a(m+1)\| \leq (1 - \|a(m)\|^{k-1} \frac{b}{2})\|a(m)\|$, из которого $\|a(m+1)\| < \|a(m)\|$. Тогда $\|a(m+1)\|(1 + \|a(m+1)\|^{k-1} \frac{b}{2}) \leq \|a(m)\|$. Итак, в силу последней оценки при малом μ и при $\|c(m)\| > \delta_2$ по групповому свойству решений имеем $\|c(m)\|(1 + \|c(m)\|^{k-1} \frac{b}{2}) \leq \|c(m+1)\|$, где $c(m) = x(m\omega, a, \mu)$. То есть для любого малого μ при любом $\epsilon > 0$, выбрав $\delta = \max\{\epsilon, \delta_2\}$, из условия $\|a\| > \delta$ по индукции при каждом $m \in N$ получим неравенство $\|x(m\omega, a, \mu)\| > \epsilon$, кроме того $\lim_{m \rightarrow +\infty} \|x(m\omega, a, \mu)\| = +\infty$. Значит, для системы (1) бесконечность устойчива по определению 1. Теорема 1 доказана.

Теорема 2. Если для системы (1) выполняются условия (2), (3), (5), то для системы (1) бесконечность μ -устойчива вправо.

Доказательство теоремы 2 в основном аналогично доказательству теоремы 1. Отличие состоит лишь в необходимости ограничения значений μ .

Признаки устойчивости влево по определениям 1 и 2 (по сути, признаки ограниченности решений) формулируются аналогично теоремам 1 и 2. При этом предполагается, что правый оператор монодромии в окрестности бесконечности имеет разложение $x(\omega, a, \mu) = X_1 a + p_1(a) + \varphi_1(a, \mu)$, аналогичное равенству (2), и выполняются условия типа (3), (4) или (3), (5).

Другой признак устойчивости по определению 2 устанавливается при условии, что первое нелинейное приближение оператора монодромии зависит от μ , а остальные слагаемые имеют больший порядок малости, чем это приближение, при $\mu \rightarrow 0_m$ и $\|a\| \rightarrow +\infty$.

Список литературы

1. *Абрамов В.В.* Устойчивость нулевого решения периодической системы дифференциальных уравнений с малым параметром // Журнал Средневолжского математического общества. 2010. Т. 12. № 4. С. 49–54.

2. *Абрамов В.В.* Двусторонняя устойчивость малого периодического решения // Вестник РАЕН. 2014. Т. 14. № 5. С. 6–9.

3. *Абрамов В.В.* Устойчивость нулевого решения нелинейной системы дифференциальных уравнений с малым параметром // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование. 2022. Вып. 4. С. 6–10.

4. *Abramov V.V.* On the branching of a large periodic solution of a system of differential equations with a parameter // Journal of Mathematical Sciences. 2022. V. 262. № 6. P. 767–772.

ПОСТРОЕНИЕ И АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С УЧЕТОМ МИГРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ

Васильева И.И.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: irinavsl@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена построению и анализу нелинейных динамических моделей с учетом миграционных потоков. Для изучаемых моделей учитывается вариативность параметров естественного воспроизводства видов. С помощью реализации эволюционного алгоритма получен набор параметров, обеспечивающих сосуществование популяций в условиях конкуренции двух видов в основном ареале с учетом миграции этих видов. Построены двумерные и трехмерные проекции фазовых портретов.

Ключевые слова: популяционные модели, миграционные потоки, траекторная динамика.

CONSTRUCTION AND ANALYSIS OF NONLINEAR DYNAMIC MODELS TAKING INTO ACCOUNT MIGRATION FLOWS

Vasileva I.I.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: irinavsl@yandex.ru

Abstract. The paper is devoted to the construction and analysis of nonlinear dynamic models taking into account migration flows. For the studied models, the variability of the parameters of natural reproduction of species is taken into account. Using the implementation of the evolutionary algorithm, a set of parameters was obtained that ensure the coexistence of populations in the conditions of competition between two species in the main habitat, taking into account the migration of these species. Two-dimensional and three-dimensional projections of phase portraits are constructed.

Keywords: population models, migration flows, trajectory dynamics.

При изучении детерминированных популяционных моделей актуальными задачами являются формализация процессов с учетом новых эффектов, обусловленных взаимодействием видов, и развитие компьютерных методов исследования. Компьютерные методы исследования позволяют выполнить анализ траекторий многомерных популяционных систем. Мы рассматриваем модель «два конкурента – два ареала миграции», в которой учитывается

внутривидовая и межвидовая конкуренция в двух популяциях, а также двунаправленная миграция обеих популяций. Для указанной модели мы учитываем вариативность параметров естественного воспроизводства видов. Предложено формализованное описание четырехмерной модели «два конкурента – два ареала миграции» и ее модификаций. С помощью реализации эволюционного алгоритма получен набор параметров, обеспечивающих сосуществование популяций в условиях конкуренции двух видов в основном ареале с учетом миграции этих видов. С учетом полученного набора параметров найдено положительное состояние равновесия. Построены двумерные и трехмерные проекции фазовых портретов.

Одной из базовых миграционно-популяционных моделей с учетом конкуренции и миграционных потоков является трехмерная модель, которая описывает динамику двух взаимосвязанных видов [1]. Согласно этой модели, первый вид конкурирует со вторым видом в первом ареале с учетом миграции первого вида во второй ареал. Четырехмерные обобщения указанной популяционно-миграционной модели изучались в [2–5] и в других работах.

Рассмотрим четырехмерную модель, в которой учитываются различные коэффициенты естественного прироста популяций. Эта модель задается системой нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= a_1x_1 - px_1^2 - rx_1x_3 + \beta x_2 - \beta x_1, \\ \dot{x}_2 &= a_2x_2 - px_2^2 + \beta x_1 - \beta x_2, \\ \dot{x}_3 &= a_3x_3 - px_3^2 - rx_1x_3 + \delta x_4 - \delta x_3, \\ \dot{x}_4 &= a_4x_4 - px_4^2 + \delta x_3 - \delta x_4,\end{aligned}\tag{1}$$

где входящие величины пояснены в таблице 1.

Таблица 1. Переменные и параметры модели (1)

Переменная / параметр	Название переменной / параметра
x_1	плотность конкурирующей популяции первого вида в первом ареале
x_2	плотность популяции первого вида во втором ареале (в первом убежище)
x_3	плотность конкурирующей популяции второго вида в первом ареале
x_4	плотность популяции второго вида в третьем ареале (во втором убежище)
a_i ($i = 1, 2, 3, 4$)	коэффициенты естественного прироста
r	коэффициент межвидовой конкуренции
p	Коэффициент внутривидовой конкуренции
β	коэффициент миграции вида между первым и вторым ареалами, при этом второй ареал является убежищем
δ	коэффициент миграции вида между первым и третьим ареалами, при этом третий ареал является убежищем

Анализ модели (1) предполагает нахождение состояний равновесия, отвечающих стационарным популяционным плотностям. Поиск большинства состояний равновесия для модели (1) в аналитическом виде является затруднительным ввиду размерности моделей и большого числа параметров. Однако, в данной ситуации возможен поиск частных наборов модельных параметров с помощью эволюционных алгоритмов численной оптимизации. Рассмотрим оптимизационный поиск таких параметров модели (1), которые обеспечивают сосуществование популяций во всех ареалах (в основном ареале и в двух убежищах). Для решения этой задачи использован алгоритм дифференциальной эволюции [6]. С помощью программы, созданной на языке Python [7] в среде Jupiter Lab, проведен вычислительный эксперимент для поиска набора параметров модели (1).

Решение оптимизационной задачи поиска параметров модели (1) позволило провести вычислительный эксперимент и найти соответствующий набор параметров при следующих начальных условиях $(x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) = (0.5, 0.5, 1, 7)$. Указанный набор параметров имеет вид: $(a_1, a_2, a_3, a_4, p, r, \beta, \delta) = (5.67, 8.7, 9.05, 9.64, 0.36, 0.75, 3.25, 0.75)$. С использованием найденного набора параметров получено положительное состояние равновесия: $x_1=5.09, x_2=17.73, x_3=15.84, x_4=25.99$.

Далее рассмотрим построение проекций фазовых портретов для модели (1). Проекция фазового портрета на плоскости (x_1, x_2) с учетом $x_3=15.84, x_4=25.99$ представлена на рис. 1. Проекция фазового портрета в пространстве (x_1, x_2, x_4) с учетом $x_3=15.84$ для модели (1) представлена на рис. 2.

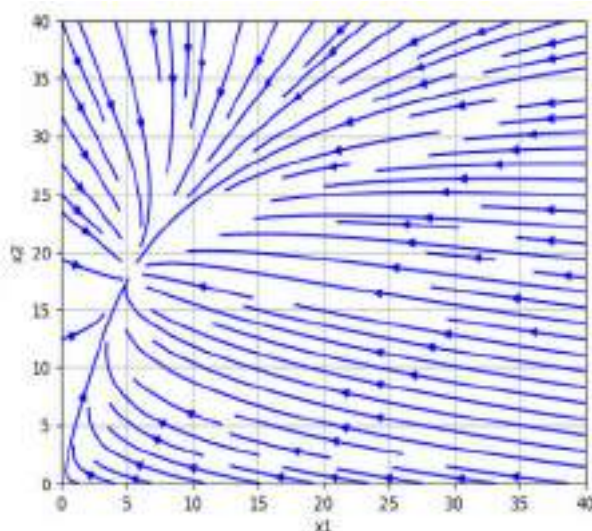


Рис. 1. Проекция фазового портрета на плоскости (x_1, x_2) для системы (1) при $(x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) = (0.5, 0.5, 1, 7), a_1=5.67, a_2=8.7, a_3=9.05, a_4=9.64, p=0.36, r=0.75, \beta=3.25, \delta=0.75$

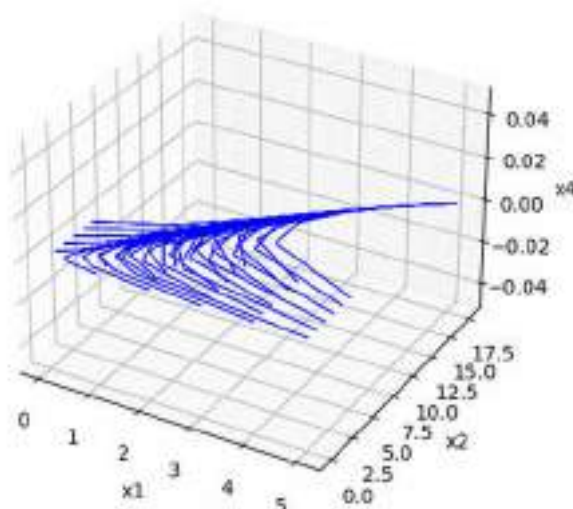


Рис. 2. Проекция фазового портрета в пространстве (x_1, x_2, x_4) для системы (1) при $(x_1(0), x_2(0), x_3(0), x_4(0)) = (0.5, 0.5, 1, 7)$, $a_1=5.67$, $a_2=8.7$, $a_3=9.05$, $a_4=9.64$, $p=0.36$, $r=0.75$, $\beta=3.25$, $\delta=0.75$

Согласно рис. 1 и рис. 2, состояние равновесия $x_1=5.09$, $x_2=17.73$, $x_3=15.84$, $x_4=25.99$ представляет собой устойчивый узел.

Таким образом, в статье использован подход к исследованию четырехмерных миграционно-популяционных моделей, основанный на применении эволюционных алгоритмов поиска параметров. Решение оптимизационной задачи методом дифференциальной эволюции позволило найти оптимальные параметры модели «два конкурента–два ареала миграции» с конкуренцией двух видов в основном ареале и с миграцией в два убежища с учетом неравномерности коэффициентов естественного прироста. Для этой модели найдено приближенное положительное состояние равновесия, соответствующее полученному набору параметров.

В качестве направлений дальнейших исследований можно указать построение новых модификаций популяционно-миграционных моделей на основе модели (1), переход к исследованию управляемых экологических систем.

Список литературы

1. *Zhang Xin-an, Chen L.* The linear and nonlinear diffusion of the competitive Lotka–Volterra model // *Nonlinear Analysis*. 2007. V. 66. P. 2767–2776.
2. *Петров А.А., Дружинина О.В., Масина О.Н., Васильева И.И.* Построение и анализ четырехмерных моделей динамики популяций с учетом миграционных потоков // *Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. УлГУ. Электрон. журн.* 2022. № 1. С. 43–55.
3. *Васильева И.И.* Компьютерное моделирование системы популяционной динамики с учетом варьирования миграционных параметров // *Ученые записки УлГУ. Сер. Математика и информационные технологии. УлГУ. Электрон. журн.* 2022. № 2. С. 21–30.

4. *Takeuchi Y.* Global Dynamical Properties of Lotka–Volterra Systems. Singapore: World Scientific, 1996. 308 с.

5. *Demidova A.V., Druzhinina O.V., Jacimovic M, Masina O.N., Mijajlovic N.* Synthesis and analysis of multidimensional mathematical models of population dynamics // Proceedings of the Selected Papers of the 10th International Congress on Ultra Modern Telecommunications and Control Systems ICUMT (Moscow, Russia, November 5–9, 2018). New York: IEEE Xplore Digital Library, 2018. IEEE Catalog Number CFP 1863G-USB. P. 361–366.

6. *Карпенко А.П.* Современные алгоритмы поисковой оптимизации. М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2017.

7. *Fuhrer C., Solem J.E., Verdier O.* Scientific Computing with Python: high-performance scientific computing with NumPy, SciPy, and pandas. 2nd Edition. Packt Publishing, 2021.

ПОСТРОЕНИЕ МОДЕЛИ ЧУВСТВИТЕЛЬНОСТИ НА ОСНОВЕ АЛГОРИТМА ОДНОВРЕМЕННОГО ОЦЕНИВАНИЯ ВХОДА И СОСТОЯНИЯ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ДИСКРЕТНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С НЕИЗВЕСТНЫМИ ВХОДНЫМИ ВОЗДЕЙСТВИЯМИ

Голубков А.В.¹, Цыганова Ю.В.², Цыганов А.В.³

^{1,2,3}*Ульяновский государственный педагогический университет*

им. И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия

e-mail: ¹kr8589@gmail.com, ²tsyganovajv@gmail.com,

³andrew.tsyganov@gmail.com

Аннотация. В работе предложена новая модель чувствительности в форме квадратно-корневой адаптивной модификации алгоритма Гиллейнса – Де-Мора одновременного оценивания неизвестных входного сигнала и вектора состояния дискретной линейной стохастической системы с неизвестными входными воздействиями при наличии случайных помех. Построенная модель чувствительности может быть использована при решении задачи идентификации неизвестных параметров для указанного класса дискретных стохастических систем.

Ключевые слова: модель чувствительности, параметрическая идентификация, дискретная линейная стохастическая система, неизвестные входные сигналы, квадратно-корневые алгоритмы.

SENSITIVITY MODEL CONSTRUCTION BASED ON THE SIMULTANEOUS INPUT AND STATE ESTIMATION ALGORITHM FOR LINEAR DISCRETE-TIME STOCHASTIC SYSTEMS WITH UNKNOWN INPUTS

Golubkov A.V.¹, Tsyganova Yu.V.², Tsyganov A.V.³

^{1,2,3}*Ulyanovsk State University of Education, Ulyanovsk, Russia*

e-mail: ¹kr8589@gmail.com, ²tsyganovajv@gmail.com,

³andrew.tsyganov@gmail.com

Abstract. The paper proposes a new sensitivity model in the form of a square root adaptive modification of the S. Gillijns & B. De Moor algorithm for simultaneous estimation of unknown

input and state vector of a discrete-time linear stochastic system with unknown inputs in the presence of random noise. The constructed sensitivity model can be used in solving the problem of unknown parameter identification for the specified class of discrete-time stochastic systems.

Keywords: sensitivity model, parameter identification, discrete-time linear stochastic system, unknown inputs, square root algorithms.

Модели чувствительности в классе дискретных стохастических систем применяют для анализа чувствительности математической модели к изменению ее параметров, а также при решении задач параметрической идентификации с помощью алгоритмов градиентного типа, для реализации которых адаптивный фильтр дополняют моделью чувствительности для вычисления значений градиента критерия качества идентификации [1].

Как правило, модель чувствительности получается в результате дифференцировании уравнений адаптивного фильтра, что приводит к системе матрично-векторных уравнений, известных как уравнения чувствительности фильтра (filter sensitivity equations [2]).

Рассмотрим математическую модель дискретной линейной стохастической системы, представленную разностными уравнениями в пространстве состояний:

$$\begin{cases} x_k = F_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + G_{k-1}w_{k-1}, \\ z_k = H_kx_k + v_k, \end{cases} \quad k = 1, 2, \dots, K, \quad (1)$$

где $x_k \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния системы, $u_k \in \mathbb{R}^r$ – вектор неизвестных входных сигналов, $w_k \in \mathbb{R}^q$ – случайная помеха (вектор шума) в объекте; $z_k \in \mathbb{R}^m$ – вектор измерений, $v_k \in \mathbb{R}^m$ – случайная помеха (вектор шума) в измерителе; начальное состояние x_0 – гауссовский случайный вектор с математическим ожиданием \bar{x}_0 и ковариацией Π_0 ; шумы w_k и v_k образуют независимые гауссовские последовательности с нулевым математическим ожиданием и матрицами ковариаций $Q_k \geq 0$ и $R_k > 0$.

Поскольку доступной информацией является только вектор измерений z_k , оценить вектор состояния x_k и входной сигнал u_k представляется возможным с помощью метода дискретной фильтрации Гиллейнса – Де-Мора [3]. В данной работе рассмотрим более высокую степень априорной неопределенности и предположим, что стохастическая система (1) параметризована по θ , т.е. зависит от неизвестного параметра, подлежащего оцениванию по данным измерений z_k . Следовательно, элементы системных матриц F_k , B_k , G_k , H_k , матриц ковариаций шумов Q_k и R_k , а также начальные условия \bar{x}_0 и Π_0 могут зависеть от параметра θ . Уравнения адаптивного фильтра в форме алгоритма Гиллейнса – Де-Мора также будут зависеть от этого параметра.

Стандартным подходом к построению модели чувствительности является дифференцирование матрично-векторных уравнений алгоритмов фильтрации [4]. Однако в этом случае модель чувствительности, как и исходный алгоритм дискретной фильтрации, будет содержать операции обращения полной матрицы, что может негативно повлиять на вычислительные свойства алгоритма при наличии ошибок машинного округления [7]. Одним из подходов

к повышению численной устойчивости алгоритма является построение его квадратно-корневой модификации.

Квадратно-корневая модификация информационной формы алгоритма Гиллейнса – Де-Мора предложена в [5], а квадратно-корневая модификация ковариационной формы алгоритма Гиллейнса – Де-Мора предложена в [6] (см. алгоритм 2), где также доказано, что ковариационный алгоритм Гиллейнса – Де-Мора и его квадратно-корневая модификация алгебраически эквивалентны (см. утверждение 1).

Дополняя результаты [6], рассмотрим решение задачи построения модели чувствительности в форме квадратно-корневого алгоритма. Для решения задачи применим оригинальные методы дифференцирования матричных ортогональных преобразований [7]. Запишем основной результат.

Предложение 1. *Модель чувствительности квадратно-корневой модификации алгоритма Гиллейнса – Де-Мора определяется следующим алгоритмом:*

Вход: $\theta, \bar{x}_0(\theta), \Pi_0(\theta)$.

// Инициализация

$$1 \quad \hat{x}_0 = \bar{x}_0(\theta), S_{\Pi_0}(\theta) = \text{chol}(\Pi_0(\theta)), S_{P_0} = S_{\Pi_0}(\theta);$$

$$\hat{x}'_0 = \frac{\partial \hat{x}_0(\theta)}{\partial \theta}, S'_{P_0} = \frac{\partial S_{P_0}(\theta)}{\partial \theta}$$

2 **Для $k = 1, 2, \dots, K$ выполнить**

// Прогноз оценки вектора состояния

$$3 \quad \hat{x}_{k|k-1} = F_{k-1}(\theta)\hat{x}_{k-1}, \hat{x}'_{k|k-1} = \frac{\partial F_{k-1}(\theta)}{\partial \theta}\hat{x}_{k-1} + F_{k-1}(\theta)\hat{x}'_{k-1}$$

$$4 \quad S_{Q_{k-1}}(\theta) = \text{chol}(Q_{k-1}(\theta)), S'_{Q_{k-1}} = \frac{\partial S_{Q_{k-1}}(\theta)}{\partial \theta}$$

$$5 \quad \mathcal{A}_1(\theta) = \begin{bmatrix} (F_{k-1}(\theta)S_{P_{k-1}})^T \\ S_{Q_{k-1}}^T(\theta) \end{bmatrix}, \mathcal{A}'_1 = \frac{\partial \mathcal{A}_1(\theta)}{\partial \theta};$$

$\langle \mathcal{A}_1(\theta), \mathcal{A}'_1 \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{R}_1, \mathcal{R}'_1 \rangle$ по Лемме 2 [7],

$$\text{где } \mathcal{R}_1 = \begin{bmatrix} S_{P_{k|k-1}}^T \\ 0 \end{bmatrix}, \mathcal{R}'_1 = \begin{bmatrix} (S_{P_{k|k-1}}^T)' \\ 0 \end{bmatrix}$$

// Оценка вектора входных воздействий

$$6 \quad S_{R_k}(\theta) = \text{chol}(R_k(\theta)), S'_{R_k} = \frac{\partial S_{R_k}(\theta)}{\partial \theta}$$

$$7 \quad \mathcal{A}_2(\theta) = \begin{bmatrix} S_{R_k}^T(\theta) & 0 \\ (H_{k-1}(\theta)S_{P_{k|k-1}})^T & S_{P_{k|k-1}}^T \end{bmatrix}, \mathcal{A}'_2 = \frac{\partial \mathcal{A}_2(\theta)}{\partial \theta};$$

$\langle \mathcal{A}_2(\theta), \mathcal{A}'_2 \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{R}_2, \mathcal{R}'_2 \rangle$ по Лемме 3 [7],

$$\text{где } \mathcal{R}_2 = \begin{bmatrix} S_{\bar{R}_k}^T & \bar{K}_k^T \\ 0 & S_{P_k^*}^T \end{bmatrix}, \mathcal{R}'_2 = \begin{bmatrix} (S_{\bar{R}_k}^T)' & (\bar{K}_k^T)' \\ 0 & (S_{P_k^*}^T)' \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 8 \quad & \mathcal{A}_3(\theta) = [S_{\bar{R}_k}^{-T} H_k(\theta) B_{k-1}(\theta)], \mathcal{A}'_3 = \frac{\partial \mathcal{A}_3(\theta)}{\partial \theta}; \\
 & \langle \mathcal{A}_3(\theta), \mathcal{A}'_3 \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{R}_3, \mathcal{R}'_3 \rangle \text{ по Лемме 1 [7],} \\
 & \text{где } \mathcal{R}_3 = [S_{D_{k-1}}^{-T}], \mathcal{R}'_3 = [(S_{D_{k-1}}^{-T})'] \\
 9 \quad & M_k(\theta) = S_{D_{k-1}} S_{D_{k-1}}^T B_{k-1}^T(\theta) H_{k-1}^T(\theta) S_{\bar{R}_k}^{-T} S_{\bar{R}_k}^{-1}, \quad M'_k = \frac{\partial M_k(\theta)}{\partial \theta} \\
 10 \quad & \hat{u}_{k-1} = M_k(\theta)(z_k - H_k(\theta)\hat{x}_{k|k-1}), \\
 & \hat{u}'_{k-1} = M'_k(z_k - H_k(\theta)\hat{x}_{k|k-1}) - M_k(\theta) \left(\frac{\partial H_k(\theta)}{\partial \theta} \hat{x}_{k|k-1} + H_k(\theta)\hat{x}'_{k|k-1} \right) \\
 & // \text{Коррекция оценки вектора состояния} \\
 11 \quad & K_k = \bar{K}_k S_{\bar{R}_k}^{-1}, K'_k = \bar{K}'_k S_{\bar{R}_k}^{-1} - S_{\bar{R}_k}^{-1} S'_{\bar{R}_k} S_{\bar{R}_k}^{-1} \\
 12 \quad & \hat{x}_k^* = \hat{x}_{k|k-1} + B_{k-1}(\theta)\hat{u}_{k-1}, \\
 & (\hat{x}_k^*)' = (\hat{x}_{k|k-1})' + \frac{\partial B_{k-1}(\theta)}{\partial \theta} \hat{u}_{k-1} + B_{k-1}(\theta)\hat{u}'_{k-1} \\
 13 \quad & \hat{x}_k = \hat{x}_k^* + K_k(z_k - H_k(\theta)\hat{x}_k^*), \\
 & \hat{x}'_k = (\hat{x}_k^*)' + K'_k(z_k - H_k(\theta)\hat{x}_k^*) - K_k \left(\frac{\partial H_k(\theta)}{\partial \theta} \hat{x}_k^* + H_k(\theta)(\hat{x}_k^*)' \right) \\
 14 \quad & \mathcal{A}_4(\theta) = \begin{bmatrix} S_{P_k}^T \\ S_{D_{k-1}}^T B_k^T(\theta) (I_n - K_k H_k^T(\theta)) \end{bmatrix}, \mathcal{A}'_4 = \frac{\partial \mathcal{A}_4(\theta)}{\partial \theta}; \\
 & \langle \mathcal{A}_4(\theta), \mathcal{A}'_4 \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{R}_4, \mathcal{R}'_4 \rangle \text{ по Лемме 2 [7], где } \mathcal{R}_4 = \begin{bmatrix} S_{P_k}^T \\ 0 \end{bmatrix}, \mathcal{R}'_4 = \\
 & \begin{bmatrix} (S_{P_k}^T)' \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

15 **Конец цикла**

Выход: $\hat{x}_k, \frac{\partial \hat{x}_k}{\partial \theta}, \hat{u}_{k-1}, \frac{\partial \hat{u}_{k-1}}{\partial \theta}, S_{P_k}, \frac{\partial S_{P_k}}{\partial \theta}, S_{D_{k-1}}, \frac{\partial S_{D_{k-1}}}{\partial \theta}, k = 1, 2, \dots, k.$

Доказательство заключается в применении методов дифференцирования матричных ортогональных преобразований вида $T\mathcal{A} = \mathcal{R}$ [7].

Таким образом, в работе построена новая модель чувствительности, основанная на квадратно-корневой модификации ковариационной формы алгоритма Гиллейнса – Де-Мора для одновременного оценивания неизвестных входного сигнала и вектора состояния дискретной линейной стохастической системы с неизвестными входными воздействиями при наличии случайных помех в уравнении состояния и уравнении измерения. Для решения задачи применялись методы дифференцирования матричных ортогональных преобразований. Предложенная модель может быть использована для построения новых методов параметрической идентификации для указанного класса систем в условиях высокой априорной неопределенности.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-21-00361, <https://rscf.ru/project/23-21-00361/>.

Список литературы

1. *Цыпкин Я. З.* Информационная теория идентификации. М.: Физматлит, 1995.
2. *Gupta N. K., Mehra R. K.* Computational aspects of maximum likelihood estimation and reduction in sensitivity function calculations // *IEEE Trans. on Automatic Control*. 1974. № AC-19. P. 774–783.
3. *Gillijns S., Moor B.D.* Unbiased minimum-variance input and state estimation for linear discrete-time systems // *Automatica*. 2007. V. 43. P. 111–116.
4. *Gibbs B. P.* Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling: a practical handbook. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2011.
5. *Gillijns S., Haverbeke N., Moor B. D.* Information, covariance and square-root filtering in the presence of unknown inputs // *Proceedings of the 2007 European Control Conference (ECC)*, 2007. P. 2213–2217.
6. *Кувшинова А.Н., Галушкина Д.В.* О квадратно-корневой модификации алгоритма Гиллейнса – Де-Мора // *Ученые записки УлГУ. Серия “Математика и информационные технологии”*. 2022. № 1. С. 17–22.
7. *Куликова М.В., Цыганова Ю.В.* О дифференцировании матричных ортогональных преобразований // *Журнал вычислительной математики и математической физики*. 2015. Т. 55. № 9. С. 1460–1473.

**ИССЛЕДОВАНИЕ ТРЕХМЕРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОМ
ТРАНСПОРТЕ**

Дружинина О. В.¹, Корепанов Э. Р.², Макаренкова И. В.³, Максимова В. В.⁴
*^{1,2,3,4} Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук, Москва, Россия*
e-mail: ¹ovdruzh@mail.ru, ²ekorepanov@ipiran.ru,
³imakarenkova@ipiran.ru, ⁴vmaksimova@mail.ru

Аннотация. Вопросы построения и компьютерного исследования динамических моделей технологических процессов на транспорте, связанных с организацией ремонта и эксплуатации средств, относятся к числу актуальных вопросов. В работе рассмотрена динамическая модель ремонта и эксплуатации, описываемая системой трех нелинейных дифференциальных уравнений. Предложены модификации и обобщения указанной модели. Проведена серия вычислительных экспериментов с учетом варьирования параметров. Для выбранных наборов параметров и начальных условий получены траектории. Исследование модели проведено как в стационарном, так и в нестационарном случае. Рассмотрены возможности использования отечественной вычислительной платформы Эльбрус для моделирования динамических систем, описывающих технологические процессы на транспорте.

Ключевые слова: нелинейные математические модели, отечественные вычислительные платформы, технологические процессы, компьютерное моделирование, вычислительные эксперименты.

RESEARCH OF THREE-DIMENSIONAL DYNAMIC MODELS OF TECHNOLOGICAL PROCESSES IN RAILWAY TRANSPORT

Druzhinina O.V.¹, Korepanov E.R.², Makarenkova I.V.³, Maksimova V.V.⁴

^{1,2,3,4} Federal Research Center «Computer Science and Control»

of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia

e-mail: ¹ovdruzh@mail.ru, ²ekorepanov@ipiran.ru,

³imakarenkova@ipiran.ru, ⁴vmaksimova@mail.ru

Abstract. The problems of constructing and computer research of dynamic models of technological processes in transport related to the organization of repair and operation of facilities are among the topical issues. The paper considers a dynamic model of repair and operation described by a system of three nonlinear differential equations. Modifications and generalizations of this model are proposed. A series of computational experiments was carried out taking into account the variation of parameters. Trajectories are obtained for the selected sets of parameters and initial conditions. The study of the model is carried out both in the stationary and non-stationary case. The possibilities of using the domestic computing platform Elbrus for modeling dynamic systems describing technological processes of the transport industry are considered.

Keywords: nonlinear mathematical models, domestic computing platforms, technological processes of the transport industry, computer modeling, computational experiments.

Как известно, вопросы математического моделирования технологических процессов транспортной отрасли представляют как теоретический, так и прикладной интерес и изучены в многочисленных работах (см., например, [1, 2]). Результаты моделирования находят применение при решении задач, связанных с обеспечением устойчивости, безопасности и надежности транспортных систем и перевозочного процесса, с оптимальной организацией процессов эксплуатации и ремонта транспортных средств [3–7]. Перспективным направлением исследований является анализ и синтез математических моделей технологических процессов на железнодорожном транспорте с применением теории дифференциальных уравнений и численного исследования решений. Двумерные динамические модели ремонтных работ технических средств, используемых на железнодорожном транспорте, изучены в [7]. В настоящей работе рассматривается построение и проводится анализ динамических моделей ремонта и эксплуатации технических средств с использованием трехмерных систем нелинейных дифференциальных уравнений, являющихся обобщениями и модификациями систем Лотки–Вольтерры [8].

Рассмотрим динамическую модель «ремонт–эксплуатация», задаваемую с помощью следующей системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= rxz - \beta xy - \eta x + f(t), \\ \dot{y} &= \delta xy - \nu yz + g(t), \\ \dot{z} &= \gamma z + \sigma yz - \varepsilon xz - \mu z + h(t),\end{aligned}\tag{1}$$

где r – коэффициент роста количества ремонтируемой техники с учетом отремонтированных вагонов, β – коэффициент уменьшения количества ремонтируемой техники с учетом имеющейся техники и отремонтированной, η – коэффициент списания техники из числа ремонтируемых вагонов, δ – коэффициент роста количества отремонтированной техники с учетом имеющейся техники и ремонтируемой, ν – коэффициент уменьшения количества отремонтированной техники с учетом перевода ее в эксплуатацию, γ – коэффициент роста количества эксплуатируемой техники за счет поставок новых единиц, σ – коэффициент роста количества эксплуатируемой техники с учетом отремонтированных вагонов, ожидающих ввода в эксплуатацию (оформление документации, учет потребностей и т.д.), ε – коэффициент уменьшения количества эксплуатируемой техники с учетом имеющейся техники и ремонтируемой, μ – коэффициент уменьшения количества эксплуатируемой техники с учетом списания по сроку эксплуатации (завершение жизненного цикла технических средств). Предполагается, что скорость изменения численности вагонов, находящихся в эксплуатации, увеличивается за счет добавления новых и отремонтированных вагонов и уменьшается за счет отправки части вагонов в ремонт и на списание. В модели (1) через $f(t), g(t), h(t)$ обозначены нестационарные возмущения, которые могут быть связаны с внеплановым поступлением вагонов в ремонт, из ремонта и в эксплуатацию.

Компьютерная программа, разработанная с применением Python 3 и стандартной библиотеки математических вычислений, позволяет находить решения системы дифференциальных уравнений с учетом параметров технических транспортных средств. Приведем некоторые результаты компьютерных экспериментов, проведенных для модели (1) с учетом конкретных начальных условий и наборов параметров. На рис. 1 представлена траекторная динамика на выбранном временном интервале для конкретных начальных условий и набора параметров. На рис 2 приведены траектории с учетом варьирования параметра β .

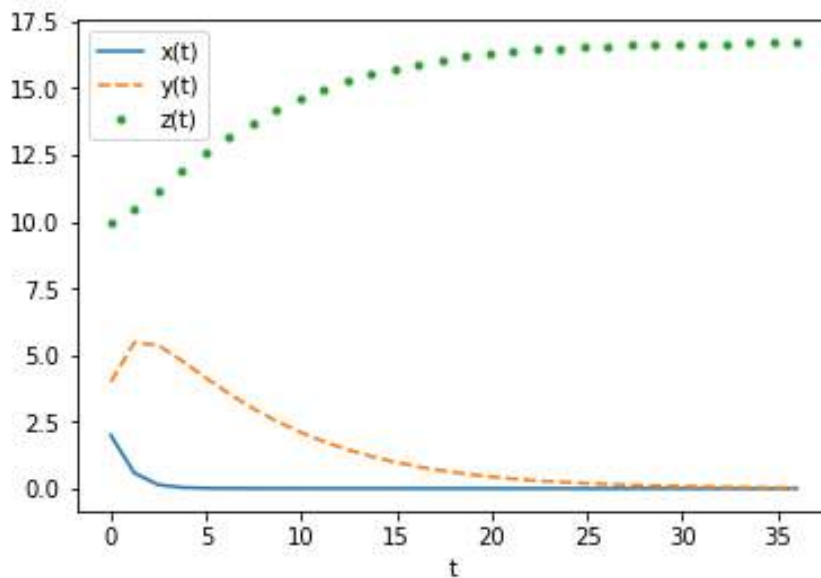


Рис. 1. Траектории для модели (1) при $x_0 = 2, y_0 = 4, z_0 = 10,$
 $r = 0,001, \beta = 0,2, \eta = 0,03, \delta = 0,3, \nu = 0,01, \lambda = 0,1, \gamma = 0,01, \sigma = 0,01,$
 $\varepsilon = 0,01, \mu = 0,01, f(t) \equiv 0, g(t) \equiv 0, h(t) \equiv 0 \quad \forall t \geq 0$

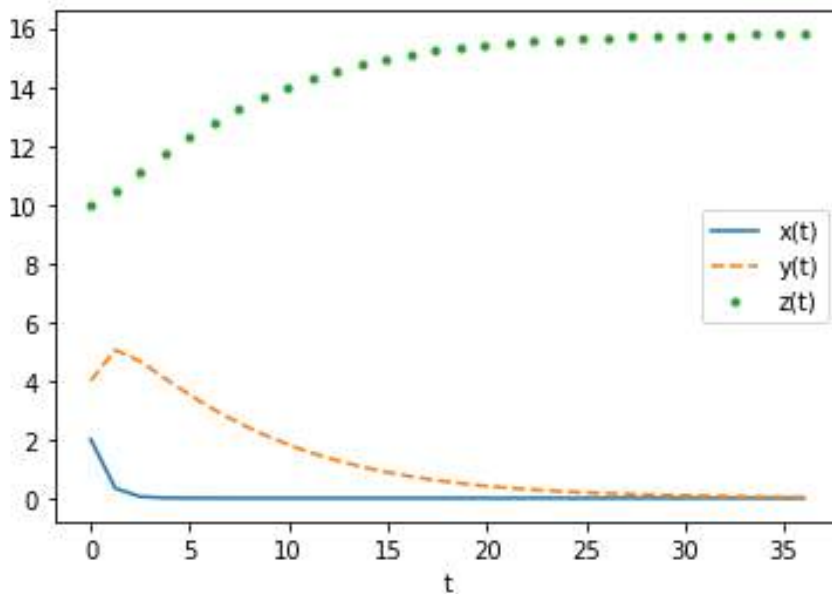


Рис. 2. Траектории для модели (1) при $x_0 = 2, y_0 = 4, z_0 = 10,$
 $r = 0,001, \beta = 0,3, \eta = 0,03, \delta = 0,3, \nu = 0,01, \lambda = 0,1, \gamma = 0,01, \sigma = 0,01,$
 $\varepsilon = 0,01, \mu = 0,01, f(t) \equiv 0, g(t) \equiv 0, h(t) \equiv 0 \quad \forall t \geq 0$

Рассмотрим далее обобщение модели (1), которое имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{x} &= r(t)xz - \beta(t)xy - \eta(t)x + f(t), \\ \dot{y} &= \delta(t)xy - \nu(t)yz + g(t), \\ \dot{z} &= \gamma(t)z + \sigma(t)yz - \varepsilon(t)xz - \mu(t)z + h(t), \end{aligned} \quad (2)$$

где $r(t), \beta(t), \delta(t), \lambda(t), \gamma(t), \varepsilon(t), \mu(t)$ – функции, зависящие от времени. Для частного случая нестационарной модели (2) проведен компьютерный эксперимент с учетом линейно зависящих от времени $\beta(t), \delta(t)$ при остальных

постоянных параметрах. На рис. 3 приведена траекторная динамика для указанного частного случая.

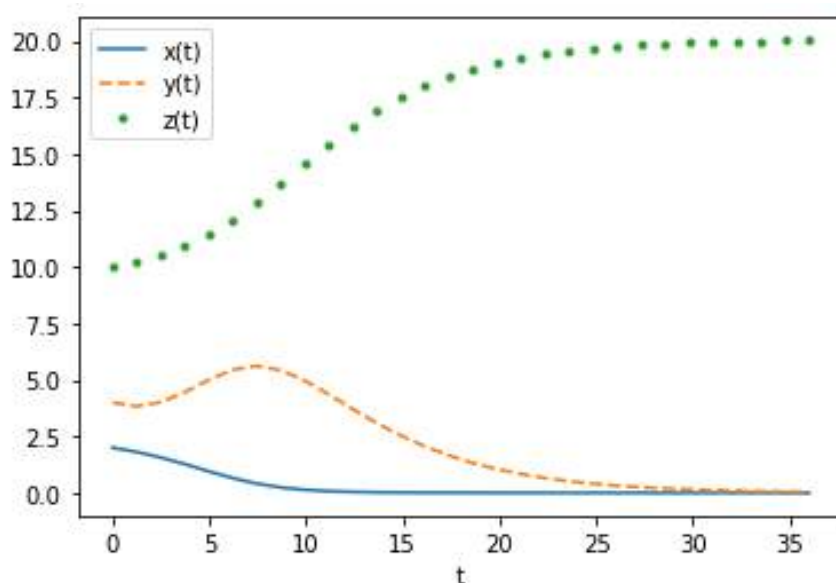


Рис. 3. Траектории для модели (2) при $x_0 = 2, y_0 = 4, z_0 = 10$,
 $r = 0,001, \beta = 0,008t + 0,01, \eta = 0,03, \delta = 0,04t + 0,01, \nu = 0,01, \lambda = 0,1, \gamma = 0,01$,
 $\sigma = 0,01, \varepsilon = 0,01, \mu = 0,01, f(t) \equiv 0, g(t) \equiv 0, h(t) \equiv 0 \quad \forall t \geq 0$

Согласно рис. 1–3, для фазовых переменных, соответствующих численности ремонтируемых и отремонтированных вагонов, наблюдается постепенный переход к стационарному режиму, а изменение численности эксплуатируемых вагонов имеет тенденцию к плавному увеличению. Характер кривых на рис. 2, 3 по сравнению с рис. 1 в целом сохраняется, однако изменение параметров влияет на диапазон изменения значений по вертикальной оси. При этом в нестационарном случае наблюдается плавный всплеск численности отремонтированных вагонов. Использование функций $\beta(t), \delta(t)$, линейно зависящих от времени, позволяет учитывать введенные усовершенствования ремонтного процесса.

Эффективное решение рассматриваемых классов задач может быть выполнено на вычислительной платформе «Эльбрус 801-РС», построенной на базе отечественного процессора «Эльбрус-8С». При этом, в исследовательских целях необязательно использовать оптимизирующий компилятор LCC для «низкоуровневого» программирования на языках C, C++, Fortran [9,10]. В сборку системного программного обеспечения, подготовленную специалистами АО «МЦСТ» на начало 2023 года, входит операционная система «Elbrus OS 7.1» на базе «Linux 5.4 kernel», графическая среда рабочего стола Xfce4, интерпретатор Python 3.7.4, основные библиотеки для проведения математических расчетов (NumPy, SciPy, Matplotlib, SymPy и др.), которые делают процесс проведения исследований на вычислительной платформе «Эльбрус 801-РС» быстрым и комфортным.

Результаты работы могут найти применение в задачах построения и анализа математических моделей динамических систем, в задачах численного моделирования транспортных систем и технологических процессов, в задачах оптимизации численности транспортных средств и совершенствования перевозочного процесса. В качестве перспективы рассматривается поиск состояний равновесия моделей (1) и (2), аналитическое исследование с проведением анализа устойчивости состояний равновесия, а также выполнение вычислительных экспериментов и сравнительного анализа результатов.

Список литературы

1. Карасев С. В., Осипов Д.В., Сивицкий Д.А. Математическое моделирование систем и процессов на транспорте. Новосибирск: СГУПС, 2020.
2. Куликов М. Ю., Кузютин А.С., Дыбо М.И. Разработка математической модели технологической системы вагоноремонтного предприятия // Транспортное машиностроение. 2018. № 6 (67). С. 38–45.
3. Шестаков А.А., Дружинина О.В. Разработка системных моделей безопасности движения рельсовых экипажей // Научные технологии. 2013. Т. 14. № 6. С. 66–71.
4. Черкашин Ю.М. Безопасность движения железнодорожного подвижного состава. М.: Интекст, 2010.
5. Климова Д.В., Дружинина О.В. Методы оценки безопасности систем железнодорожного транспорта // Транспорт: наука, техника, управление. 2014. № 6. С. 11–17.
6. Мироненко О.И., Сергеев К. А., Кривич О.Ю., Петров А.А., Козлов М.В. Некоторые вопросы развития вагоноремонтных предприятий // Транспортное дело России. 2019. №3. С.158–160.
7. Чуев Н.П., Горохова К.О. О некоторых дифференциальных моделях износа и ремонта технических средств железнодорожного транспорта // Вестник Уральского государственного университета путей сообщения. 2015. №3(27). С. 4–13.
8. Трубецков Д.И. Феномен математической модели Лотки–Вольтерры и сходных с ней // Известия вузов. ПНД. 2011. №2. 69–88.
9. Дружинина О.В., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В., Масина О.Н., Петров А.А. Развитие инструментального обеспечения отечественной вычислительной платформы «Эльбрус 801-РС» в задачах нейросетевого моделирования нелинейных динамических систем // Нелинейный мир. 2021. Т. 19. № 1. С. 15–28.
10. Дружинина О.В., Корепанов Э.Р., Белоусов В.В. Анализ особенностей использования быстрых алгоритмов для решения задач моделирования нелинейных систем с применением вычислительной платформы Эльбрус // Нелинейный мир. 2022. Т. 20. № 3. С. 5–16.

МЕТОД ОПИСЫВАЮЩЕЙ ФУНКЦИИ В ЧАСТОТНОМ АНАЛИЗЕ СИСТЕМ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

Елецких И.А.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: yeletskikh.irina@yandex.ru

Аннотация. Используется метод описывающей функции для доказательства существования периодических решений в системах с одним входом и одним выходом. Применены частотные условия, которые могут быть проверены графически и позволяют ответить на вопрос о существовании или отсутствии в системе колебаний, а также получить оценки частоты и амплитуды колебаний, если они имеют место. Будем использовать общий метод поиска периодических решений, известный как метод гармонического баланса. Идея этого метода заключается в том, чтобы представить периодическое решение в виде ряда Фурье и определить частоту и коэффициенты Фурье с учетом того, что это решение должно удовлетворять уравнению системы.

Ключевые слова: метод описывающей функции, метод гармонического баланса, гармонические колебания, система с обратной связью.

DESCRIBING FUNCTION METHOD IN FREQUENCY ANALYSIS FEEDBACK SYSTEM

Yeletskikh I.A.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: yeletskikh.irina@yandex.ru

Abstract. The describing function method is used to prove the existence of periodic solutions in systems with one input and one output. Frequency conditions are applied that can be checked graphically and allow answering the question of the existence or absence of oscillations in the system, as well as obtaining estimates of the frequency and amplitude of oscillations, if any. We will use the general method for finding periodic solutions, known as the harmonic balance method. The idea of this method is to represent the periodic solution in the form of a Fourier series and determine the frequency and Fourier coefficients, taking into account that this solution must satisfy the equation of the system.

Keywords: describing function method, harmonic balance method, harmonic oscillations, feedback system.

Рассмотрим нелинейную систему с одним входом и одним выходом, представленную в виде соединения систем с обратной связью [1], где $G(s)$ – строго собственная рациональная передаточная функция и ψ – зависящая от времени нелинейность без памяти. Предположим, что внешнее входное воздействие отсутствует ($r = 0$), и рассмотрим вопрос о существовании в системе периодических решений. Периодическое решение удовлетворяет равенству $y\left(t + \frac{2\pi}{\omega}\right) = y(t)$ для всех t , где ω – частота колебаний. Мы будем использовать

общий метод поиска периодических решений, известный как метод гармонического баланса. Идея этого метода заключается в том, чтобы представить периодическое решение в виде ряда Фурье и определить частоту ω и коэффициенты Фурье с учетом того, что это решение должно удовлетворять уравнению системы. Предположим, что $y(t)$ – периодическая функция, равенство $y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k \exp(jk\omega t)$ представляет собой ее разложение Фурье, где a_k – комплексные коэффициенты.

Поскольку $\psi(\cdot)$ – зависящая от времени нелинейность, $\psi(y(t))$ также является периодической функцией с той же частотой ω и она может быть представлена в следующей форме: $\psi(y(t)) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k \exp(jk\omega t)$, где каждый комплексный коэффициент c_k представляет собой функцию от всех a_i . С учетом частотных условий и в результате аппроксимации бесконечномерного уравнения

$$G(jk\omega)c_k + a_k = 0$$

и нахождения коэффициентов ряда Фурье, когда на вход нелинейности подается синусоидальный сигнал, приходим к уравнению вида

$$[G(j\omega)\Psi(a) + 1]a = 0.$$

Поскольку нас не интересует решение при $a = 0$, мы можем ограничиться нахождением всех решений уравнения

$$G(j\omega)\Psi(a) + 1 = 0, \quad (1)$$

где

$$\Psi(a) = \frac{2\omega}{\pi a} \int_0^{\pi} \psi(a \sin \omega t) \sin \omega t dt. \quad (2)$$

Уравнение (1) известно как уравнение гармонического баланса первого порядка или просто уравнение гармонического баланса. Функция $\Psi(a)$, определяемая равенством (1) называется описывающей функцией. Она может быть найдена путем подачи синусоидального сигнала $a \sin(\omega t)$ на вход нелинейности и вычислением отношения коэффициента Фурье первой гармоники на выходе нелинейности и коэффициента a . Эта функция может использоваться при анализе систем с зависящими от времени нелинейностями. В этих ситуациях описывающая функция может быть комплексной. Отметим, что возможные частоты колебания определяются исключительно передаточной функцией $G(s)$. Нелинейность определяет соответствующее значение a , которое определяет возможную амплитуду колебания. Уравнение гармонического баланса представляет собой аппроксимацию точного решения.

Пример 1. Рассмотрим реле $\psi = \text{sign}(y)$. Описывающая функция определяется равенством

$$\Psi(a) = \frac{2}{\pi a} \int_0^{\pi} \psi(a \sin \theta) \sin \theta d\theta = \frac{2}{\pi a} \int_0^{\pi} \sin \theta d\theta = \frac{4}{\pi a}.$$

Пример 2. Рассмотрим кусочно-линейную функцию [2], график которой изображен на рис. 1.

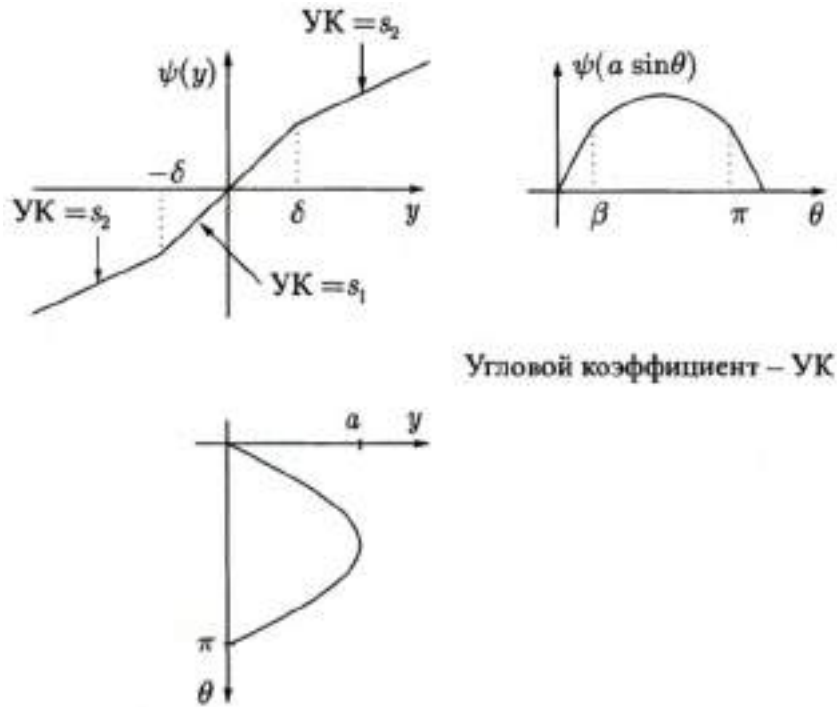


Рис. 1. График кусочно-линейной функции

Если синусоидальный сигнал на входе этой нелинейности имеет амплитуду $a \leq \delta$, нелинейность действует как линейный усилитель и на ее выходе появится синусоидальный сигнал с амплитудой $s_1 a$. Следовательно, описывающая функция будет иметь вид $\Psi(a) = s_1 a$, т. е. эта функция не будет зависеть от a . При $a > \delta$ мы можем разделить интеграл (2) на части, каждая из которых соответствует очередному линейному сегменту $\psi(\cdot)$. Далее, с учетом нечетности сигнала на выходе можно упростить процедуры интегрирования:

$$\begin{aligned} \Psi(a) &= \frac{2}{\pi a} \int_0^\pi \psi(a \sin \theta) \sin \theta d\theta = \frac{4}{\pi a} \int_0^{\pi/2} \psi(a \sin \theta) \sin \theta d\theta \\ &= \frac{4}{\pi a} \int_0^\beta a s_1 \sin 2\theta d\theta + \frac{4}{\pi a} \int_\beta^{\pi/2} [\delta s_1 + s_2(a \sin \theta - \delta)] \sin \theta d\theta \\ &= \frac{2s_1}{\pi} \left(\beta - \frac{1}{2} \sin 2\beta \right) + \frac{4\delta(s_1 - s_2)}{\pi a} \left(\cos \beta - \cos \frac{\pi}{2} \right) \\ &\quad + \frac{2s_2}{\pi} \left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \sin \pi - \beta + \frac{1}{2} \sin 2\beta \right) = \frac{2(s_1 - s_2)}{\pi} \left(\beta + \frac{\delta}{a} \cos \beta \right) + s_2 \end{aligned}$$

где $\beta = \sin^{-1} \left(\frac{\delta}{a} \right)$. Таким образом,

$$\Psi(a) = \frac{2(s_1 - s_2)}{\pi} \left[\sin^{-1} \left(\frac{\delta}{a} \right) + \frac{\delta}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{\delta}{a} \right)^2} \right] + s_2.$$

Таким образом, рассмотрено применение частотных условий с учетом возможности графической проверки и с учетом получения оценок частоты и амплитуды колебаний.

Список литературы

1. Лурье А.И. Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М.: Гостехиздат, 1951.
2. Халил Х.К. Нелинейные системы. Москва–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2009.

АБСОЛЮТНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ. КРУГОВОЙ КРИТЕРИЙ

Елецких К.С.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: Kostan86@yandex.ru

Аннотация. Большинство нелинейных физических систем могут быть представлены в виде системы с обратной связью, состоящей из линейной динамической системы и нелинейной подсистемы. Процедура преобразования системы к этой форме представления зависит от ее исходного вида. Например, если единственная нелинейность системы имеет вид реле или нелинейности привод/датчик, какие-либо трудности при представлении этой системы в форме системы с обратной связью отсутствуют. В других случаях нахождение соответствующего преобразования может оказаться нетривиальной задачей. Будем предполагать, что внешнее входное воздействие отсутствует, и выполним анализ поведения этой свободной системы. Особенностью рассмотренной в качестве примера системы является то, что при ее исследовании используются методы частотного анализа для линейных систем.

Ключевые слова: нелинейная система, система с обратной связью, абсолютная устойчивость, кривая Найквиста, круговой критерий, задача Лурье.

UNCONDITIONAL STABILITY. ROUND CRITERION

Yeletskikh K.S.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: Kostan86@yandex.ru

Abstract. Most nonlinear physical systems can be represented as a feedback system consisting of a linear dynamic system and a nonlinear subsystem. The procedure for converting a system to this form of representation depends on its original form. For example, if the only non-linearity of the system is in the form of a relay or a drive/sensor non-linearity, there is no difficulty in representing that system in the form of a feedback system. In other cases, finding the appropriate transformation may be a non-trivial problem. We will assume that there is no external input action, and we will analyze the behavior of this free system. A feature of the system considered as an example is that its study uses methods of frequency analysis for linear systems.

Keywords: nonlinear system, feedback system, unconditional stability, Nyquist curve, circular criterion, Lurie problem.

Рассмотрим систему

$$\begin{cases} x' = Ax + Bu, \\ y = Cx + Du, \\ u = -\psi(t, y), \end{cases} \quad (1)$$

где $x \in R^n$, $u, y \in R^p$, (A, B) – управляемая пара, (A, C) – наблюдаемая пара, ψ – нелинейность без памяти (возможно, зависящая от времени). Предположим, что внешнее воздействие отсутствует, и выполним анализ поведения системы. Будем предполагать, что система имеет корректно определенную модель состояния, если уравнение

$$u = -\psi(t, Cx + Du) \quad (2)$$

имеет единственное решение u для всех (t, x) в исследуемой области. Это условие всегда выполнено, если $D = 0$. Передаточная матрица линейной системы

$$G(s) = C(sI - A)^{-1}B + D \quad (3)$$

является квадратной и собственной. Предположения об управляемости и наблюдаемости обеспечивают то, что $\{A, B, C, D\}$ представляет собой минимальную реализацию для $G(s)$ всегда существует. Мы также будем предполагать, что нелинейность удовлетворяет секторному условию. Секторное условие может быть выполнено глобально, т.е. для всех $y \in R^p$, или выполнено лишь для $y \in Y$, где Y – подмножество R^p , внутренность которого связна и содержит начало координат.

Для всех нелинейностей, удовлетворяющих секторному условию, начало координат $x = 0$ является точкой равновесия системы (1)–(3). Наша задача заключается в том, чтобы исследовать свойства устойчивости начала координат не для конкретной нелинейности, а для некоторого класса нелинейностей, удовлетворяющих заданному секторному условию. Если мы докажем, что начало координат равномерно асимптотически устойчиво для всех нелинейностей в секторе, то исследуемая система будет называться абсолютно устойчивой. Эта проблема была первоначально сформулирована Лурье [1] и иногда называется задачей Лурье.

Теорема (круговой критерий [2]). Система (1)–(3), где $\{A, B, C, D\}$ – минимальное представление для $G(s)$ и $\psi \in [\alpha, \beta]$ является абсолютно устойчивой, если выполнено одно из следующих условий:

1) Если $0 < \alpha < \beta$, кривая Найквиста для $G(j\omega)$ не входит в круг $D(\alpha, \beta)$ и обходит его против часовой стрелки m раз, где m – число полюсов $G(s)$ с положительными вещественными частями.

2) Если $0 = \alpha < \beta$, $G(s)$ гурвицева и кривая Найквиста для $G(j\omega)$ лежит справа от вертикальной прямой, определяемой соотношением $\operatorname{Re}[s] = -\frac{1}{\beta}$

3) Если $0 < \alpha < \beta$, $G(s)$ гурвицева и кривая Найквиста для $G(j\omega)$ лежит во внутренности круга $D(\alpha, \beta)$.

Если секторное условие выполнено лишь на интервале $[\alpha, \beta]$, вышеприведенные условия обеспечивают абсолютную устойчивость в конечной области.

Пусть $G(s) = \frac{4}{(s+1)(\frac{1}{2}s+1)(\frac{1}{3}s+1)}$. Поскольку $G(s)$ гурвицева, мы можем выбрать α отрицательной и использовать третий случай из теоремы о круговом критерии. Таким образом, нам необходимо определить круг $D(\alpha, \beta)$, который включает кривую Найквиста. Очевидно, что эта задача имеет неединственное решение. Предположим, что мы решили расположить центр круга в начале координат комплексной плоскости. Это соответствует выбору круга вида $D(-\gamma_2, \gamma_2)$ с подлежащим определению радиусом $\frac{1}{\gamma_2} > 0$. Кривая Найквиста будет лежать внутри этого круга, если $|G(jw)| < \frac{1}{\gamma_2}$. В частности, если мы положим $\gamma_1 = \sup_{w \in R} |G(jw)|$, то величина γ_2 должна быть выбрана так, чтобы было выполнено неравенство $\gamma_1 \gamma_2 < 1$. Заметим, что $|G(jw)|$ достигает максимума при $w = 0$ и $\gamma_1 = 4$. Таким образом, величина γ_2 должна быть меньше 0,25. Следовательно, можно заключить, что система является абсолютно устойчивой для всех нелинейностей из сектора $[-0,25 + \varepsilon, 0,25 - \varepsilon]$, где $\varepsilon > 0$ может быть произвольно малой. Из анализа кривой Найквиста и круга $D(-0,25, 0,25)$ можно сделать вывод, что выбор круга с центром в начале координат не является наилучшим. Расположив центр круга в другой точке, мы можем сделать так, чтобы этот круг окружил кривую Найквиста более плотно. Например, расположим центр в точке $1,5 + j0$. В этом случае максимальное расстояние от этой точки до кривой Найквиста равно 2,834. Следовательно, если радиус круга выбрать равным 2,9, то кривая Найквиста будет лежать внутри круга $D(-\frac{1}{4,4}, \frac{1}{1,4})$ и, следовательно, рассматриваемая система будет абсолютно устойчивой для всех нелинейностей из сектора $[-0,227, 0,714]$. Сравнение этого сектора с предыдущим показывает, что, ослабив требования на нижнюю границу сектора, мы получаем значительный выигрыш в отношении верхней границы этого сектора. Действительно, в этом случае мы получаем большую свободу при оптимизации выбора места расположения центра круга.

Другим вариантом использования кругового критерия является выбор величины α , равной нулю, и применение второго случая из теоремы. Кривая Найквиста будет лежать справа от вертикальной прямой $Re[s] = -0,857$. Следовательно, мы можем заключить, что система является абсолютно устойчивой для всех нелинейностей в секторе $[0, 1,166]$. Этот сектор позволяет получить наилучшую оценку величины β , которая достигается, если на класс нелинейностей наложить дополнительное требование – принадлежность к первому и третьему квадрантам. Для того чтобы показать, насколько может быть удобен круговой критерий при анализе приложений, исследуем вопрос устойчивости системы, в состав которой входят ограничитель или нелинейность насыщения. Нелинейность насыщения принадлежит сектору $[0, 1]$. Поэтому она принадлежит также сектору $[0, 1,166]$, но не принадлежит секторам $(-0,25, 0,25)$ или $[-0,227, 0,714]$. Таким образом, используя утверждение кругового критерия для второго случая, можно заключить, что система с обратной связью имеет глобально асимптотически устойчивую точку равновесия в начале координат.

Список литературы

1. *Лурье А.И.* Некоторые нелинейные задачи теории автоматического регулирования. М.: Гостехиздат, 1951.
2. *Халил Х.К.* Нелинейные системы. М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2009.

**ПОСТРОЕНИЕ И ИДЕНТИФИКАЦИЯ НЕЧЕТКИХ МОДЕЛЕЙ
РАЗЛИЧНЫХ ТИПОВ**

Игонина Е. В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: elenaigonina7@mail.ru

Аннотация. Предложена процедура построения нечеткой модели с помощью параметрической и структурной идентификации в программном комплексе. Идентификация нечеткой модели представлена построением нечеткой модели, обработкой данных, выбором критерия и алгоритмов идентификации. Приведено описание совместной работы иерархического и генетического алгоритмов, выполняющих идентификацию в автоматическом режиме. Рассмотрен пример построения нечеткой модели статистического объекта с двумя входами и одним выходом и показана результативность применения программного комплекса.

Ключевые слова: структурная и параметрическая идентификация, нечеткая модель, иерархический и генетический алгоритм.

**CONSTRUCTION AND IDENTIFICATION OF FUZZY MODELS
DIFFERENT TYPES**

Igonina E. V.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia
e-mail: elenaigonina7@mail.ru

Abstract. A procedure for constructing a fuzzy model using parametric and structural identification in a software package is proposed. Fuzzy model identification is represented by the construction of a fuzzy model, data processing, selection of criteria and identification algorithms. The description of the joint work of hierarchical and genetic algorithms performing identification in automatic mode is given. An example of constructing a fuzzy model of a statistical object with two inputs and one output is considered and the effectiveness of using the software package is shown.

Keywords: structural and parametric identification, fuzzy model, hierarchical and genetic algorithm.

Задачи описания статических и динамических процессов с помощью построения нечетких моделей являются очень актуальными для принятия решения и управления. Однако применение известных программных вычислительных сред не всегда позволяет эффективно и адекватно провести

моделирование нечетких систем в связи с трудностью формализации связей между входящими переменными и переменными выхода.

В настоящей статье рассмотрен пример построения и идентификации нечеткой системы с помощью программного комплекса (ПК), предложенного в [1]. В используемом ПК задействован значительно больший арсенал средств параметрической и структурной идентификации: рекуррентный метод наименьших квадратов (РМНК), методы разбиения функций принадлежности и исключения незначимых переменных, взаимосвязь иерархического и генетического алгоритмов, который практически всегда дает возможность за конечное время получить приемлемый результат. Идентификации подвергаются нечеткие модели статических и динамических режимов динамических процессов.

Процесс идентификации нечеткой модели в ПК реализуется согласно схеме рис. 1 и сопровождается построением нечеткой модели, выбором критерия и алгоритмов идентификации, обработкой данных и режимом (автоматического или ручного), организующего порядок запуска и взаимодействия элементов схемы.

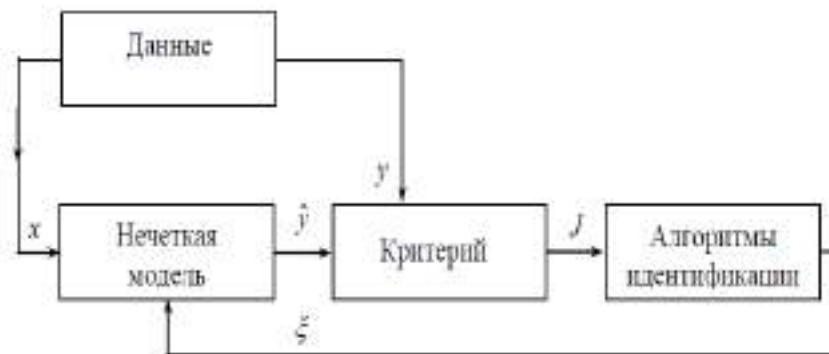


Рис. 1. Схема процесса идентификации нечеткой модели

В ПК заложены три типа нечетких моделей, которые содержат, соответственно, три вида продукционных правил [2]:

- 1) имеющих в правых частях константы (точечная модель)

$$R^\theta : \text{если } x_1 \text{ есть } X_1^\theta, x_2 \text{ есть } X_2^\theta, \dots, x_m \text{ есть } X_m^\theta, \text{ то } y = c^\theta, \quad (1)$$

- 2) нечеткие множества (качественная модель)

$$R^\theta : \text{если } x_1 \text{ есть } X_1^\theta, x_2 \text{ есть } X_2^\theta, \dots, x_m \text{ есть } X_m^\theta, \text{ то } y \text{ есть } Y^\theta \quad (2)$$

- 3) линейные уравнения (линейная модель)

$$R^\theta : \text{если } x_1 \text{ есть } X_1^\theta, x_2 \text{ есть } X_2^\theta, \dots, x_m \text{ есть } X_m^\theta, \text{ то } y^\theta = c_0^\theta + \sum_{j=1}^m c_j^\theta x_j, \quad (3)$$

где $\theta = \overline{1, q}$, $j = \overline{1, m}$; θ – номер правила; q – число правил; j – номер входной переменной; m – количество входных переменных; $c^\theta = (c_0^\theta, c_1^\theta, \dots, c_m^\theta)$ – вектор

коэффициентов; X_l^θ, Y^θ – нечеткие множества, характеризующиеся функциями принадлежности (ФП) $X_l^\theta(x_l, \mathbf{d}_l^\theta)$, $Y^\theta(y, \mathbf{d}^\theta)$, форма, размеры и расположение которых зависит от векторов параметров \mathbf{d}_l^θ и \mathbf{d}^θ .

Зачастую для описания динамики используется нечеткая разностная модель с обратной связью, для которой не требуется знание выхода $y(t-1), \dots, y(t-r)$ на $t \in [1, T]$, и которая задается продукционными правилами:

R^θ : если $\hat{y}(t-1)$ есть $Y_1^\theta, \dots, \hat{y}(t-r)$ есть $Y_r^\theta, u(t)$ есть $U_0^\theta, \dots, u(t-s)$ есть U_s^θ ,

$$\text{то, } y^\theta = a_0^\theta + \sum_{l=1}^r a_l^\theta \hat{y}(t-l) + \sum_{l=0}^s b_l^\theta u(t-l), \quad (4)$$

где $\hat{y}(t-1), \dots, \hat{y}(t-r)$ – рассчитанные по нечеткой модели значения выхода в моменты времени $t-1, \dots, t-r$.

В [1] показано, что с помощью ряда преобразований модель (4) может быть приведена к виду (3).

Для описания нечетких множеств в ПК используются следующие функции принадлежности: треугольная, трапецеидальная, гауссовская функция, кусочно-линейная функция, колоколообразная.

В качестве критерия идентификации в программном комплексе предлагается использовать [1]:

1. Относительно среднемодульный $J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (|y(k) - \hat{y}(k)| / y(k))$,

2. Среднемодульный $J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N |y(k) - \hat{y}(k)|$,

3. Среднеквадратический $J = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2$,

4. Стандартный $J = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \hat{y}(k))^2}$,

где $y(k), \hat{y}(k)$ – заданное и рассчитанное по модели значения выхода в точках $k = \overline{1, N}$.

С помощью алгоритмов параметрической и структурной идентификации требуется определить такие значения векторов констант и коэффициентов c в нечетких моделях первого и третьего типов, параметров ФП d , количество правил q и значимых переменных m во всех моделях, при которых величина критерия J , характеризующая ошибку модели $e = y - \hat{y}$, не превышала допустимую величину J^θ , т. е. удовлетворяла условию адекватности $J \leq J^\theta$.

В ПК предлагаются два этапа освоения процедуры идентификации: в автоматическом и ручном режиме. В первом случае достижение требуемой точности модели полностью возлагается на иерархический алгоритм (рис. 2), а

во втором – пользователь непосредственно участвует в конструировании алгоритма идентификации и по мере накопления опыта работы добивается гораздо лучших результатов, чем в автоматическом режиме.

Иерархический алгоритм можно условно разбить на две группы блоков структурной и параметрической идентификации: предварительная группа (блоки 1-5) и текущая группа (блоки 6-13). В блоке 1 задаются 2 правила, а в блоке 2 с помощью генетического алгоритма (ГА) определяются параметры функций принадлежности модели с двумя правилами. Если нечеткая модель, линейная или точечная (проверка в блоке 3), то запускается РМНК для определения коэффициентов или констант в правой части продукционных правил (блок 4). В блоке 5 проверяется точность полученной модели или условие адекватности. Если оно не выполняется, то производится структурная и параметрическая идентификация нечёткой модели. Генетический алгоритм уточняет структуру модели (блок 6), исключая из левой части правил незначимые функции принадлежности, а из правой – входные переменные. Вышеназванный алгоритм заканчивает работу при достижении требуемой точности модели или выполнении условия адекватности (блок 7), либо при неудовлетворительной скорости сходимости (блок 8). Если требуемая точность модели не достигнута и не выполняется условие для критерия, запускается ГА, уточняющий параметры функций принадлежности (блок 9). Он также заканчивает работу при достижении требуемой точности модели (блок 10), либо при неудовлетворительной скорости сходимости (блок 11). Если после проведенной структурной и параметрической идентификации не была достигнута требуемая точность модели, то увеличивается на 1 количество правил q (блок 12) и, если оно не превышает заданного или допустимого q^0 (блок 13), процесс вычисления в блоках 2-13 повторяется. Иерархический алгоритм завершает работу, когда выполняется условие адекватности или количество правил становится равным допустимому значению, не превышающему 10.

Отметим, что ручной режим идентификации заключается в том, что пользователь, исходя из набора отдельных алгоритмов идентификации, формирует их последовательность запуска в зависимости от точности моделей и скорости сходимости ГА.

Рассмотрим пример построения и идентификации нечеткой модели (с допустимой ошибкой $J^0 = 5\%$) статического объекта с двумя входами по данным $\langle x_1(k), x_2(k), y(k) \rangle$, $x_1(k), x_2(k) \in [1, 5]$, $k = 1, 2, \dots, 25$, полученным вычислением функции с одной выходной переменной $y = \left(1 + x_1^{-2} + x_2^{-1.5}\right)^2$.

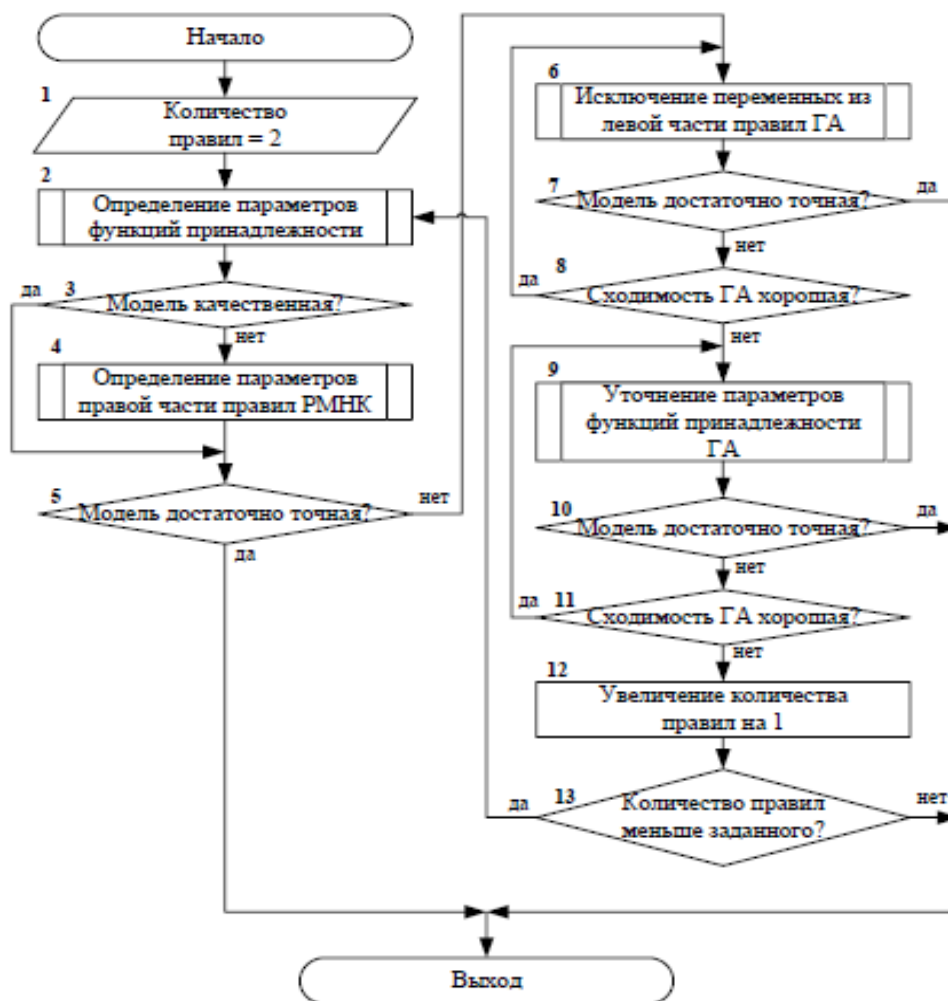


Рис. 2. Алгоритм идентификации автоматического режима

Этапы построения и идентификации нечеткой модели в ПК:

1. *Формирование данных для идентификации.* В электронной таблице Microsoft Excel заполняются данными столбцы x_1 и x_2 , а данные столбца для переменной выхода y рассчитываются по формуле, представленной в примере.

2. *Задание параметров и структуры нечеткой модели.* Устанавливаются следующие значения: тип модели (например, линейная); функция принадлежности (например, колоколообразная); количество входов (2); выходов (1); критерий (Относительно среднемодульный).

3. *Ввод данных.* Данные экселевской таблицы копируются в ПК. В консоли управления в разделе Идентификация выбирается алгоритм – иерархический алгоритм, а в главном окне задаются параметры алгоритма идентификации. Для нашего примера: точность модели 5 (или 5%), максимальное количество правил: 5.

Программный комплекс позволяет проанализировать точность нечеткой модели и предоставляет возможность вывода подробного отчета: ошибка модели, параметры и коэффициенты, правила в естественной форме, входные и выходные данные, графики функций принадлежности. На рис. 3 представлен

заданный и расчетный выход для модели рассматриваемого примера. Как видно, график синтезированной нечеткой модели практически совпадает с графиком, координаты которого определены с помощью табличного процессора Microsoft Excel.

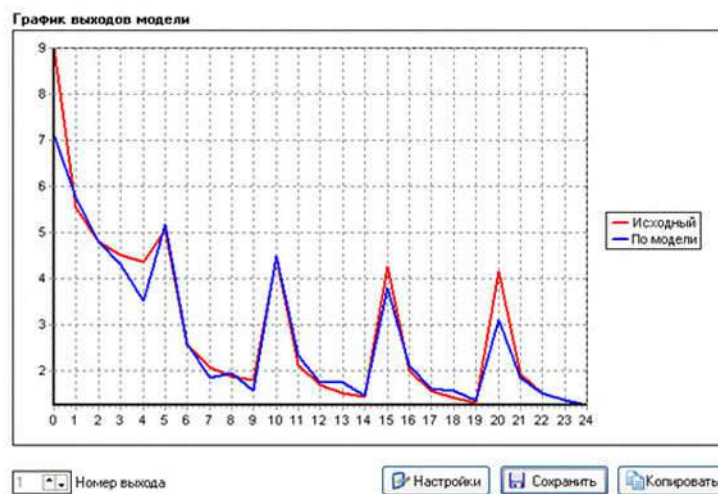


Рис. 3. Графики выходов идентифицируемой модели

Результаты могут найти применение в задачах построения и анализа моделей динамических систем, технологических процессов. В качестве перспективы можно отметить модификацию ПК в рамках расширения типов идентифицируемых нечетких моделей, в частности, исследования моделей типа Такаги–Сугено [3].

Список литературы

1. Кудинов Ю.И., Пащенко Ф.Ф., Кудинов Ю.И., Пащенко А.Ф. Нечеткое моделирование и управление в технических системах: учебное пособие для вузов. СПб.: Лань, 2022.
2. Кудинов Ю.И., Келина А.Ю., Кудинов И.Ю., Пащенко А.Ф., Пащенко Ф.Ф. Нечеткие модели и системы управления. М.: Ленанд, 2017.
3. Takagi T., Sugeno M. Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control // IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics. 1985. № 1. P. 116–132.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАГНИТООПТИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА В УЛЬТРАКВАНТОВОМ ПРЕДЕЛЕ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Киселев Е.Г.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: kiselev_yelets@mail.ru

Аннотация. Представлены результаты моделирования формы экспериментальной линии магнитооптического эксперимента в ультраквантовом пределе магнитного поля. Учет в математической модели зависимости энергии уровней Ландау с малыми

значениями квантовых чисел от магнитного поля и волнового вектора позволило классифицировать наблюдаемые магнитооптические особенности, определить вклад каждого электронного перехода, появление седловой точки в энергетическом спектре сплавов висмут-сурьма и обосновать наличие наряду с разрешёнными значительного вклада запрещённых переходов в ультраквантовом пределе магнитного поля.

Ключевые слова: анизотропный монокристалл, плоский волновод, уровни Ландау, магнитооптические осцилляции.

MATHEMATICAL MODELING OF THE MAGNETOOPTICAL EFFECT IN THE ULTRAQUANT LIMIT OF THE MAGNETIC FIELD

Kiselev E.G.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: kiselev_yelets@mail.ru

Abstract. Results of modeling of the form of an experimental line of magneto optical experiment in extreme quantum limit of a magnetic field are presented. The account in mathematical model of dependence of energy of levels of Landau with small values of quantum numbers from a magnetic field and a wave vector has allowed to classify observable magneto optical features, to define the contribution of each electronic transition, occurrence saddle points in a power spectrum of alloys bismuth-antimony and to prove presence along with resolved the considerable contribution of the forbidden transitions to extreme quantum limit of a magnetic field.

Keywords: anisotropic monocrystal, planar waveguide, Landau level, magneto optical oscillations.

Целью настоящего исследования являлось создание математической модели магнитооптического эксперимента в ультраквантовом пределе магнитного поля, пригодной для анализа данных, полученных при исследовании кристаллов висмут-сурьма в широком диапазоне концентраций сурьмы. Проведение численного эксперимента по моделированию магнитооптических спектров для проверки эффективности, изучения свойств и особенностей модифицированной модели Бараффа и получения научно значимых достоверных выводов о применимости этой модели для сплавов висмут-сурьма.

Рассматриваемая задача представляет собой решение уравнений Максвелла для особого вида волн – поверхностных волн. Наличие анизотропии резко увеличивает громоздкость вычислений. Таким образом, взаимодействие электромагнитной волны со стенками волновода учитывается средствами макроскопической электродинамики, т.е. классически. Решение задачи описания свойств среды требует существенно квантового рассмотрения. Поэтому в целом моделирование состоит из классической и квантовой части, и, в целом, модель можно рассматривать либо как полуклассическую, либо как полуквантовую.

Так как экспериментально измеряется энергия излучения, прошедшего планарный волновод (рис. 1), то необходимо тем или иным образом рассчитать интенсивность электромагнитной волны на выходе этого волновода.

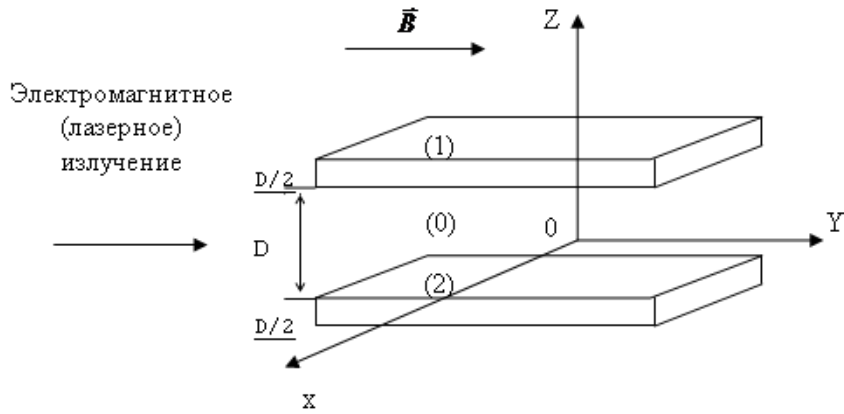


Рис. 1. Взаимное расположение вектора индукции магнитного поля, волнового вектора электромагнитного излучения и исследуемого монокристалла относительно выбранной системы координат

Рассчитывая энергию волны, прошедшую через планарный волновод, как среднее значение y -компоненты вектора Умова – Пойтинга (рис. 1) проинтегрированное по поперечному сечению волновода и определяя коэффициент пропускания планарного волновода как отношение энергии $W(B)$, переносимой волной при некотором значении магнитного поля B , и энергии $W(0)$, переносимой волной при $B=0$, получаем выражение для $T(B)$ [1-3]:

$$T(B) = 1,07 \times \exp\{2L[q_y''(B) - q_y''(0)]\}, \quad (1)$$

где q_y – y компонента волнового вектора.

Моделирование диэлектрической проницаемости использует методы квантовой механики. Свойства среды учитывались компонентами тензора диэлектрической проницаемости ε :

$$\hat{\varepsilon} = \hat{\varepsilon}_l + \frac{\hat{\sigma}}{i \cdot \omega \cdot \varepsilon_0}, \quad (2)$$

где ω – циклическая частота, падающего электромагнитного излучения, ε_l – диэлектрическая проницаемость, обусловленная всеми процессами, за исключением межзонных и внутризонных переходов на уровнях Ландау в точке L зоны Бриллюэна, ε_0 – электрическая постоянная, σ – тензор комплексной удельной электропроводности. Имеет место формула:

$$\hat{\sigma}_{\alpha\beta} = -e^2 \cdot \sum_{l,l'} \frac{(f_l - f_{l'}) \cdot \langle l | V_\alpha | l' \rangle \cdot \langle l' | V_\beta | l \rangle}{(E_l - E_{l'}) \cdot \left(\frac{i}{\hbar} \cdot (E_l - E_{l'}) - i \cdot \omega + \frac{1}{\tau} \right)}, \quad (3)$$

где α, β – индексы, означающие оси координат; $\alpha, \beta = 1, 2, 3$; e – заряд электрона; l, l' – полные наборы квантовых чисел, характеризующие начальные l' и конечные l состояния; V_α и V_β – оператор скорости; τ – время релаксации; f_l ,

f_l , – это распределения Ферми для электронов, находящихся на уровнях Ландау с наборами квантовых чисел l, l' :

$$f_l = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{E_l - E_f}{k_0 \cdot T}\right)}, \quad (4)$$

где E_f – энергия Ферми, k_0 – постоянная Больцмана, T – абсолютная температура, при которой находится исследуемый кристалл.

Экспериментальные результаты демонстрируют такое разнообразие структур в ультраквантовом пределе магнитного поля, что для объяснения этого приходится рассматривать модель взаимодействующих между собой уровней Ландау валентной зоны и зоны проводимости с квантовыми числами $j=0$. Это даёт возможность ввести дополнительные степени свободы для осуществления возможности подгонки модельных спектров к экспериментальным. В нашем рассмотрении мы ограничились рассмотрением второго порядка теории возмущений. В результате величины матричных элементов оператора скорости имеют сложную и ярко выраженную зависимость от магнитного поля. Учет в математической модели смешанного характера волновых функций при малых значениях квантовых чисел позволяет в деталях описать форму зависимости интенсивности излучения, прошедшего через планарный волновод от величины магнитного поля для полуметалла висмута и сплавов висмут-сурьма (рис. 2) [4]. Так, например, легко разделяются в модельном эксперименте вклады электронов с большей (штрихпунктирная линия с двумя точками) и меньшей (штрихпунктирная линия) эффективной массой.

Согласно результатам проведенного моделирования, анализ структуры магнитооптических особенностей представляет определенную трудность из-за обилия осцилляций и чувствительности формы линии к различным параметрам. Например, увеличение количества уровней Ландау, по которым производился расчёт, от 150 до 300 приводит к качественно лучшему соответствию расчётной и экспериментальной формы линии. Особенность при $B=21$ Тл приобретает соответствующую эксперименту интенсивность.

Численный расчет зависимости коэффициента пропускания планарного волновода от величины магнитного поля в ультраквантовом пределе магнитного поля для трех взаимно перпендикулярных ориентаций магнитного поля относительно кристаллической решетки висмута установил адекватность математической модели при сравнении с ранее полученными результатами для параметров энергетического спектра носителей заряда.

Список литературы

1. *Киселев Е.Г., Кондаков О.В., Гладких О.Б.* Условия моделирования формы экспериментальной линии магнитооптического эксперимента // *Материалы всероссийского научного семинара «Неравновесные явления в узкозонных полупроводниках и полуметаллах»*. Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2004.

2. *Киселев Е.Г., Кондаков О.В., Токарев В.В.* Моделирование магнитопротекания планарного волновода // *Материалы IV международной дистанционной научно-практической конференции «Моделирование. Теория, методы и средства»*. Новочеркасск, 2004.

3. *Киселев Е.Г., Кондаков О.В., Нишмюмана Ж.Д.* Моделирование магнитооптического эффекта в сплавах висмут-сурьма в ультраквантовом пределе магнитного поля // *Материалы Международной междисциплинарной научной конференции «Синергетика в естественных науках»*. Тверь, 2007.

4. *Киселев Е.Г., Кондаков О.В., Гладких О.Б., Хабимана Ж.В.* Возможности моделирования магнитооптического отклика кристаллов висмута // *Материалы IX межгосударственного семинара «Термоэлектрики и их применения»*. СПб.: ФТИ им. А.Ф. Иоффе РАН, 2006.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ТРАНСПОРТНОГО КОМПЛЕКСА С УЧЕТОМ ЧЕЛОВЕЧЕСКОГО ФАКТОРА

Климова Д.В.

Российский государственный университет транспорта, Москва, Россия

e-mail: klimova_di@mail.ru

Аннотация. В статье проанализированы основные направления формирования и совершенствования системы управления безопасностью транспортного комплекса метрополитена с учетом человеческого фактора. Оценены составляющие интеллектуальной системы поддержки принятия решений при управлении транспортным комплексом. Ключевое внимание в процессе управления необходимо уделять учету человеческого фактора и опасностей, связанных с действиями пассажиров и работников транспортного комплекса.

Ключевые слова: безопасность, система управления безопасностью, транспортный комплекс, метрополитен, человеческий фактор

SAFETY MANAGEMENT SYSTEM OF THE TRANSPORTATION COMPLEX WITH THE HUMAN FACTOR INCLUDED

Klimova D.V.

Russian State University of Transport, Moscow, Russia

e-mail: klimova_di@mail.ru

Abstract. The article analyzes the main directions of formation and improvement of the security management system of the metro transport complex, taking into account the human

factor. The components of the intelligent decision support system in the management of the transport complex are evaluated. Key attention in the management process should be given to the consideration of the human factor and the dangers associated with the actions of passengers and employees of the transport complex.

Keywords: safety, safety management system, transport complex, subway, human factor

Одной из важнейших услуг, необходимой для нормального функционирования городской агломерации, является перевозка пассажиров сетью общественного транспорта. По данным Международной ассоциации общественного транспорта (UITP), в 2020 году количество поездок на общественном транспорте увеличилось на 18% по сравнению с 2000 годом. Сбалансированное и динамичное развитие городского транспортного комплекса является залогом высоких темпов социально-экономического роста, повышения уровня жизни и обеспечения безопасности населения. Таким образом, городская транспортная инфраструктура является единой сложной системой внешнего и внутреннего транспортных коммуникационных элементов, взаимодействующих между собой и предоставляющих бесперебойное транспортное сообщение.

За последние десятилетия в больших городах мира резко возросло распространение метрополитена, поскольку он является транспортными артериями города. Решению вопроса его безопасности уделяется особое внимание во многих странах мира. Метрополитен – транспортное предприятие повышенной опасности: в условиях массового скопления людей в ограниченном пространстве любые чрезвычайные ситуации могут привести к трагическим последствиям.

Основой совершенствования систем безопасности современного метрополитена является сочетание развития трех основных направлений: нормативно-правовой базы, образования и инженерного совершенствования систем, что включает правовые, административные, экономические, образовательные и технологические методы. Совершенствование систем безопасности метрополитена подразумевает мероприятия в следующих направлениях согласно рис. 1.

Комплексное управление безопасностью транспортного комплекса включает контроль в процессе эксплуатации и строительства метрополитена на основе моделирования зданий и сооружений метрополитена. На этапе проектирования должны быть выполнены анализ безопасности конструкции и оптимизация расчетных схем.

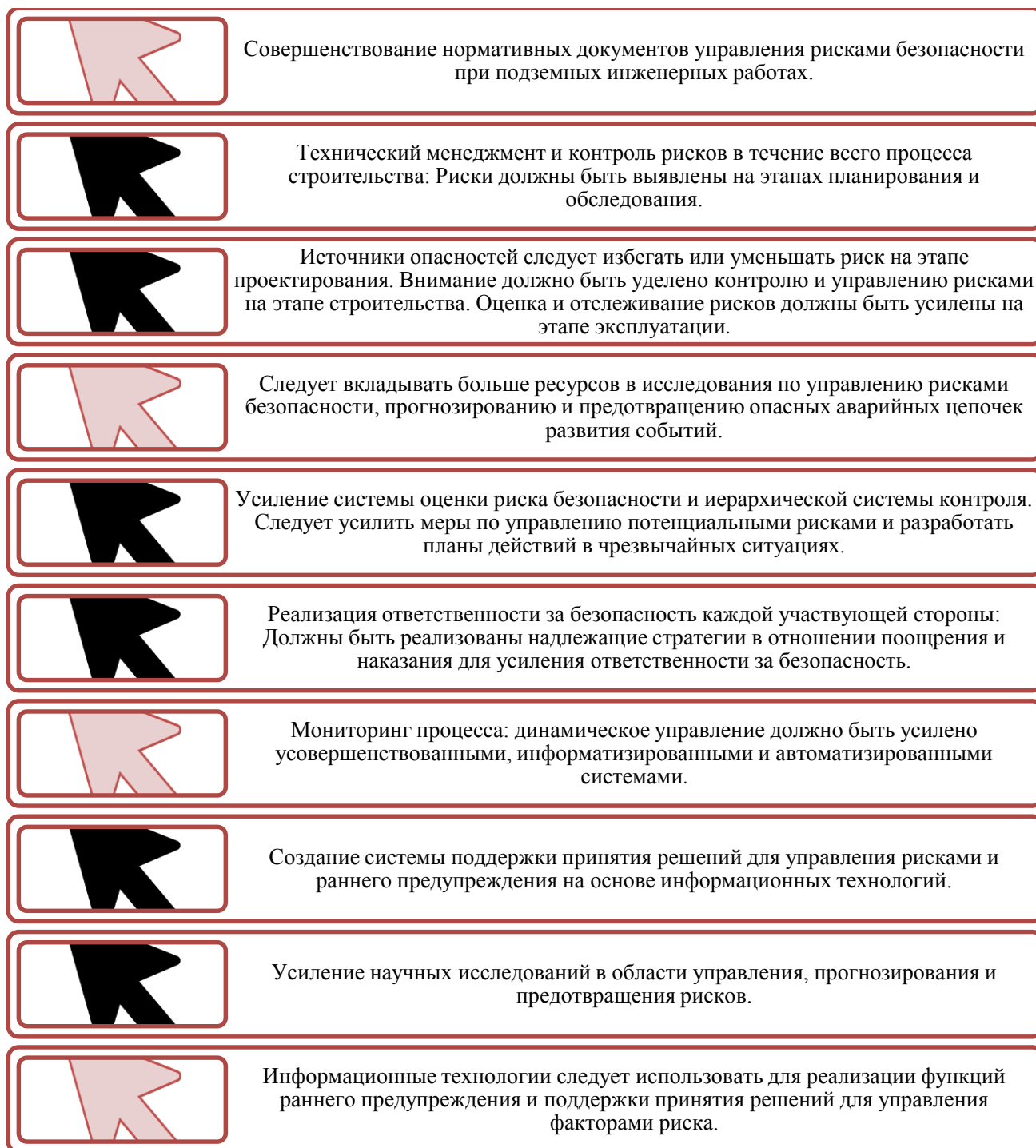


Рис. 1. Направления совершенствования системы управления безопасностью

Для заблаговременного выявления инцидентов необходимо сопряжение системы мониторинга с выявлением источников опасностей с учетом информации, поступающей с датчиков от элементов системы и действующего оборудования. На этапе эксплуатации создаются планы технического обслуживания оборудования и объектов, а также моделируются планы эвакуации в случае чрезвычайной ситуации с использованием цифровых площадок. Для улучшения управления рисками безопасности при подземных инженерных работах необходимо развивать интеллектуальную систему, которая обеспечит коммуникационную платформу для различных служб метрополитена. На основе современных интеллектуальных и информационных

технологий данные мониторинга должны поступать в режиме реального времени (рис. 2).

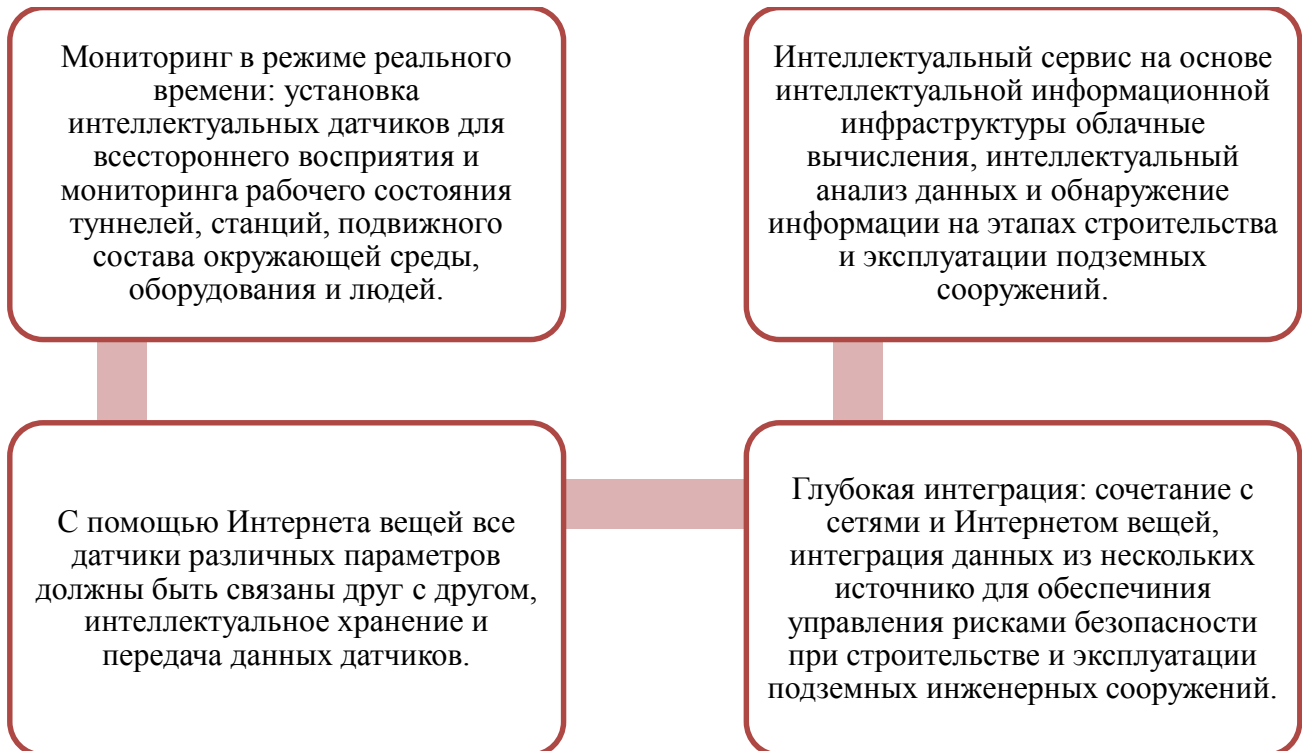


Рис. 2. Составляющие интеллектуальной системы поддержки принятия решений при управлении транспортным комплексом

Необходимо доработать систему онлайн-отчетности в режиме реального времени о потенциальных рисках, связанных с человеческим фактором: отчетность о рисках безопасности; анализ отчетных данных; распространение информации об опасностях; устранение скрытой опасности; анализ данных после исправления; ликвидация риска от скрытой опасности. Необходимо учитывать влияние человеческого фактора, уделяя ему значительное внимание. Для этого система мониторинга должна включать отслеживание небезопасного поведения персонала, машинистов и пассажиров. В этой связи необходимо решить следующие первоочередные задачи (рис. 3).

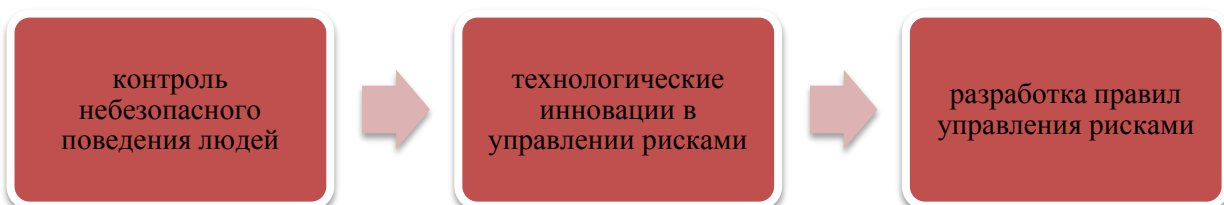


Рис. 3. Задачи совершенствования систем безопасности

В целях управления безопасностью транспортного комплекса метрополитена с учетом человеческого фактора необходимо создание базовой расчетной модели оценки максимальной пассажировместимости различных платформ метрополитена. Исходя из результатов проведенного нами анализа,

опишем далее разработанные передовые модели оценки безопасности метрополитена. На настоящий момент разработан ряд методик индивидуального моделирования большого пассажиропотока в метрополитене, выявлены механизмы формирования и перенаправления больших пассажиропотоков. В ряде стран внедрены системы мониторинга и раннего предупреждения с оценкой величины пассажиропотока в режиме реального времени. Разработаны и апробированы модели расчета эвакуации в метрополитене. Перечисленные методы моделирования целесообразно использовать в сочетании с действующими информационными системами для создания эффективной системы управления безопасностью транспортного комплекса.

Список литературы

1. Коровина А.И., Кронгард Ю.В., Завьялов А.М., Аксенов В.А. «Человеческий фактор» в ракурсе зарубежных практик // Техносферная безопасность городских агломераций: Сборник международной школы-конференции, Москва, 14–16 декабря 2020 года. М.: Российский университет транспорта. 2021. С. 370-377.

2. Климова Д.В. Задача моделирования систем безопасности транспортного пересадочного узла городской агломерации с учетом человеческого фактора // Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии: материалы VIII Международной научно-практической конференции, Елец, 21–22 апреля 2022 года. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина. 2022. С. 299-303.

3. Андреева Н.В., Климова Д.В. Совершенствование систем безопасности Московского метрополитена // Проблемы безопасности российского общества. 2022. № 2(38). С. 38-48.

4. Калинина О.С., Климова Д.В. Анализ методов комплексных систем безопасности для предотвращения актов незаконного вмешательства на объектах метрополитена // Проблемы безопасности российского общества. 2021. № 4(36). С. 40-47.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВРЕДНЫХ И ОПАСНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФАКТОРОВ В ЦЕЛЯХ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ БЕЗОПАСНОСТЬЮ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СРЕДЫ

Климова Т.Ф.¹, Климова Д.В.²

Российский университет транспорта, Москва, Россия

e-mail: ¹klimova_tf@mail.ru, ²klimova_di@mail.ru

Аннотация. В статье представлены результаты анализа возможностей моделирования вредных и опасных производственных факторов в целях совершенствования системы управления безопасностью производственной среды. Рассмотрены задачи управления безопасностью производственных процессов, сформулированы задачи количественной оценки потенциальных опасностей.

Ключевые слова: вредные и опасные факторы, безопасность производственной среды, система управления безопасностью, моделирование факторов, производственная среда, охрана труда.

MODELING THE IMPACT OF HARMFUL AND DANGEROUS PRODUCTION FACTORS TO IMPROVE THE SAFETY MANAGEMENT SYSTEM OF THE PRODUCTION ENVIRONMENT

Klimova T.F.¹, Klimova D.V.²

¹Russian State University of Transport, Moscow, Russia

e-mail: ¹mail@mail.ru, ²mail@mail.ru

Abstract. The article presents the results of the analysis of the possibilities of modeling harmful and dangerous production factors in order to improve the safety management system of the production environment. The tasks of managing the safety of production processes are considered, the tasks of quantitative assessment of potential hazards are formulated.

Keywords: harmful and dangerous factors, safety of the production environment, safety management system, modeling of factors, production environment, labor protection.

Управление риском на предприятии подразумевает разработку и обоснование оптимальных программ деятельности, призванных эффективно реализовывать решения в области обеспечения безопасности. Оценить безопасность работников на предприятии можно, ориентируясь, в первую очередь, на состояние здоровья работников, работоспособность и высокую производительность их труда, условия труда. Управление безопасностью связано с решением следующих задач согласно рис. 1.

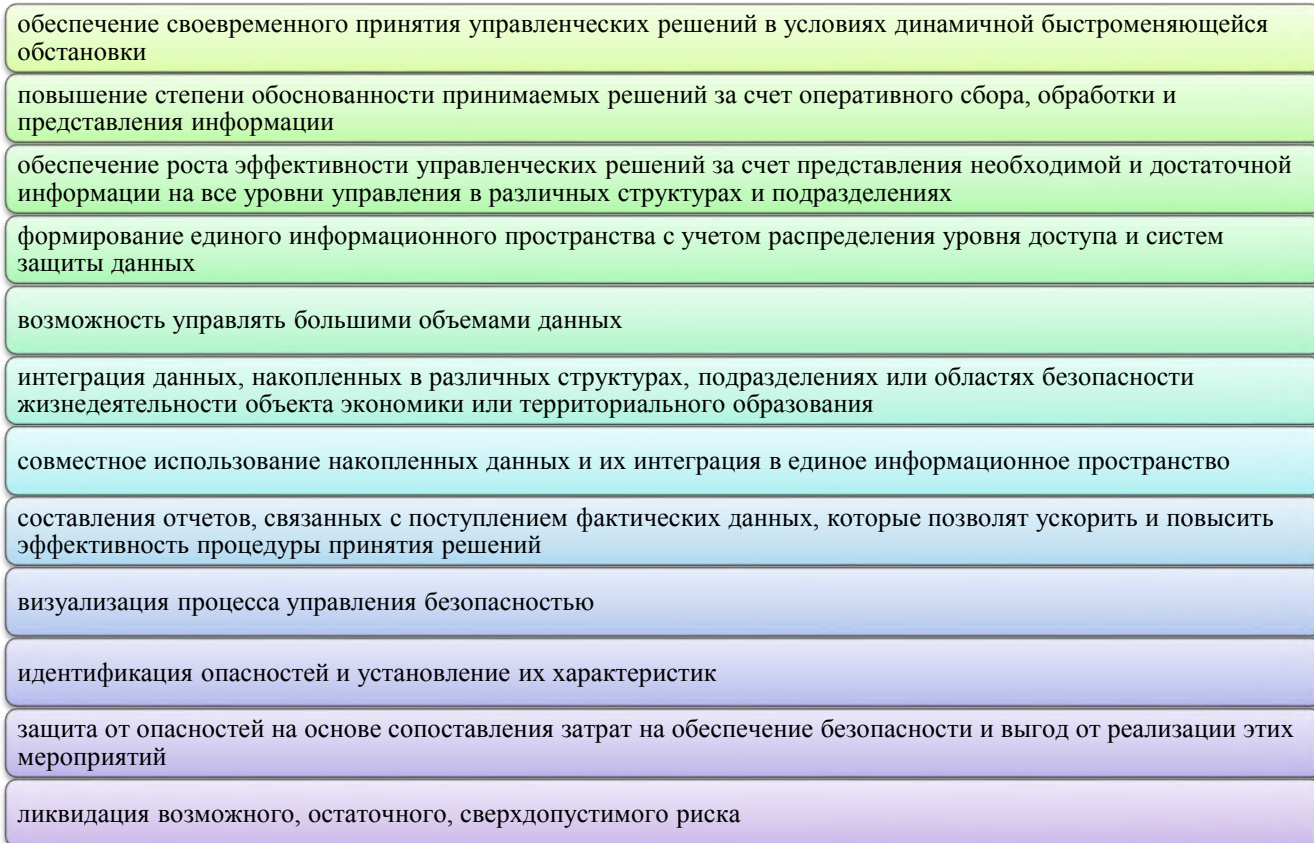


Рис. 1. Задачи управления безопасностью

Для повышения безопасности производства и сохранения здоровья сотрудников при создании и совершенствовании систем управления безопасностью предприятия ориентируются на нормативные документы в сфере безопасности и результаты специальной оценки труда. Однако при достаточно проработанном аппарате оценки состояния условий труда на предприятии определение состояния работника и его изменения в ходе трудового процесса является затруднительной задачей из-за необходимости учета большого количества факторов, действующих на работника, в том числе факторов производственной среды. При этом очень сложно оценить совокупное влияние факторов, действующих на организм не изолированно. Для формирования системы управления безопасностью производственных процессов необходимо создание детальных моделей системы «человек-машина-окружающая среда (ЧМС)». В этом случае задачи количественной оценки потенциальной опасности можно сформулировать следующим образом согласно рис. 2.

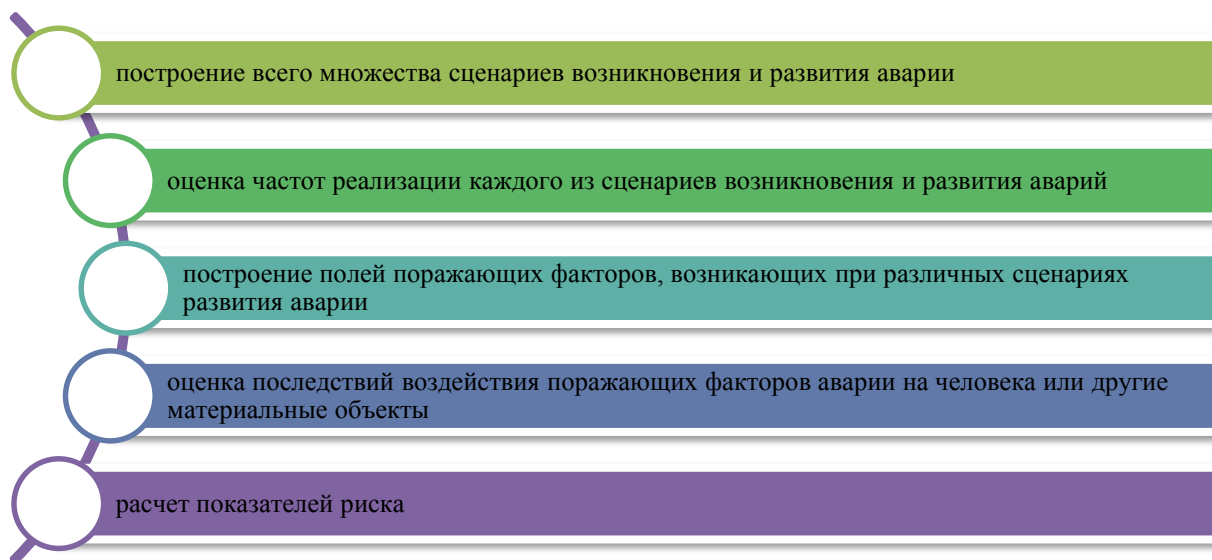


Рис. 2. Задачи количественной оценки потенциальной опасности

В условиях производства на здоровье человека, его жизнеспособность и жизнедеятельность большое влияние оказывают опасные и вредные факторы. Идентификацией потенциально вредных и опасных производственных факторов являются процессы сопоставления и установления совпадения имеющихся на рабочих местах факторов производственной среды и трудового процесса с факторами производственной среды и трудового процесса, предусмотренными классификатором вредных и (или) опасных производственных факторов. Данная процедура проводится в результате специальной оценки условий труда. Уровень воздействия на работника вредных производственных факторов не должен превышать уровня, допустимого нормативными документами. Своевременные и регулярные исследования позволяют проводить профилактические мероприятия для уменьшения негативного воздействия, а также учитывать данные исследований при проектировке новых объектов. Некоторые факторы могут косвенно или напрямую на прямую влиять на производительность труда, безопасность труда.

Результаты объективных исследований дают основания для проведения ряда мероприятий по улучшению рабочей обстановки.

Комплексное воздействие вредных и опасных производственных факторов оказывает непосредственное влияние на состояние работника и его здоровье. Оценивая человеческий фактор в производственном процессе необходимо опираться на научные исследования, позволяющие оценить взаимодействие работников по отношению к другим элементам производственной системы и на конкретных рабочих местах. В этом случае теоретические основы, обоснованные принципы и методы проектирования можно использовать для оптимизации систем безопасности, условий деятельности человека и общей производительности системы. Для понимания причин инцидентов на рабочих местах и в производственной системе в целом необходимо детальное изучение причин инцидентов, механизмов взаимодействия системы «человек-машина-окружающая среда». Необходимо отслеживание отклонений состояний технических параметров и человека от условий нормального функционирования. Должно быть понимание каким образом факторы, влияющие на работников, в том числе связанные с условиями труда и состоянием рабочего места, влияют на рабочий процесс и на конкретные действия работников. Должны быть выстроены все цепочки событий, способствующих возникновению инцидентов, связанных с человеческим фактором. Проектируя эргономическое обеспечение системы «человек-машина-окружающая среда» необходимо учесть обязательные функции системы оценки производственного процесса (рис. 3)



Рис. 3. Функции системы оценки производственного процесса

Работники принимают решения и выполняют действия, которые имеют для них смысл в данный момент с учетом стоящих перед ними задач, сформированных знаний, психологической и физической подготовленности. В процессе трудовой деятельности каждый день работники адаптируются к изменениям, возникающим в производственном процессе, в условиях труда, и исходя из этого вносят корректировки в свою деятельность. Ключом к пониманию произошедших инцидентов является выяснение того, как и почему произошли те или иные действия работника, какие отклонения от заданных параметров в системе произошли, и каким образом это повлияло на поведения системы «человек-

машина-окружающая среда». Для формирования аппарата оценки состояния факторов, влияющих на безопасность, необходимо разработать модель, учитывающую воздействия вредных и опасных производственных факторов на работников (рис. 4).

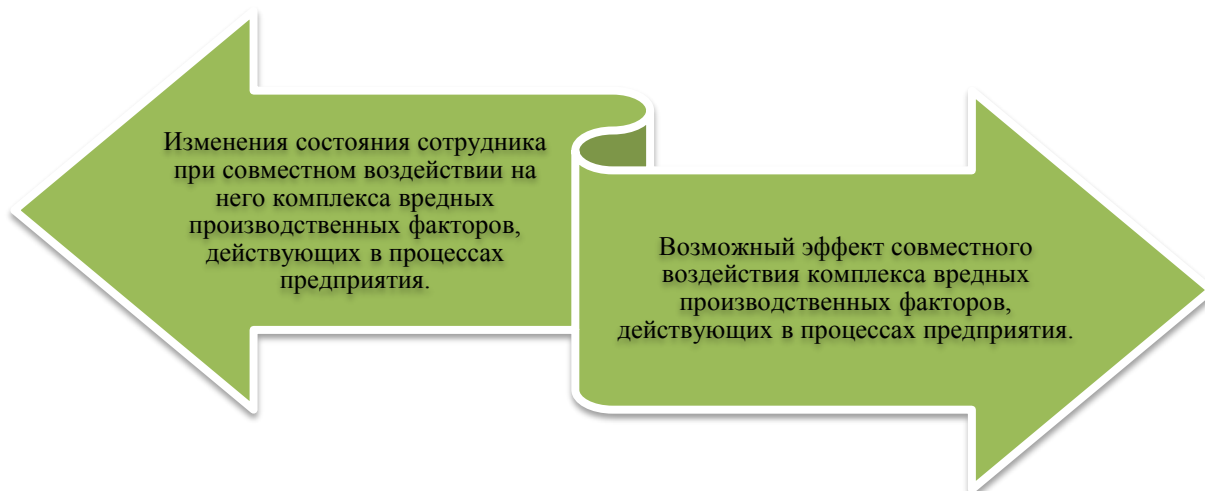


Рис. 4. Модель влияния вредных производственных факторов

Детальное исследование взаимодействий между элементами системы «человек-машина-окружающая среда» с обращением к данным, полученным по результатам расследований инцидентов и аварийных ситуаций, возникающих на реальных предприятиях, а также исследование существующих и разработка новых моделей системы безопасности организации, мониторинга безопасности производственного процесса и условий труда позволит создать аппарат определения и прогнозирования состояния человека при совместном воздействии комплекса вредных производственных факторов.

Список литературы

1. Андреева Н.В., Климова Д.В. Цифровая трансформация охраны труда на производстве // Техносферная безопасность городских агломераций: сборник материалов II международной школы-конференции, Москва, 15–16 декабря 2021 года. М.: Российский университет транспорта, 2022. С. 7–13.
2. Климова Д.В., Астахов В.В. Системный подход к формированию системы управления безопасностью на железнодорожных переездах и переходах // Проблемы безопасности российского общества. 2021. № 2(34). С. 80–89.
3. Степанова Е.В., Климова Д.В. Профессиональный риск воздействия на работников вредных и опасных факторов производственной среды // Актуальные проблемы техносферной безопасности: Сборник научных статей II национальной научно-практической конференции, Москва, 05–13 марта 2020 года. М.: Российский университет транспорта, 2020. С. 65–69.
4. Климова Д.В., Раенок Д.Л., Сорокина Е.А. и др. Совершенствование системы безопасности транспортных объектов // Наука и техника транспорта. 2019. № 1. С. 107–112.

УСТОЙЧИВОСТЬ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ПОДВОДНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ МАГИСТРАЛЬНЫХ ПЕРВИЧНЫХ СЕТЕЙ СВЯЗИ

Костюк Ф.В.

Вычислительный центр им. А.А. Дородницына ФИЦ ИУ РАН

e-mail: fil@ccas.ru

Аннотация. Изучается современное состояние подводной инфраструктуры магистральных сетей связи, последние инциденты их повреждения, даются основные характеристики отдельных линий и их маршруты. Исследуется уязвимость к намеренному воздействию на сети. Предлагается методология расчета устойчивости функционирования, даются оценки математического ожидания и дисперсии.

Ключевые слова: первичная сеть связи, магистральные линии, синхронная цифровая иерархия, намеренное воздействие, устойчивость, показатели надежности.

FUNCTIONAL SUSTAINABILITY OF PRIMARY TRANSPORT COMMUNICATION NETWORKS' UNDERWATER INFRASTRUCTURE

Kostyuk F.V.

Dorodnicyn Computing Centre FRC CSC RAS

e-mail: fil@ccas.ru

Abstract. Actual condition of primary transport communication networks' underwater infrastructure is studied. Last incidents of damage, technical specifications of main lines and their routes are considered. Vulnerability of networks to intentional actions is discussed. Estimate of functional sustainability is provided. Expectation and variance are given.

Keywords: primary telecommunication network, trunk line, synchronous digital hierarchy, intentional impact, sustainability, reliability indicators.

Прогресс современного общества характеризуется ускоренной автоматизацией процессов производства, управления функционированием инфраструктуры, включая трубопроводы, сети электроэнергетики, железные дороги, логистические и коммунальные сети. Подавляющее большинство современных устройств от ядерных реакторов до посудомоечных машин напичканы электроникой. Обилие датчиков позволяет получать полную информацию о состоянии устройств, условиях внешней среды. Высокопроизводительные процессоры обрабатывают получаемую информацию для выработки оптимального режима функционирования. Многие устройства подключены к сетям электросвязи, основные потоки информации в которых проводятся по магистральным линиям первичной сети с пропускной способностью в тысячи гигабит в секунду для каждого оптического кабеля.

Интернет объединяет более 30 миллиардов устройств и 4.95 миллиардов людей по всему миру. Ахиллесовой пятой интернета является уязвимость его архитектуры. Он разрабатывался с расчетом на прозрачность, открытость, инновационность. Именно поэтому защищающийся в интернете будет всегда отставать от атакующего, реагируя на возникающие угрозы.

Основной коммуникационный трафик между континентами используют инфраструктуру подводных кабелей. 93% всех данных в мире передаются по подводным кабелям, включая ежедневные финансовые операции на сумму в десять триллионов долларов. Диверсия у острова Борнхольм на трех ветках газопроводов Северных потоков показала уязвимость подводной инфраструктуры даже в хорошо контролируемых мелких водах Балтийского моря. Еще раньше, в 1971 году, была успешно проведена секретная операция ВМФ США, ЦРУ и АНБ Ivy Bells по прослушке подводных линий связи ВМФ СССР, в частности кабеля между главной базой Тихоокеанского флота в Петропавловске и штаба флота во Владивостоке. Самый длинный в мире (39 тысяч километров) оптический кабель SMW3 (South-East Asia - Middle East - Western Europe 3) использует технологию мультиплексирования с разделением по длине волны (WDM) с SDH и тянется от Северной Германии до Австралии и Кореи. Он состоит из двух оптоволоконных пар, каждая из которых передает 64 длин волн со скоростью 10 Гбит/с, имеет 39 точек приземления и введен в эксплуатацию в 2000 году. Его теоретическая пропускная способность – 4,6 Тбит/с, он соединяет 32 страны (рис.1).



Рис. 1. Магистральный кабель SMW3

Америка и Европа соединены как минимум 18 кабелями связи. Австралия имеет 16 кабелей, соединяющих ее с другими странами. 20 кабелей выходят с западного побережья Америки, пересекая Тихий океан. Это сведения по известным кабелям. Но военные и разведывательные организации прокладывают и другие кабели, местонахождение которых не афишируется (хотя суда-кабелеукладчики можно порой отследить на вебсайтах слежения за судоходством <https://www.marinetraffic.com/>). Другими важнейшими подводными транспортными сетями связи являются:

SEA-ME-WE 5 (South East Asia-Middle East-Western Europe 5)

AAE-1 – Asia-Africa-Europa-1 – это подводная кабельная система связи протяженностью 25 000 км, введена в эксплуатацию в июле 2017 года. Ее теоретическая пропускная способность – 40 Тбит, соединяет не менее 19 стран мира.

APG – Asia Pacific Gateway, работает с конца 2016 года.

IA – Lien A – Intra Asia – протяженность 6900 км и введена в эксплуатацию с ноября 2009 года.

AAG – Азия – America Gateway – введен 10.11.09, длина 20 тыс.км, 2,88 Тбит/с

ASE – Asia Submarine-cable Express – управляет консорциум, включающий NTT, PLDT, StarHub и TM

APCN – Asia Pacific Cable Network – 12 тыс.км, 5 Gbps (2xSTM-16), введен в эксплуатацию в 1997,

APCN-2 – Asia Pacific Cable Network 2 – введен 20.12.01, 100Gbps DWDM

EAC-C2C – объединяет East Asia Crossing (EAC, 19800 км) и the City-to-City (C2C, 17 тыс.км) – 30.72 Tbps, 36800 км, 17 наземных станций

BBG – The Bay of Bengal Gateway – введен 8.04.16, длина 8 тыс.км, 100G DWDM coherent technology, мощность BBG – 10 Tbps на каждую из трех пар.

SJC2 – The Southeast Asia–Japan 2 – длина 10500 км, 8 оптических пар по 18Tbps на каждую пару, с общей полосой пропускания 144 Tbps.

TKO Express – введена 28.06.12 для прямой связи Chai Wan и Tseung Kwan O Industrial Estate (TKOIE) в Гонкоге. Имея 1,728 оптических волокон, он проходит под водой 3.5 км под каналом Tathong,

A&N Islands – Chennai-the Andaman & Nicobar Islands – введен 10.08.20, длина 2,300 км, состоит из двух оптических пар по 200 Gbps

MCT – Malaysia-Cambodia-Thailand – запущен в марте 2017 г., длина 1300 км, использует технологию 100 Gbps суммарной мощности 30+ Tbps.

MIST – Myanmar/Malaysia India Singapore Transit – запущен 10.10.19, имеет 12 оптических пар суммарной мощности 216Tbps.

SING – The Singapore India Gateway – планируется к вводу во втором квартале 2023

IGG – The Indonesia Global Gateway – 5300 км, 4 оптические пары, использует технологию 100Gbps x 80 wavelengths DWDM, общей мощностью 32Tbps.

SKR1M – The Sistem Kabel Rakyat 1 Malaysia – введен в сентябре 2017 г., длина 3700км, полоса пропускания 12.8 Tbps.

CDSCN – Converge ICTSI Domestic Submarine Cable Network – введен 31.10.21, длина 1824 км., соединяет 22 наземные станции на Филиппинах, имеет 24 оптические пары, использующие технологии 400G and 800G,

NDTN – National Digital Transmission Network – 1999 – 2741 км.

SEA-H2X – The South-East Asia Hainan-Hongkong Express Cable System – введена 12.05.22, содержит 8 волокон суммарной мощности 160 Tbps

Повреждениями подводных магистральных сетей связи, приведшие к большому ущербу для экономики и финансов, в последние время были:

- 6.01.18, 22.05.18, 16.06.18, 23.08.18 – AAG

- 2.04.20 – ААГ, S1
- 30.04.20 – АРГ сегмент S9,
- 14.05.20 – ААГ
- 31.05.20 – АРГ секции S1.7
- 3.06.20 – ААЕ-1 на линии S1H
- 25-30.09.20 – ААГ,
- 7.06.22 – ААЕ-1

9 марта 2022г МСЭ-Т, разрабатывающая рекомендации для транспортных сетей связи оптического кабеля и цифровых синхронных систем передачи, приняла решение исключить всех представителей России из кандидатов на руководящие должности в технических группах. МПС прежде всего должны быть устойчивыми, а не эффективными. Важно обеспечить защиту магистральной первичной сети (МПС) от физического воздействия на ее элементы. Являясь сложной технической системой, МПС описывается сетью $G = (V, E)$, задаваемой множеством ее вершин V и дуг E мощностью m , набором чисел $p_i \in [0, 1], i = \overline{1, m}$, имеющих смысл вероятности отказа дуги i , и индикаторной функцией f :

$$f: X^m \times CR \rightarrow \{0; 1\}, f(x, cr) = \begin{cases} 1, & \text{если } cr \text{ исполнен} \\ 0, & \text{если он не исполнен} \end{cases},$$

заданной на декартовом произведении множества m -мерных булевых векторов X^m , которое биективно отображается на множество 2^G всех подсетей сети G , и множества критериев CR функционирования системы. Задача состоит в определении вероятности события, задаваемого критерием $cr \in CR$:

$$R(cr) = \sum_{x \in X^m, f(x, cr)=1} p(x) \equiv \sum_{x \in X^m} p(x) \cdot f(x, cr),$$

$$p(x) = \prod_{i=1}^m (1 - p_i)^{x^i} \cdot p_i^{1-x^i}, \quad x \in X^m.$$

Для решения задачи разобьем множество элементарных исходов X^m на $m+1$ попарно непересекающееся подмножество S_j , которые будем называть слоями, таким образом:

$$S_j = \{x \in X^m \mid \|x\|_1 \equiv \sum_{i=1}^m |x^i| = j\}, j = \overline{0, m},$$

Решение задачи (1)–(3) может быть определено по следующей формуле

$$R(cr) = \sum_{j=0}^m P(S_j) \cdot (1 - P(cr|S_j)), \quad (1)$$

где $P(S_j)$ – вероятность события S_j , а $P(cr|S_j)$ – условная вероятность исполнения критерия cr при наступлении события S_j .

Для расчета условных вероятностей $P(cr|S_j)$ моделируется последовательность отказов, т.е. из исходной сети G с некоторыми вероятностями выбрасывается одна дуга, затем другая, затем третья и так далее до тех пор, пока сеть не окажется пустой. В результате этого моделирования будут инициированы крайне маловероятные события, получение которых потребовало бы триллионов испытаний обычным методом Монте-Карло.

Оценка решения задачи, даваемая данным методом, имеет вид

$$\bar{R}(cr) = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^m \left(\frac{P_p\{A_i\}}{n_i} \cdot \sum_{j=1}^{n_i} \frac{f(x_i^j) \cdot r(x_i^j)}{p(x_i^j)} \right), \quad (2)$$

где x_i^j - j -я независимая реализация случайной величины с функцией распределения $p_i(\cdot)$, индуцированной функцией $p(\cdot)$ на множестве A_i .

$N = \sum_{i=0}^m n_i$ - общее число итераций,

$P_p\{A_i\}$ - чаще вычисляется аналитически, но также может оцениваться статистически.

Дисперсия оценки (2) равна

$$D\bar{R}(cr) = \sum_{i=0}^m \frac{1}{n_i} \left(P_p\{A_i\} \cdot \sum_{x \in A_i} \frac{f^2(x) \cdot r^2(x)}{p^2(x)} p_i(x) - \left(\sum_{x \in A_i} \frac{f(x) \cdot r(x)}{p(x)} p_i(x) \right)^2 \right). \quad (3)$$

Обоснование предложенного метода и оценок (2-3) дано в [4]. Меры повышения безопасности инфраструктуры МПС и ее устойчивости к внешним угрозам природного и техногенного характера и целенаправленным атакам дано в [5].

Список литературы

1. Ушаков И.А. Курс теории надежности систем: учебное пособие для вузов. М.: Дрофа, 2008.
2. Оре О. Теория графов. М.: Наука, 1980.
3. ITU-T Recommendation G.707. Synchronous Digital Hierarchy Bit Rates.
4. Костюк Ф.В. Оценка эффективности некоторых методов имитационного моделирования для решения вероятностных сетевых задач // Моделирование, декомпозиция и оптимизация сложных динамических процессов. 2015. Т. 30. № 1 (30). С. 143–158.
5. Костюк Ф.В. Обеспечение устойчивости и безопасности функционирования информационно-коммуникационных сетей // Материалы VIII Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии» (CSMSSIT-2022), г. Елец, 21-22 апреля 2022 г. Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина. 2022. С. 33–38.

О ВЫЧИСЛЕНИИ ПРОИЗВОДНЫХ В АЛГОРИТМЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ГРАДИЕНТНОГО ТИПА ДЛЯ ДИСКРЕТНЫХ СТОХАСТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМИ И АДДИТИВНЫМИ ШУМАМИ

Кувшинова А.Н.¹, Цыганов А.В.², Цыганова Ю.В.³

^{1,2,3}Ульяновский государственный педагогический университет
им. И.Н. Ульянова, Ульяновск, Россия

e-mail: ¹kuvanulspu@yandex.ru, ²andrew.tsyganov@gmail.com,
³tsyganovajv@gmail.com

Аннотация. В работе предложен новый метод вычисления производных оценок вектора состояния и ковариационной матрицы ошибок оценивания при решении задачи параметрической идентификации с помощью алгоритмов градиентного типа.

Решение получено в классе дискретных линейных стохастических систем с аддитивными и мультипликативными шумами. Построенный метод основан на применении ковариационного UD-фильтра для указанного класса систем и оригинального метода вычисления производных в матричном ортогональном MWGS-преобразовании. Основными достоинствами полученных результатов являются численная устойчивость алгоритма к ошибкам машинного округления в силу применения на каждом шаге прямой процедуры взвешенной ортогонализации, возможность аналитического вычисления значений производных в заданной точке без необходимости использовать конечно-разностные методы.

Ключевые слова: вычисление производных, параметрическая идентификация, градиентные методы, дискретные стохастические системы, аддитивные и мультипликативные шумы.

ON EVALUATION OF DERIVATIVES IN A GRADIENT-BASED PARAMETER IDENTIFICATION ALGORITHM FOR DISCRETE-TIME STOCHASTIC SYSTEMS WITH MULTIPLICATIVE AND ADDITIVE NOISES

Kuvshinova A.N.¹, Tsyganov A.V.², Tsyganova Yu.V.³

^{1,2,3}Ulyanovsk State University of Education, Ulyanovsk, Russia

e-mail: ¹kuvanulspu@yandex.ru, ²andrew.tsyganov@gmail.com,

³tsyganovajv@gmail.com

Abstract. The paper proposes a new method for derivatives evaluation of the state vector and the error covariance matrix in solving the problem of parameter identification using gradient-based algorithms. The solution is obtained in the class of discrete-time linear stochastic systems with additive and multiplicative noises. The constructed method is based on the use of a covariance UD filter for the specified class of systems and the original method for calculating derivatives in the matrix orthogonal MWGS transform. The main advantages of the obtained results are the numerical stability of the algorithm to machine roundoff errors due to the use of a direct weighted orthogonalization procedure at each step, the possibility of analytical calculation of the values of derivatives at a given point without the need to use finite difference methods.

Keywords: derivatives evaluation, parameter identification, gradient-based methods, discrete-time stochastic systems, additive and multiplicative noises.

В работе рассматривается класс дискретных стохастических систем, представленных разностными уравнениями в пространстве состояний, с аддитивными и мультипликативными шумами. Отличительной особенностью данного класса динамических систем являются мультипликативные шумы, которые могут входить как в уравнение состояния, так и в уравнение измерения [1]. Причины появления мультипликативных помех различны, например, это могут быть как ошибки линеаризации и квантования, так и физические явления типа фединга и замирания в каналах связи, а также ошибки моделирования. Наиболее часто системы с аддитивными и мультипликативными шумами рассматривают при решении задач, связанных с обработкой измерительной информации различного рода.

Рассмотрим дискретную линейную стохастическую систему следующего вида:

$$\begin{cases} x_k = (F_{k-1} + \tilde{F}_{k-1}\xi_{k-1})x_{k-1} + G_{k-1}w_{k-1}, \\ z_k = (H_k + \tilde{H}_k\zeta_k)x_k + v_k, \quad k = 1, 2, \dots, K, \end{cases} \quad (1)$$

в которой $x_k \in \mathbb{R}^n$ – вектор состояния системы, $w_k \in \mathbb{R}^q$ – аддитивный шум в объекте; $z_k \in \mathbb{R}^m$ – вектор измерений, $v_k \in \mathbb{R}^m$ – аддитивный шум в измерителе; начальное состояние x_0 – гауссовский случайный вектор с математическим ожиданием \bar{x}_0 и ковариацией Π_0 ; шумы w_k и v_k образуют независимые гауссовские последовательности с нулевым математическим ожиданием и матрицами ковариаций $Q_k \geq 0$ и $R_k > 0$; $\xi_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\xi^2)$ и $\zeta_k \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\zeta^2)$ – мультипликативные шумы, независимые от w_k , v_k и от \bar{x}_0 , являются гауссовскими случайными величинами.

Предположим также, что матрицы, определяющие уравнения системы (1), зависят от неизвестного параметра θ . Следовательно, элементы системных матриц F_k , G_k , H_k , матриц ковариаций шумов Q_k и R_k , а также начальные условия \bar{x}_0 и Π_0 могут зависеть от неизвестного параметра θ .

Таким образом, возникает *задача параметрической идентификации* неизвестного системного параметра по доступным измерениям z_k .

Известные подходы к решению задачи заключаются в численной минимизации по θ критерия идентификации [2]

$$\hat{\theta}_{\min} = \operatorname{argmin}_{\theta \in \mathcal{D}(\theta)} J(\theta, Z_1^K), \quad (2)$$

зависящего от доступной измерительной информации, которой являются как сами измерения z_k , так и невязки измерений $v_k = z_k - H_k \hat{x}_k$, вычисляемые адаптивным фильтром калмановского типа [1]. В [3] предложена численно устойчивая к ошибкам машинного округления UD-модификация дискретного фильтра для систем типа (1).

В качестве критерия идентификации рассмотрим отрицательную логарифмическую функцию правдоподобия, которая в терминах UD-фильтра будет иметь вид:

$$J(\theta, Z_1^K) = \frac{Km}{2} \ln 2\pi + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \left\{ \ln |D_{C_k}(\theta)| + \|\bar{e}_k(\theta)\|_{D_{C_k}^{-1}(\theta)}^2 \right\}, \quad (3)$$

где вектор \bar{e}_k и диагональную матрицу D_{C_k} вычисляют в UD-алгоритме [3].

Для вычисления значения параметра θ в точке минимума критерия идентификации (3) с помощью численных методов минимизации градиентного типа [5] необходимо уметь вычислять $\partial \bar{e}_k / \partial \theta$ и $\partial D_{C_k} / \partial \theta$ в точке $\theta = \theta_j$, где θ_j – значение параметра на j -й итерации алгоритма минимизации.

Цель данной работы – показать, как можно вычислить значения производных в терминах UD-фильтра. Для решения задачи будем использовать результаты, полученные в [3], а также оригинальный метод вычисления производных в матричном ортогональном UD-преобразовании [4], основанном на модифицированной взвешенной ортогонализации Грама-Шмидта. Сформулируем основной результат.

Предложение 1. Пусть элементы матриц, определяющих систему (1), зависят от параметра $\theta \in \mathcal{D}(\theta)$, причем элементы системных матриц

являются дифференцируемыми по θ функциями. Тогда значения производных $\partial \bar{e}_k / \partial \theta$ и $\partial D_{C_k} / \partial \theta$ ($k = 1, 2, \dots, K$) в адаптивном UD-фильтре для системы (1) можно вычислить по следующему алгоритму:

Вход: $\theta, \bar{x}_0(\theta), \Pi_0(\theta)$.

// Инициализация

1 Положить $\hat{x}_0 = \bar{x}_0(\theta)$; найти $X_0 = \Pi_0 + \bar{x}_0 \bar{x}_0^T$.

Вычислить $\Pi_0 = U_{\Pi_0} D_{\Pi_0} U_{\Pi_0}^T$ и $X_0 = U_{X_0} D_{X_0} U_{X_0}^T$.

$$\hat{x}'_0 = \frac{\partial \hat{x}_0(\theta)}{\partial \theta}, U'_{P_0} = \frac{\partial U_{P_0}(\theta)}{\partial \theta}, D'_{P_0} = \frac{\partial D_{P_0}(\theta)}{\partial \theta}, U'_{X_0} = \frac{\partial U_{X_0}(\theta)}{\partial \theta}, D'_{X_0} = \frac{\partial D_{X_0}(\theta)}{\partial \theta}.$$

2 Для $k = 1, 2, \dots, K$ выполнить

// Экстраполяция

3 $\hat{x}_{k|k-1} = F_{k-1}(\theta) \hat{x}_{k-1}, \hat{x}'_{k|k-1} = \frac{\partial F_{k-1}(\theta)}{\partial \theta} \hat{x}_{k-1} + F_{k-1}(\theta) \hat{x}'_{k-1}$.

4 $Q_{k-1} = U_{Q_{k-1}} D_{Q_{k-1}} U_{Q_{k-1}}^T, U'_{Q_{k-1}} = \frac{\partial U_{Q_{k-1}}(\theta)}{\partial \theta}, D'_{Q_{k-1}} = \frac{\partial D_{Q_{k-1}}(\theta)}{\partial \theta}$.

5 $\mathcal{A}_1^T(\theta) = [F_{k-1}(\theta) U_{X_{k-1}} \quad G_{k-1}(\theta) U_{Q_{k-1}}], (\mathcal{A}_1^T)' = \frac{\partial \mathcal{A}_1^T}{\partial \theta};$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{A}_1} = \begin{bmatrix} \delta_{\xi}^2 D_{X_{k-1}} & 0 \\ 0 & D_{Q_{k-1}} \end{bmatrix}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_1})' = \frac{\partial \mathcal{D}_{\mathcal{A}_1}}{\partial \theta}. \text{ По Лемме 1 [4]}$$

$$\langle \mathcal{A}_1^T(\theta), (\mathcal{A}_1^T)', \mathcal{D}_{\mathcal{A}_1}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_1})' \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{U}_1, (\mathcal{U}_1)', \mathcal{D}_{\mathcal{U}_1}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_1})' \rangle,$$

$$\text{где } \mathcal{U}_1 = [U_{\bar{Q}_{k-1}}], (\mathcal{U}_1)' = [(U_{\bar{Q}_{k-1}})'], \mathcal{D}_{\mathcal{U}_1} = D_{\bar{Q}_{k-1}}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_1})' = (D_{\bar{Q}_{k-1}})'$$

6 $\mathcal{A}_2^T(\theta) = [F_{k-1}(\theta) U_{P_{k-1}} \quad U_{\bar{Q}_{k-1}}], (\mathcal{A}_2^T)' = \frac{\partial \mathcal{A}_2^T}{\partial \theta};$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{A}_2} = \begin{bmatrix} D_{P_{k-1}} & 0 \\ 0 & D_{\bar{Q}_{k-1}} \end{bmatrix}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_2})' = \frac{\partial \mathcal{D}_{\mathcal{A}_2}}{\partial \theta}.$$

$$\langle \mathcal{A}_2^T(\theta), (\mathcal{A}_2^T)', \mathcal{D}_{\mathcal{A}_2}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_2})' \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{U}_2, (\mathcal{U}_2)', \mathcal{D}_{\mathcal{U}_2}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_2})' \rangle,$$

$$\text{где } \mathcal{U}_2 = [U_{P_{k|k-1}}], (\mathcal{U}_2)' = [(U_{P_{k|k-1}})'],$$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{U}_2} = D_{P_{k|k-1}}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_2})' = (D_{P_{k|k-1}})'$$

7 $\mathcal{A}_3^T(\theta) = [F_{k-1}(\theta) U_{X_{k-1}} \quad U_{\bar{Q}_{k-1}}], (\mathcal{A}_3^T)' = \frac{\partial \mathcal{A}_3^T}{\partial \theta};$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{A}_3} = \begin{bmatrix} D_{X_{k-1}} & 0 \\ 0 & D_{\bar{Q}_{k-1}} \end{bmatrix}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_3})' = \frac{\partial \mathcal{D}_{\mathcal{A}_3}}{\partial \theta}. \text{ По Лемме 1 [4]}$$

$$\langle \mathcal{A}_3^T(\theta), (\mathcal{A}_3^T)', \mathcal{D}_{\mathcal{A}_3}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_3})' \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{U}_3, (\mathcal{U}_3)', \mathcal{D}_{\mathcal{U}_3}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_3})' \rangle,$$

$$\text{где } \mathcal{U}_3 = [U_{X_k}], (\mathcal{U}_3)' = [(U_{X_k})'], \mathcal{D}_{\mathcal{U}_3} = D_{X_k}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_3})' = (D_{X_k})'$$

// Фильтрация

8 $R_k = U_{R_k} D_{R_k} U_{R_k}^T, U'_{R_k} = \frac{\partial U_{R_k}(\theta)}{\partial \theta}, D'_{R_k} = \frac{\partial D_{R_k}(\theta)}{\partial \theta}$.

9 $\mathcal{A}_4^T(\theta) = [\tilde{H}_k U_{X_k} \quad U_{R_k}], (\mathcal{A}_4^T)' = \frac{\partial \mathcal{A}_4^T}{\partial \theta};$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{A}_4} = \begin{bmatrix} \delta_{\zeta}^2 D_{X_k} & 0 \\ 0 & D_{R_k} \end{bmatrix}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_4})' = \frac{\partial \mathcal{D}_{\mathcal{A}_4}}{\partial \theta}. \text{ По Лемме 1 [4]}$$

$$\langle \mathcal{A}_4^T(\theta), (\mathcal{A}_4^T)', \mathcal{D}_{\mathcal{A}_4}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_4})' \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{U}_4, (\mathcal{U}_4)', \mathcal{D}_{\mathcal{U}_4}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_4})' \rangle,$$

$$\text{где } \mathcal{U}_4 = [U_{\tilde{R}_k}], (\mathcal{U}_4)' = [(U_{\tilde{R}_k})'], \mathcal{D}_{\mathcal{U}_4} = D_{\tilde{R}_k}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_4})' = (D_{\tilde{R}_k})'.$$

$$10 \quad \mathcal{A}_5^T(\theta) = \begin{bmatrix} U_{P_{k|k-1}} & 0 \\ H_k(\theta)U_{P_{k|k-1}} & U_{\tilde{R}_k} \end{bmatrix}, (\mathcal{A}_5^T)' = \frac{\partial \mathcal{A}_5^T}{\partial \theta};$$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{A}_5} = \begin{bmatrix} D_{P_{k|k-1}} & 0 \\ 0 & D_{\tilde{R}_k} \end{bmatrix}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_5})' = \frac{\partial \mathcal{D}_{\mathcal{A}_5}}{\partial \theta}. \text{ По Лемме 1 [4]}$$

$$\langle \mathcal{A}_5^T(\theta), (\mathcal{A}_5^T)', \mathcal{D}_{\mathcal{A}_5}, (\mathcal{D}_{\mathcal{A}_5})' \rangle \Rightarrow \langle \mathcal{U}_5, (\mathcal{U}_5)', \mathcal{D}_{\mathcal{U}_5}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_5})' \rangle,$$

$$\text{где } \mathcal{U}_5 = \begin{bmatrix} U_{P_k} & (K_k U_{C_k}) \\ 0 & U_{C_k} \end{bmatrix}, (\mathcal{U}_5)' = \begin{bmatrix} (U_{P_k})' & (K_k U_{C_k})' \\ 0 & (U_{C_k})' \end{bmatrix},$$

$$\mathcal{D}_{\mathcal{U}_5} = \begin{bmatrix} D_{P_k} & 0 \\ 0 & D_{C_k} \end{bmatrix}, (\mathcal{D}_{\mathcal{U}_5})' = \begin{bmatrix} (D_{P_k})' & 0 \\ 0 & (D_{C_k})' \end{bmatrix}.$$

$$11 \quad \bar{e}_k = U_{C_k}^{-1}(z_k - H_k(\theta)\hat{x}_{k|k-1}),$$

$$\bar{e}'_k = (U_{C_k}^{-1})'(z_k - H_k(\theta)\hat{x}_{k|k-1}) - U_{C_k}^{-1} \left(\frac{\partial H_k(\theta)}{\partial \theta} \hat{x}_{k|k-1} + H_k(\theta) \hat{x}'_{k|k-1} \right).$$

$$12 \quad \hat{x}_k = \hat{x}_{k|k-1} + (K_k U_{C_k}) \bar{e}_k,$$

$$\hat{x}'_k = \hat{x}'_{k|k-1} + (K_k U_{C_k})' \bar{e}_k + (K_k U_{C_k}) \bar{e}'_k.$$

13 **Конец цикла**

Выход: $\bar{e}_k, \partial \bar{e}_k / \partial \theta, D_{C_k}, \partial D_{C_k} / \partial \theta, k = 1, 2, \dots, k.$

Доказательство заключается в применении методов дифференцирования матричного ортогональных преобразования вида

$$\mathcal{A}^T = \mathcal{U} \mathfrak{M}^T,$$

где $\mathcal{A}^T \mathcal{D}_{\mathcal{A}} \mathcal{A} = \mathcal{U} \mathcal{D}_{\mathcal{U}} \mathcal{U}^T$ и $\mathfrak{M}^T \mathcal{D}_{\mathcal{A}} \mathfrak{M} = \mathcal{D}_{\mathcal{U}}$ [4]. Здесь прямоугольная матрица $\mathcal{A} \in \mathbb{R}^{r \times s}$, $r \geq s$, верхняя треугольная матрица с единицами на диагонали $\mathcal{U} \in \mathbb{R}^{s \times s}$, диагональные матрицы $\mathcal{D}_{\mathcal{A}} \in \mathbb{R}^{r \times r}$, $\mathcal{D}_{\mathcal{U}} \in \mathbb{R}^{s \times s}$ и $\mathcal{D}_{\mathcal{A}} > 0$.

Таким образом, в работе предложен новый метод вычисления производных в терминах UD-фильтра для решения задачи параметрической идентификации в классе дискретных линейных стохастических систем с мультипликативными и аддитивными шумами. Решение основано на применении метода вычисления производных в матричном ортогональном UD-преобразовании. Разработанный метод вычисления производных может быть использован при практической реализации алгоритмов параметрической идентификации градиентного типа.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-21-00387, <https://rscf.ru/project/22-21-00387/>.

Список литературы

1. Wu Y., Zhang Q., Shen Z. Kalman filtering with multiplicative and additive noises // In: Proc. of the 12th World Congress on Intelligent Control and Automation (WCICA). 2016. P. 483–487.

2. *Gibbs B. P.* Advanced Kalman filtering, least-squares and modeling: a practical handbook. Hoboken, New Jersey : John Wiley & Sons, Inc., 2011.

3. *Tsyganov A.V., Tsyganova J.V., Kureneva T.N.* UD-based linear filtering for discrete-time systems with multiplicative and additive noises // In: Proc. of the 19th European Control Conference (May 12–15, 2020. Saint Petersburg, Russia). 2020. P. 1389–1394.

4. *Tsyganova J.V., Kulikova M.V.* State sensitivity evaluation within UD based array covariance filters // IEEE Transactions on Automatic Control. 2013. Vol. 58. № 11. P. 2944–2950.

5. *Васильев В.П.* Численные методы решения экстремальных задач. М.: Мир, 1982.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАВНОВЕСНЫХ ТРАЕКТОРИЙ НЕАВТОНОМНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ РЫНКА ТРУДА

Лускина Е.Ю.¹, Силантьева И.А.²

^{1,2}Рязанский государственный университет имени С.А. Есенина, Рязань, Россия

e-mail: ¹katelis@yandex.ru, ²irinasilantevais@yandex.ru

Аннотация. В статье предложена четырехфакторная неавтономная динамическая модель рынка труда, основанная на модифицированной модели экономического роста Р. Солоу, учитывающая миграцию, внешние инвестиции, конкуренцию за ограниченный ресурс рабочих мест и высвобождение рабочей силы за счет развития экономики. Найдены равновесные траектории динамической системы, сформулирована их содержательная экономическая интерпретация. В частном случае для постоянных инвестиций и постоянной миграции определены условия их устойчивости с помощью соответствующих систем линейного приближения.

Ключевые слова: модель Р. Солоу, состояние равновесия, неавтономная динамическая система, равновесная траектория, рынок труда, односекторная модель экономики.

RESEARCH OF EQUILIBRIUM TRAJECTORIES OF A NON-AUTONOMOUS DYNAMIC MODEL OF THE LABOR MARKET

Liskina E.Y.¹, Silantjeva I.A.²

^{1,2}Esenin Ryazan State University, Ryazan, Russia

e-mail: ¹katelis@yandex.ru, ²irinasilantevais@yandex.ru

Abstract. The article develops a four-factor non-autonomous dynamic model of the labor market based on a modified model of economic growth by R. Solow, considering migration, external investment, competition for a limited resource of jobs and the release of labor due to economic development. The equilibrium trajectories of the dynamic system are found, their meaningful economic interpretation is formulated. In a particular case, for permanent investments and permanent migration, the conditions of their stability are determined using appropriate linear approximation systems.

Keywords: R. Solow model, equilibrium point, non-autonomous dynamic system, equilibrium trajectory, labor market, single-sector model of economy.

Введение. Макроэкономические динамические модели типа Р. Солоу [1] в общем виде представляют собой систему дифференциальных уравнений относительно двух факторов: капитала K и труда L , – и являются удобным инструментом изучения механизмов самоорганизации и долгосрочного прогнозирования экономики региона. Дополняя такую модель другими экономическими факторами [2, 3], меняя вид производственной функции [4] можно исследовать и более сложные процессы. Данная работа продолжает исследование четырехфакторной автономной динамической модели рынка труда, построенной в [5, 6].

Автономные динамические модели описывают замкнутую экономику, что является достаточно сильной идеализацией, так как ни одна экономика автономно существовать не может. Поэтому возникает задача модифицировать модель с учетом основных факторов – внешних инвестиций и миграции, а затем исследовать равновесные траектории.

Описание модели. Модель из [5, 6] дополним внешними инвестициями $I(t)$ в уравнении для капитала, миграцией $P(t)$ в уравнении для динамики численности населения и в уравнении для динамики численности рабочей силы. С учетом дополнений четырехфакторная динамическая модель рынка труда примет вид

$$\begin{cases} \dot{K} = -\mu K + (1-a)F(K, L) + I(t), \\ \dot{L} = r_L Q \left(1 - \frac{Q}{M_L}\right), \\ \dot{N} = rN \left(1 - \frac{N + P(t)}{M}\right), \\ \dot{Q} = \gamma_1 N + \gamma_2 F(K, L) + \gamma_3 P(t), \end{cases} \quad (1)$$

в котором K – капитал (стоимость основных фондов экономики), $\mu \in (0; 1)$ – норма амортизации, $(1-a) \in (0; 1)$ – коэффициент накопления основного капитала, $F(K, L)$ – производственная функция, L – труд (численность населения, занятого в экономике), N – численность населения, Q – численность рабочей силы, M_L и M – максимально допустимая численность рабочих мест и населения соответственно, r, r_L – коэффициенты прироста рабочих мест и населения соответственно, $\gamma_1 N$ определяет прирост рабочей силы в связи с естественной динамикой численности населения; $\gamma_2 F(K, L)$ определяет прирост рабочей силы вследствие развития экономики, $\gamma_3 P(t)$ учитывает влияние миграции на численность рабочей силы; $\{r_L, r, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\} \in (-1; 1)$; $I(t)$ – функция внешних инвестиций (неотрицательная при всех t), $P(t)$ – функция, учитывающая влияние миграционное сальдо (может быть как положительной, так и отрицательной).

Исследование модели (1) с мультипликативной производственной функцией. Дальнейшее исследование системы (1) зависит от вида производственной функции. Здесь рассмотрим мультипликативную производственную функцию $F(K, L) = a_0 KL$. Введем обозначения $\beta = \gamma_2 a_0$, $v = (1-a)a_0$, с учетом которых перепишем систему (1) так

$$\begin{cases} \dot{K} = -\mu K + vKL + I(t), \\ \dot{L} = r_L Q \left(1 - \frac{Q}{M_L}\right), \\ \dot{N} = rN \left(1 - \frac{N + P(t)}{M}\right), \\ \dot{Q} = \gamma_1 N + \beta KL + \gamma_3 P(t). \end{cases} \quad (2)$$

Непосредственными вычислениями получено, что система (2) имеет следующие состояния равновесия:

$$O_1(K_1(t); L_1(t); 0; 0), O_2(K_1(t); L_1(t); 0; M_L), \\ O_3(K_2(t); L_2(t); M - P(t); 0), O_4(K_2(t); L_2(t); M - P(t); M_L),$$

где

$$K_1(t) = \frac{\beta I(t) - v\gamma_3 P(t)}{\mu\beta}, L_1(t) = \frac{\mu\gamma_3 P(t)}{v\gamma_3 P(t) - \beta I(t)}, \\ K_2(t) = \frac{\beta I(t) + v((\gamma_1 - \gamma_3)P(t) - \gamma_1 M)}{\mu\beta}, \\ L_2(t) = \frac{\mu((\gamma_1 - \gamma_3)P(t) - \gamma_1 M)}{v((\gamma_1 - \gamma_3)P(t) - \gamma_1 M) - \beta I(t)}. \quad (3)$$

При этом состояние равновесия O_3 существует только при выполнении условия $(v\gamma_3 P(t) - \beta I(t)) > 0$, а состояние равновесия O_4 – при выполнении условий

$$\begin{cases} v((\gamma_1 - \gamma_3)P(t) - \gamma_1 M) - \beta I(t) \neq 0, \\ \left(((\gamma_1 - \gamma_3)P(t) - \gamma_1 M) - \beta I(t) \right) ((\gamma_1 - \gamma_3)P(t) - \gamma_1 M) > 0. \end{cases}$$

Состояния равновесия O_1 и O_2 характеризуют экономику без собственного населения, но с производством и использованием труда только мигрантов. Состояния равновесия O_3 и O_4 характеризуют экономику с собственным населением, производством и присутствием миграционных процессов, но при этом в O_3 рабочие места отсутствуют, а в O_4 в регионе открыто максимально возможное количество рабочих мест. С точки зрения экономического развития и здравого смысла интерес представляет состояние равновесия O_4 . Так как координаты состояний равновесия зависят от функций времени $I(t)$ и $P(t)$, то состояния равновесия представляют собой некоторые траектории в пространстве переменных $OKLNQ$. С позиции содержательной интерпретации представляют интерес условия неотрицательности и условия устойчивости или неустойчивости координат равновесных траекторий O_1, O_2, O_3 и O_4 .

Условия неотрицательности следуют из (3) очевидным образом, достаточно рассмотреть всевозможные комбинации знаков коэффициентов $\{r_L, r, \gamma_1, \gamma_2, \gamma_3\}$ и функций $P(t)$ и $I(t)$.

Для первичного исследования равновесных траекторий O_1, O_2, O_3 и O_4 рассмотрим частный случай постоянных инвестиций и постоянной миграции. Получим условия устойчивости и неустойчивости состояний равновесия с использованием матрицы соответствующей системы линейного приближения в окрестности каждой равновесной траектории. Выполняя замену переменных, получим следующий вид матриц систем линейного приближения и их собственных значений (Таблица 1).

Матрицы систем линейного приближения и их собственные значения

Равновесная траектория	Матрица системы линейного приближения	Собственные значения
O_1	$\begin{pmatrix} vL_1 - \mu & vK_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_L \\ 0 & 0 & r\left(1 - \frac{P}{M}\right) & 0 \\ \beta L_1 & \beta K_1 & \gamma_1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\mu\beta I}{v\gamma_3 P - \beta I}, \\ \lambda_2 &= \frac{(v\gamma_3 P - \beta I)^2}{\mu\beta I}, \\ \lambda_3 &= r\left(1 - \frac{P}{M}\right), \\ \lambda_4 &= r_L \end{aligned}$
O_2	$\begin{pmatrix} vL_1 - \mu & vK_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_L \\ 0 & 0 & r\left(1 - \frac{P}{M}\right) & 0 \\ \beta L_1 & \beta K_1 & \gamma_1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{\mu\beta I}{v\gamma_3 P - \beta I}, \\ \lambda_2 &= \frac{(v\gamma_3 P - \beta I)^2}{\mu\beta I}, \\ \lambda_3 &= r\left(1 - \frac{P}{M}\right), \\ \lambda_4 &= -r_L \end{aligned}$
O_3	$\begin{pmatrix} vL_2 - \mu & vK_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & r_L \\ 0 & 0 & -r\left(1 - \frac{P}{M}\right) & 0 \\ \beta L_2 & \beta K_2 & \gamma_1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{-\mu\beta I}{v((\gamma_1 - \gamma_3)P - \gamma_1 M) + \beta I}, \\ \lambda_2 &= \frac{(v((\gamma_1 - \gamma_3)P - \gamma_1 M) + \beta I)^2}{\mu\beta I}, \\ \lambda_3 &= -r\left(1 - \frac{P}{M}\right), \\ \lambda_4 &= r_L \end{aligned}$
O_4	$\begin{pmatrix} vL_2 - \mu & vK_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -r_L \\ 0 & 0 & -r\left(1 - \frac{P}{M}\right) & 0 \\ \beta L_2 & \beta K_2 & \gamma_1 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{-\mu\beta I}{v((\gamma_1 - \gamma_3)P - \gamma_1 M) + \beta I}, \\ \lambda_2 &= \frac{(v((\gamma_1 - \gamma_3)P - \gamma_1 M) + \beta I)^2}{\mu\beta I}, \\ \lambda_3 &= -r\left(1 - \frac{P}{M}\right), \\ \lambda_4 &= -r_L \end{aligned}$

Так как экономически привлекательной является состояние равновесия O_4 , то целесообразно установить условие его устойчивости. Так как все собственные значения соответствующей матрицы системы линейного приближения вещественны и различны, то для устойчивости состояния равновесия они должны быть отрицательны. Очевидно, что $\lambda_3 < 0$ при $r > 0$, $\lambda_4 < 0$ при $r_L > 0$, то есть собственное население региона растет и численность занятых в экономике тоже растет ($\frac{P}{M} < 1$, так как приток мигрантов не может превысить емкость региона). Далее $\lambda_2 < 0$ только при $\beta < 0$, следовательно должно выполняться неравенство $\gamma_2 < 0$, то есть численность рабочей силы снижается. При этом условии $(-\mu\beta) > 0$, тогда $\lambda_1 < 0$ только при выполнении неравенства $((\gamma_1 - \gamma_3)P - \gamma_1 M) + \beta I < 0$, что возможно при $\beta < 0$, $\gamma_1 > 0$ и любом выборе $\gamma_3 \in (-1; 1)$.

Дальнейшее исследование модели (1) предполагает подбор производственной функции, при которой система (1) будет иметь больше продуктивных состояний равновесия, исследование модели с переменными инвестициями и миграцией, построение и решение оптимизационной задачи.

Список литературы

1. Solow R.M. A Contribution to the Theory of Economic Growth // Quarterly Journal of Economics. 1956. № 70. P. 65–94.

2. *Маевский В. И., Малков С.Ю., Рубинштейн А.А.* Особенности и проблемы моделирования переключающегося воспроизводства // Экономика и математические методы. 2015. Т. 51. № 10. С. 26–44.

3. *Liskina E.Y.* Study of a Three-Factor Dynamical System of the Regional Economy Including Final Consumption and Limited Resources // J Math Sci. 2020. Vol. 248. № 4. З. 448–456.

4. *Абрамов В.В.* Стационарные состояния в модели односекторной экономики // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование: межвуз. сб. науч. тр. Вып. 2. Рязань : Ряз. гос. ун-т имени С.А. Есенина, 2021. С. 4–9.

5. *Лискина Е.Ю.* Исследование траекторий нелинейной системы дифференциальных уравнений, моделирующей динамику рынка труда региона // Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования. Материалы V Междунар. науч.-прак. конф., посвящ. 70-летию проф. Ю.Н. Меренкова. Елец: Елецкий гос. ун-т им. И.А. Бунина, 2019. С. 112.

6. *Лискина Е.Ю.* Состояния равновесия динамической модели рынка труда // Дифференциальные уравнения и математическое моделирование: межвуз. сб. науч. тр. Вып. 2. Рязань: Ряз. гос. ун-т имени С.А. Есенина, 2021. С. 36–39.

ПОСТРОЕНИЕ И УСТОЙЧИВОСТЬ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Лисовский Е. В.

Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, Калуга, Россия

e-mail: levgenijv@gmail.com

Аннотация. Рассмотрены вопросы построения и устойчивости некоторых классов линейных нестационарных динамических моделей. Описание моделей задается системами неавтономных линейных дифференциальных уравнений с непрерывными коэффициентами. Рассмотрены обобщения и модификации нестационарных моделей. Рассмотрен управляемый случай. Изучены условия устойчивости на основе метода функций Ляпунова. Результаты могут найти применение в задачах синтеза и анализа математических моделей естествознания и техники.

Ключевые слова: системы линейных дифференциальных уравнений, нестационарные динамические модели, устойчивость, функции Ляпунова.

CONSTRUCTION AND STABILITY OF SOME CLASSES OF LINEAR NON-STATIONARY DYNAMIC MODELS

Lisovsky E.V.

*Kaluga Branch of Moscow State Technical University
of the Bauman, Kaluga, Russia*

e-mail: levgenijv@gmail.com

Abstract. The problems of construction and stability of some classes of linear non-stationary dynamic models are considered. The description of models is given by systems of non-autonomous linear differential equations with continuous coefficients. Generalizations and

modifications of non-stationary models are considered. A managed case is considered. The conditions of stability based on the method of Lyapunov functions are studied. The results can be used in the problems of synthesis and analysis of mathematical models of natural science and technology.

Keywords: systems of linear differential equations, non-stationary dynamic models, stability, Lyapunov functions.

Линейные нестационарные динамические модели находят широкие приложения в естествознании и технике [1–3]. Актуальными вопросами до настоящего времени остаются исследование устойчивости, ограниченности, сходимости решений для различных классов моделей, описываемых многомерными линейными неавтономными дифференциальными уравнениями. Изучение линейного случая с соответствующими предположениями нередко позволяет исследовать качественные свойства решений нелинейных уравнений. Ряд вопросов, связанных с исследованием линейных нестационарных динамических моделей, рассмотрен в [4–10] и в других работах.

Один из классов нестационарных динамических моделей можно задать с помощью следующей системы дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n (\alpha_{ij}t + \beta_{ij}) x_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

где α_{ij}, β_{ij} – константы.

Частными случаями системы (1) являются следующие двумерная и трехмерная системы соответственно:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (\alpha_{11}t + \beta_{11})x_1 + (\alpha_{12}t + \beta_{12})x_2, \\ \dot{x}_2 &= (\alpha_{21}t + \beta_{21})x_1 + (\alpha_{22}t + \beta_{22})x_2, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= (\alpha_{11}t + \beta_{11})x_1 + (\alpha_{12}t + \beta_{12})x_2 + (\alpha_{13}t + \beta_{13})x_3, \\ \dot{x}_2 &= (\alpha_{21}t + \beta_{21})x_1 + (\alpha_{22}t + \beta_{22})x_2 + (\alpha_{23}t + \beta_{23})x_3, \\ \dot{x}_3 &= (\alpha_{31}t + \beta_{31})x_1 + (\alpha_{32}t + \beta_{32})x_2 + (\alpha_{33}t + \beta_{33})x_3, \end{aligned} \quad (3)$$

Для системы линейных дифференциальных уравнений (2) получены условия устойчивости по Ляпунову по отношению к переменным x_1, x_2 на основе свойств функций $V(x_1, x_2, t)$ и $W(x_1, x_2)$. Для системы линейных дифференциальных уравнений (3) получены условия устойчивости по Ляпунову по отношению к переменным x_1, x_2, x_3 на основе свойств функций $V(x_1, x_2, x_3, t)$ и $W(x_1, x_2, x_3)$.

Рассмотрен также класс динамических моделей, описываемый системой неавтономных линейных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{x}_i = \sum_{j=1}^n e^{\alpha_{ij}} \beta_{ij} t^{\gamma_{ij}} x_j, \quad i = 1, \dots, n, \quad (4)$$

где $\alpha_{ij}, \beta_{ij}, \gamma_{ij}$ – константы. Частными случаями системы (4) являются следующие двумерная и трехмерная системы соответственно:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= e^{\alpha_{11}} \beta_{11} t^{\gamma_{11}} x_1 + e^{\alpha_{12}} \beta_{12} t^{\gamma_{12}} x_2, \\ \dot{x}_2 &= e^{\alpha_{21}} \beta_{21} t^{\gamma_{21}} x_1 + e^{\alpha_{22}} \beta_{22} t^{\gamma_{22}} x_2, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= e^{\alpha_{11}} \beta_{11} t^{\gamma_{11}} x_1 + e^{\alpha_{12}} \beta_{12} t^{\gamma_{12}} x_2 + e^{\alpha_{13}} \beta_{13} t^{\gamma_{13}} x_3, \\ \dot{x}_2 &= e^{\alpha_{21}} \beta_{21} t^{\gamma_{21}} x_1 + e^{\alpha_{22}} \beta_{22} t^{\gamma_{22}} x_2 + e^{\alpha_{23}} \beta_{23} t^{\gamma_{23}} x_3, \\ \dot{x}_3 &= e^{\alpha_{31}} \beta_{31} t^{\gamma_{31}} x_1 + e^{\alpha_{32}} \beta_{32} t^{\gamma_{32}} x_2 + e^{\alpha_{33}} \beta_{33} t^{\gamma_{33}} x_3. \end{aligned} \quad (6)$$

Для системы линейных дифференциальных уравнений (5) получены условия устойчивости по Ляпунову по отношению к переменным x_1, x_2 на основе свойств функций $V(x_1, x_2, t)$ и $W(x_1, x_2)$. Для системы линейных дифференциальных уравнений (6) получены условия устойчивости по Ляпунову по отношению к переменным x_1, x_2, x_3 на основе свойств функций $V(x_1, x_2, x_3, t)$ и $W(x_1, x_2, x_3)$.

Выполнен переход к управляемым моделям, являющимся обобщениями моделей (1), (4) на управляемый случай и рассмотрены условия стабилизации управляемых моделей. Среди перспективных направлений можно отметить рассмотрение модификаций моделей (1), (4), получение новых условий устойчивости, переход к управляемому случаю с получением условий стабилизации обобщенных моделей.

Список литературы

1. Гайшун И.В. Введение в теорию линейных нестационарных систем. Минск: Изд-во Ин-та математики НАН Беларуси, 1999.
2. Рябова А.В., Тертычный-Даури В.Ю. Элементы теории устойчивости. СПб.: Университет ИТМО, 2015.
3. Каленова В.И., Морозов В.М. Линейные нестационарные системы и их приложения к задачам механики. М.: Физматлит, 2010.
4. Rugh W.J. Linear System Theory. New Jersey: Prentice-Hall, 1993.
5. Zhou B. On asymptotic stability of linear time-varying systems // Automatica (Journal of IFAC). 2016. V. 68. P. 266–276.
6. Chen G., Yang Y. New stability conditions for a class of linear time-varying systems // Automatica. 2016. V. 71. P. 342–347.
7. Wang J.M. Explicit solution and stability of linear time-varying differential state space systems // International Journal of Control, Automation and Systems. 2017. V.15. № 4. P. 1553–1560.

8. Лисовский Е.В., Дружинина О.В. Условия устойчивости нестационарных линейных динамических систем // Электромагнитные волны и электронные системы. 2018. Т. 23. № 4. С. 55–60.

9. Лисовский Е.В., Шмелькова А.А. Анализ устойчивости некоторых классов линейных неавтономных динамических систем // Материалы VI Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии», посвященной 100-летию со дня рождения профессора А.А. Шестакова (Елец, 16-17 сентября 2020 г.). Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. С. 105-109.

10. Лисовский Е.В. Об устойчивости двумерных и трехмерных динамических моделей, задаваемых линейными нестационарными дифференциальными уравнениями // Материалы VIII Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии». Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2022. С.41–45.

УПРАВЛЕНИЕ НЕЧЕТКИМИ СИСТЕМАМИ ТАКАГИ–СУГЕНО НА ОСНОВЕ МЕТОДА ИНВАРИАНТНЫХ ЭЛЛИПСОИДОВ

Попов А.А.¹, Талагаев Ю.В.²

^{1,2}Военный учебно-научный центр военно-воздушных сил «Военно-воздушная академия имени профессора Н.Е. Жуковского и Ю.А. Гагарина», Воронеж, Россия

e-mail: ²ytalagaev@yandex.ru

Аннотация. Представлен подход к управлению нечеткими системами Такаги-Сугено, подверженных действию внешних ограниченных возмущений. Показано, что управление, которое наилучшим образом подавляет действие возмущений и стабилизирует систему, может быть найдено на основе метода инвариантных эллипсоидов. Приведены примеры решения задачи в Matlab и моделирования динамики в среде Mathcad.

Ключевые слова: нечеткие системы, управление, инвариантные эллипсоиды.

CONTROL OF FUZZY TAKAGI-SUGENO SYSTEMS BASED ON THE METHOD OF INVARIANT ELLIPSOIDS

Popov A.A.¹, Talagaev Y.V.²

^{1,2} Russian Air Force Military Educational and Scientific Center “Air Force Academy named after Professor N.E. Zhukovsky and Y.A. Gagarin”, Voronezh, Russia

e-mail: ²ytalagaev@yandex.ru

Abstract. The paper presents an approach to control Takagi-Sugeno fuzzy systems under external restricted perturbations. It is demonstrated that control, which suppresses perturbations and stabilizes the system best, can be found via the method of invariant ellipsoids. The ways of solving the problem in Matlab and dynamics modeling in Mathcad environment are shown.

Keywords: fuzzy systems, control, invariant ellipsoid.

Нечеткие модели Такаги–Сугено (ТС-модели) предоставляют продуктивный подход к описанию динамики широкого круга систем [1,2]. Структура ТС-модели позволяет учесть различные типы неопределенности и присутствие возмущений. В данной работе рассматривается часто встречающийся на практике случай, когда на систему действует внешнее возмущение, про которое известно лишь то, что оно ограничено.

Развитым способом исследования влияния на систему ограниченных возмущений является метод инвариантных эллипсоидов [3]. Полученные к настоящему времени результаты в основном касаются линейных систем. Распространение метода инвариантных эллипсоидов на нечеткие ТС-модели является актуальной задачей. Причина в том, что нечеткая ТС-модель может быть получена как результат нечеткого ремоделирования [4], позволяющего заменить исходную модель нелинейной системы эквивалентной ей нечеткой ТС-моделью – набором линейных моделей (подсистем), вклад каждой из которых в общую динамику взвешен функцией принадлежности. Это позволяет формулировать и решать задачи управления, используя аппарат линейных матричных неравенств.

В настоящей работе показываются возможности подхода к управлению нечеткими ТС-системами на основе метода инвариантных эллипсоидов. Формулируется задача управления, требующая нахождения нечеткого регулятора, который стабилизирует систему, компенсируя действие на систему внешних ограниченных возмущений. Переход к инвариантным эллипсоидам приводит к оптимизационной задаче поиска наименьшего (по выбранному критерию) инвариантного эллипсоида замкнутой нечеткой ТС-системы. Задача формулируется в терминах линейных матричных неравенств и решается в Matlab. При этом удобным инструментом для моделирования динамики ТС-системы является среда Mathcad.

Пусть в заданной ограниченной области фазового пространства H динамику системы описывает нечеткая ТС-модель

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^q h_i(\theta(t))(A_i x(t) + B_i u(t) + D_i w(t)), \\ y(t) &= Cx(t) + B_2 u(t), \end{aligned} \quad (1)$$

где $x(t) \in H \subset R^n$ – состояние системы, $u(t) \in R^m$ – вход, $w(t) \in R^r$ – внешнее возмущение, удовлетворяющее ограничению $\|w(t)\| \leq 1$, $t \geq 0$, $y(t) \in R^l$ – выход; $A_i \in R^{n \times n}$, $B_i \in R^{n \times m}$, $B_2 \in R^{l \times m}$, $D_i \in R^{n \times r}$, $C \in R^{l \times n}$ – матрицы подсистем.

Функции принадлежности в (1) определяются как $h_i(\theta) = \prod_{j=1}^p \omega_v^j(\theta_j)$, $i = 1, \dots, q$, $v = \{1, 2\}$ и находятся через весовые функции

$$\omega_1^j(\cdot) = \frac{\bar{\theta}_j - \theta_j(\cdot)}{\bar{\theta}_j - \underline{\theta}_j}, \quad \omega_2^j(\cdot) = 1 - \omega_1^j(\cdot), \quad j = 1, \dots, p.$$

$\theta_j(\cdot) \in [\underline{\theta}_j, \bar{\theta}_j]$ – образующие вектор $\theta(t) = (\theta_1(t), \dots, \theta_p(t))^T$ переменные посылки, такие, что $\underline{\theta}_j = \min_{x(t) \in H} \theta_j(x(t))$, $\bar{\theta}_j = \max_{x(t) \in H} \theta_j(x(t))$, где

$$H = \{x \in R^n : \theta_j \in [\underline{\theta}_j, \bar{\theta}_j], j = 1, \dots, p\}.$$

Система (1) может быть как самостоятельной моделью поведения данного объекта, так и результатом нечеткого ремоделирования динамики данной нелинейной системы в заданной области фазового пространства [4].

Рассмотрим нечеткий регулятор

$$u(t) = \sum_{j=1}^q h_j(\theta(t)) K_j x(t), \quad (2)$$

где K_j , $j = 1, \dots, q$ – матрицы регуляторов подсистем в (1). Подставляя (2) в (1), получим замкнутую ТС-систему

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^q \sum_{j=1}^q h_i(\theta(t)) h_j(\theta(t)) \left((A_i + B_{li} K_j) x(t) + D_i w(t) \right), \\ y(t) &= (C + B_2 K_j) x(t), \end{aligned} \quad (3)$$

Задача управления: найти для нечеткой ТС-системы (1) закон управления (2), который стабилизирует замкнутую ТС-систему (3) и наилучшим образом подавляет действие на систему внешнего ограниченного возмущения $w(t)$.

В работе [5] показано, что широкие возможности в решении сформулированной задачи предоставляет применение метода инвариантных эллипсоидов. Отвечающие выбранному критерию минимальности инвариантные эллипсоиды (эллипсоид E называется инвариантным, если из условия $x_0 \in E$ следует $x(t) \in E$ для всех $t \geq 0$) делают возможным оценку влияния возмущения на систему и нахождение компенсирующего его управления. При этом задача переформулируется в термины линейных матричных неравенств, для решения которых разработаны соответствующие методы и пакеты прикладных программ (CVX, YALMIP, SeDuMi).

Если в качестве критерия минимальности выбрать минимум следа эллипсоида (т.е. требуется минимизировать сумму квадратов полуосей эллипсоида), возникает следующая **оптимизационная задача:**

$$\text{tr}(CPC^T + \sum_{j=1}^q (CY_j^T B_2^T + B_2 Y_j C^T) + B_2 Z B_2^T) \rightarrow \min_{\substack{P=P^T, \alpha>0, \\ Y_j, Z=Z^T}} \quad (4)$$

с ограничениями $A_i P + P A_i^T + \alpha P + B_{li} Y_j + Y_j^T B_{li}^T + \alpha^{-1} D_i D_i^T \leq 0$, $\begin{pmatrix} Z & Y_j \\ Y_j^T & P \end{pmatrix} \geq 0$,

$i, j = 1, \dots, q$.

Решением задачи (4) являются матрицы \hat{P} , \hat{Z} , \hat{Y}_j , которые определяют матрицы $\hat{K}_j = \hat{Y}_j \hat{P}^{-1}$, $j = 1, \dots, q$ нечеткого регулятора оптимально (по данному критерию) подавляющего возмущение. При этом для каждой подсистемы в (3) находится минимальный ограничивающий эллипсоид по выходу

$$CPC^T + \sum_{j=1}^q (CY_j^T B_2^T + B_2 Y_j C^T) + B_2 Z B_2^T, \quad j = 1, \dots, q.$$

Общая схема решения задачи состоит в следующем: 1) отдельно в пакете CVX на базе Matlab решается задача (4), 2) в среде Mathcad моделируется динамика управляемой нечеткой ТС-системы (3) и строятся соответствующие инвариантные эллипсоиды.

Результаты решения задачи для двух различных ТС-систем приведены на рис 1. На рисунке слева – проекция общего для всех подсистем ограничивающего эллипсоида и траектории управляемой ТС-модели системы Лоренца (модель дана в [5]), справа – ТС-модели L-системы Спротта. Для сравнения расчет динамики произведен для нескольких траекторий ТС-систем. Видно, что управляемые системы устойчивы. При этом траектории, начинающиеся внутри эллипсоида либо остаются в нем, либо ненадолго его покидают, что допустимо в силу консервативности подхода.

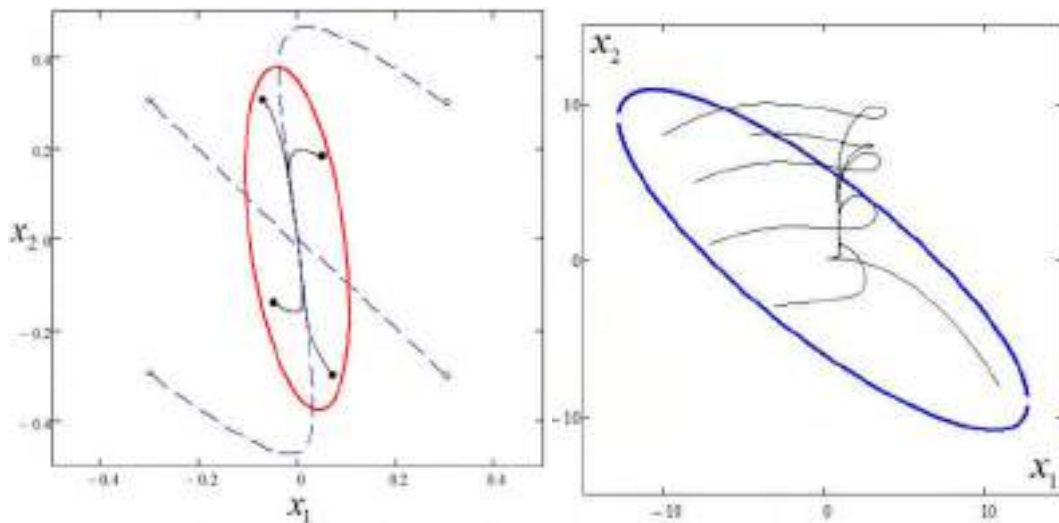


Рис. 1. Динамика управляемых ТС-систем

Таким образом, подход к синтезу управления нечетких ТС-систем на основе метода инвариантных эллипсоидов достаточно эффективен. Он позволяет найти нечеткий регулятор, который стабилизирует систему и одновременно наилучшим образом компенсирует влияние внешних ограниченных возмущений. Расчет параметров регулятора произведен в Matlab, символьные вычисления и визуализации динамики системы осуществлены в среде Mathcad. Дальнейшее направление исследований видится в дополнительном учете параметрических неопределенностей.

Список литературы

1. *Tanaka K., Wang H.O.* Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach. New York: Wiley, 2001.
2. *Игонина Е.В., Масина Е.В., Дружинина О.В.* Анализ устойчивости динамических систем на основе методов интеллектуального управления и свойств линейных матричных неравенств. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2020.
3. *Поляк Б.Т., Хлебников М.В., Щербаков П.С.* Управление линейными системами при внешних возмущениях: Техника линейных матричных неравенств. М.: ЛЕНАНД, 2014.
4. *Талагаев Ю.В., Сараев П.В.* Ремоделирование нелинейных систем на основе нечетких моделей Такаги–Сугено // Нелинейный мир. 2020. Т. 18. Вып. 2. С. 18–32.
5. *Talagaev Y.* Fuzzy Remodeling and Synthesis of the Class of Nonlinear Systems Based on the Invariant Ellipsoid Technique // 2019 1st International Conference on Control Systems, Mathematical Modelling, Automation and Energy Efficiency (SUMMA), Lipetsk, Russia. 2019. P. 64–68.

МЕТОДЫ И СРЕДСТВА АНАЛИЗА И ВИЗУАЛИЗАЦИИ РЕЗУЛЬТАТОВ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НИЗОВЫХ ЛЕСНЫХ ПОЖАРОВ

Таранчук В.Б.¹, Баровик Д.В.²

Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

e-mail: ¹taranchuk@bsu.by, ²barovikd@gmail.com

Аннотация. Обсуждаются методические и технические решения разработки и использования компьютерной модели распространения низовых лесных пожаров. Приведена принятая в двумерном приближении постановка начально-краевой задачи, решаемая численно система дифференциальных уравнений в частных производных. Представлены результаты вычислительных экспериментов по изучению структуры и динамики температурного фронта и векторных полей градиента концентрации кислорода на площади горения при наличии неоднородностей в плотности лесного горючего материала. Установлены и поясняются особенности распространения границ зон пожаров во фронте, тыле и флангах для разных конфигураций и площадей неоднородностей, в том числе при различных скоростях ветра.

Ключевые слова: низовой лесной пожар, математическая модель, программный комплекс, динамика фронта пожара, градиент концентрации кислорода, размер и форма неоднородности напочвенного покрова, скорость ветра.

METHODS AND TOOLS FOR ANALYSIS AND VISUALIZATION OF THE RESULTS OF COMPUTER MODELLING OF SURFACE FOREST FIRES

Taranchuk V.B.¹, Barovik D.V.²

Belarusian State University, Minsk, Belarus

e-mail: ¹taranchuk@bsu.by, ²barovikd@gmail.com

Abstract. Methodological and technical solutions for the development and use of a computer model for the spread of surface forest fires are discussed. The statement of the initial-boundary value problem accepted in the two-dimensional approximation and the system of

differential equations in partial derivatives that can be solved numerically is presented. The results of computational experiments on the study of the structure and dynamics of the temperature front and vector fields of the oxygen concentration gradient on the combustion area in the presence of inhomogeneities in the density of the forest combustible materials are presented. The features of the distribution of the boundaries of fire zones in the front, rear and flanks for different configurations and areas of inhomogeneities, including at different wind speeds, are present and explained.

Keywords: surface forest fire, mathematical model, software, fire front dynamics, oxygen concentration stream plot, fuelbreak shape, fuelbreak size, wind velocity.

Лесные пожары наносят вред экологии и качеству воздуха, имеют значительные социальные и экономические последствия. Существуют целые регионы, в которых горение лесов происходит с регулярной периодичностью, и при этом нет успешности в их предотвращении и тушении – очевидно, что нужны новые технические решения, более эффективные методы организации и управления. Критичным при этом является этап ликвидации чрезвычайных ситуаций, когда для принятия оптимальных управленческих решений принципиально важно иметь достоверные прогнозы распространения фронта горения, в том числе, оценки затрат и последствий при альтернативных вариантах действий. В правильных экспертных решениях обязательны учет конкретной обстановки, состава и состояния растительности, рельефа территории, истории и текущих погодных условий, множества других факторов. Понятно, что анализировать громадный объем информации в очень сжатые сроки затруднительно без использования информационных технологий, а проигрывать сценарии с оценками разных вариантов действий без моделей развития процессов вовсе невозможно. Выход – использовать созданные, проверенные компьютерные модели.

Профессор Гришин А.М. создал наиболее полную теоретическую модель [1], на основе которой многие авторы, включая авторов данной статьи, адаптируют ее для практического применения [2, 3].

В большинстве публикаций об использовании компьютерных моделей для анализа лесных пожаров рассматриваются процессы только в однородных средах, но в реальности лесные горючие материалы распределены неоднородно. В данной работе представлены результаты моделирования низовых лесных пожаров в двумерном приближении. Исследуются распределения температуры и полей градиентов концентрации кислорода, вызванные неоднородностями плотности горючей растительности на площади.

Принятая в данном исследовании *математическая модель распространения лесных пожаров* позволяет рассчитывать распределения по площади и динамику следующих величин: температура лесного массива – T ; объемные доли компонент лесного горючего материала (ЛГМ) – $\varphi_j, j = 1, 2, 3, 4$, где индексом 1 обозначено сухое органическое вещество ЛГМ, 2 – содержащаяся в растительности вода в связанной и свободной формах, 3 – являющийся продуктом пиролиза ЛГМ древесный уголь, 4 – негорючая минеральная часть ЛГМ; $c_\nu, \nu = 1, 2, 3$ – массовые концентрации компонентов газовой фазы, индексы идентифицируют: 1 – кислород, 2 – горючие газы,

возникающие в процессе термического разложения, 3 – смесь остальных негорючих газов. В формулируемой начально-краевой задаче определяемыми функциями модели являются $T, \varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, c_1, c_2, c_3$, которые зависят, как от времени, так и от пространственных координат, и связаны следующими дифференциальными уравнениями (1) – (3):

$$\frac{\partial \varphi_1}{\partial t} = \Phi_{\varphi_1}, \quad \frac{\partial \varphi_2}{\partial t} = \Phi_{\varphi_2}, \quad \frac{\partial \varphi_3}{\partial t} = \Phi_{\varphi_3}, \quad \frac{\partial \varphi_4}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} + (V, \text{grad} c_i) - \frac{1}{\rho_5} \text{div}(\rho_5 D_T \text{grad} c_i) = \Phi_{c_i}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\rho_5 c_{p5} (V, \text{grad} T) - \text{div}(\lambda_T \text{grad} T)}{\rho_5 c_{p5} + \sum_{j=1}^4 \rho_j \varphi_j c_{pj}} = \Phi_T. \quad (3)$$

Полное описание модели, используемые обозначения, значения коэффициентов и определяющих параметров модели, в т.ч. плотности компонент ЛГМ, теплоемкости, коэффициенты физико-химических реакций и другие величины приведены в работе [2]. Способ задания корректных начальных и граничных условий подробно описан в публикациях [4].

Программный комплекс расчета динамики лесного пожара создан авторами в системе компьютерной алгебры Wolfram Mathematica [5]. Решения системы дифференциальных уравнений рассчитываются с применением явных конечно-разностных схем, используется равномерная по пространству сетка; шаг по времени определяется условиями устойчивости [4] с учетом особенностей и интенсивности протекания физико-химических процессов на каждом временном слое. Результаты расчетов сохраняются в базе данных, разработаны средства для их интеллектуальной обработки и визуализации [5].

Ниже приведены и обсуждаются в качестве демонстрации несколько результатов расчетов основных характеристик пожара в области, ограниченной сторонами квадрата с длиной двадцать метров. Динамика пожара изучается на площади лесного массива, когда в центре области происходит возгорание. Считается, что направление ветра в пологе леса ориентировано по оси Ox (слева-направо). При этом во фронте, тыле и на направлении левого фланга пожара имеются участки (далее называемые полянами) существенно более низкого содержания горючего материала, чем в основной части площади. На приведенных ниже рисунках отображаются различные состояния лесного горючего материала; зеленым оттенком показаны участки площади, где массив в начальном состоянии, коричневым – поляны, в оттенках синего – выгоревший покров. Также цветовой шкалой (от голубого через белый и желтый до красного) в иллюстрации синтезированы карты плотности распределения температуры – показывают положение и форму текущей кромки пожара. «Каплями» показаны направления градиентов массовой концентрации кислорода, размер капель масштабируется по интенсивности.

Пример расчета динамики преодоления пожаром круглых полян площадью 18 м^2 каждая в три момента времени приведен на рис. 1.

Равновесная скорость ветра на середине высоты пламени $V = 1,5$ м/с. «Капли» иллюстрируют направления и величину градиента концентраций кислорода. Маркеры показаны только в зоне пожара, в не затронутых пожаром областях значения концентраций газов и температуры постоянны. В моделируемых условиях пожар распространяется только в направлении ветра.

На рис. 2 показаны результаты моделирования ситуаций преодоления лесным пожаром прямоугольных участков без горючей растительности площадью $2,25$ м² каждая при идентичности всех остальных параметров моделирования как в предыдущем примере. Видно, что при «прохождении» полян кромка пожара разрывается, а потом автономные части кромки вновь смыкаются по и перпендикулярно направлению ветра. В серии вычислительных экспериментов [6] было показано различие в результирующей конфигурации изотерм фронта после преодоления разных форм полян (прямоугольных, круглых, квадратных).

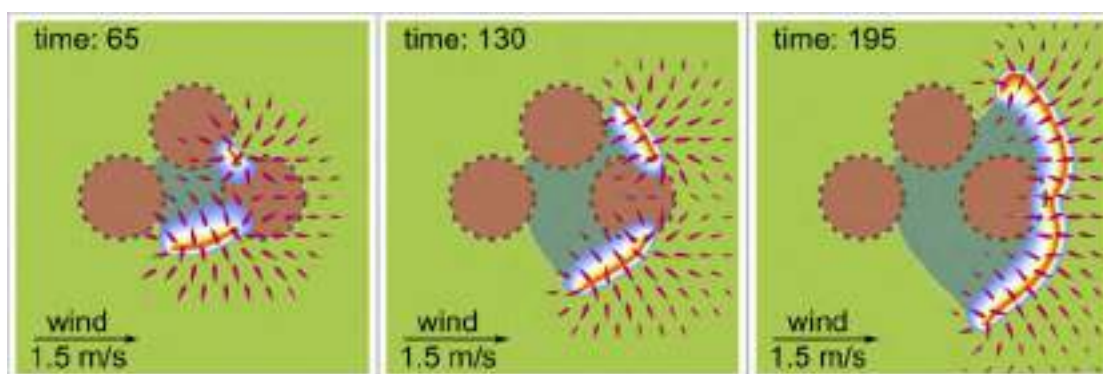


Рис. 1. Преодоление пожара круглых полян

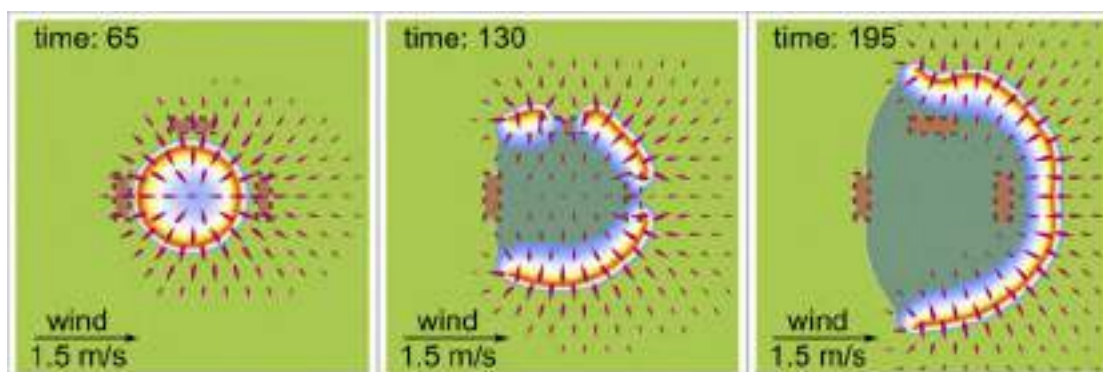


Рис. 2. Динамика пожара для геометрии полян прямоугольной формы

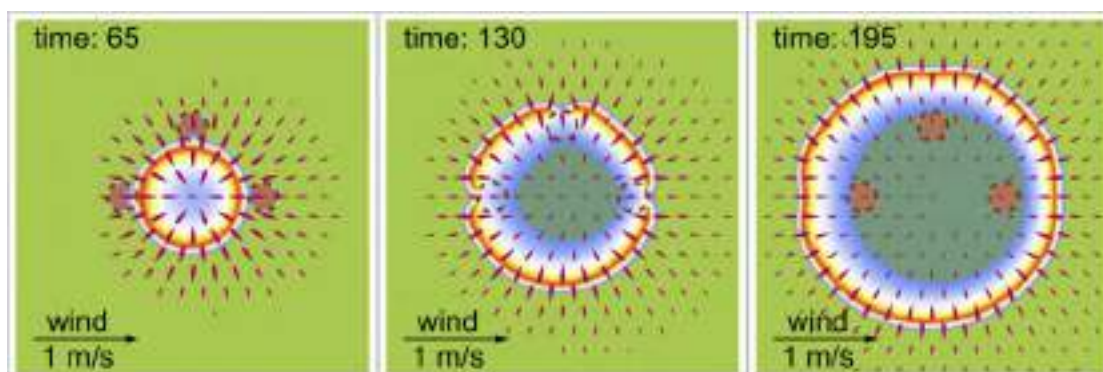


Рис. 3. Преодоление пожаром круглых полян при скорости ветра 1 м/с

Рис. 3. демонстрирует влияние скорости ветра. В показанных результатах вычислительных экспериментов в части геометрии рассматриваются случаи круглых полей «малого» размера (равного площади прямоугольных полей рис. 2). Отличие состоит в том, что скорость ветра V равна 1 м/с. При этом кромка пожара преодолевает поляны во всех направлениях, в том числе, и против ветра. Примечательно и то, что ширина полосы отжига в направлении ветра более узкая, чем на флангах, а в тылу эта ширина максимальна. На рисунке 3 в момент времени 195 заметно, что точка минимального градиента концентрации кислорода смещена вправо (по направлению ветра), относительно центра первоначального возникновения пожара. Наиболее вероятная причина – влияние конвективного переноса, обусловленного направлением и интенсивностью ветра.

Завершая обсуждение примеров расчетов, иллюстраций, отметим, что в разработанном программном комплексе в дополнение к представленным на рисунках распределениям температуры и плотностей лесных горючих материалов также вычисляются и сохраняются в базе данных распределения объемов выделяемого водяного пара, загрязняющих окружающую среду газов, угля и золы. Соответствующие площадные распределения в контрольные моменты времени можно визуализировать картами, а интегральные характеристики представлять в таблицах, графиками изменений со временем процесса.

Таким образом, обсуждаются результаты вычислительных экспериментов по воспроизведению возможных специфических сценариев, чтобы выявить отличия в эволюции фронта огня и градиентов концентрации кислорода при распространении низовых лесных пожаров в различных условиях, в т.ч. с учетом видов и характеристик лесной горючей растительности, наличия полей разных размеров и форм, влияния скорости ветра в пологе леса. Отметим, что моделирование является вычислительно трудоемкими, расчеты любого из вариантов занимают несколько суток. Однако, отработаны методические и технические решения использования искусственных нейронных сетей и на основе сформированной базы данных результатов расчетов планируется создание полуэмпирических моделей [7], тогда прогнозирование динамики лесных пожаров будет возможно в реальном масштабе времени.

Список литературы

1. Гришин А.М. Математическое моделирование лесных пожаров и новые способы борьбы с ними. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение; 1992. 408 с.
2. Barovik D., Taranchuk V. Mathematical modelling of running crown forest fires. *Mathematical Modelling and Analysis*. 2010;15(2):161–174.
3. Баровик Д.В., Таранчук В.Б. Компьютерная модель, примеры анализа влияния ландшафтно-метеорологических факторов на динамику низовых лесных пожаров. *Экономика. Информатика*. 2020;47(3):610–622.
4. Баровик Д.В., Корзюк В.И., Таранчук В.Б. К обоснованию математических моделей низовых лесных пожаров. *Труды института математики*. 2013;21(1):3–15.
5. Taranchuk V. Tools and examples of intelligent processing, visualization and interpretation of GEODATA. *Journal of Physics: Conf. Series*. 2020:1425:012160.

6. Barovik D.V., Taranchuk V.B. Tools for the analysis and visualisation of distributions and vector fields in surface forest fires modelling // Journal of the Belarusian State University. Mathematics and Informatics. 2022;(2):82–93.

7. Баровик Д.В., Таранчук В.Б., Школьников Л.В. Структура и функционал модуля «оперативно-аналитический блок» программного комплекса регистрации и обработки сообщений о чрезвычайных ситуациях. Чрезвычайные ситуации: предупреждение и ликвидация. 2013;2(34):84–94.

МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ АКТИВАМИ И ПАССИВАМИ БАНКА НА НЕСОВЕРШЕННОМ РЫНКЕ КАПИТАЛА

Жукова А.А.¹, Флёрова А.Ю.²

^{1,2}Федеральное государственное учреждение "Федеральный
исследовательский центр "Информатика и управление" Российской
академии наук", Москва, Россия

e-mail: ¹zhukova.aa@phystech.edu, ²a.flerova@phystech.edu

Аннотация. В работе рассматривается математическая модель управления активами и пассивами банка, осуществляющего свою деятельность в условиях законодательных ограничений, направленных на регулирование и стабильную работу банковского сектора. Модель формализована задачей оптимального управления с фазовыми ограничениями, решение которой в общем случае имеет определенные трудности, связанные с выполнением условий регулярности. В данной работе представлены результаты численного анализа модели.

Ключевые слова: банковская система, оптимальное управление, математическое моделирование.

MODELING OF ASSET AND LIABILITY MANAGEMENT OF A BANK IN AN IMPERFECT CAPITAL MARKET

Zhukova A.A.¹, Flerova A.Yu.²

^{1,2}Federal Research Center "Computer Science and Control" of the Russian
Academy of Sciences

e-mail: ¹a.flerova@phystech.edu, ²zhukova.aa@phystech.edu,

Abstract. The paper considers a mathematical model for managing the assets and liabilities of a bank operating under the conditions of legislative restrictions aimed at regulating and stable operation of the banking sector. The model is formalized by an optimal control problem with phase constraints, the solution of which in the general case has certain difficulties associated with the fulfillment of the regularity conditions. This paper presents the results of a numerical analysis of the model.

Keywords: banking system, optimal control, mathematical modeling.

В настоящее время мировая экономика переживает последствия трудностей в банковском секторе, связанных с банкротством некоторых крупных банков. Для исследования взаимодействий участников рынка банковских услуг, а также для того, чтобы оценить эффективность законодательных ограничений в

данной области, рассмотрим общую математическую модель банка, который может влиять на активы и обязательства, используя процентные ставки по кредитам и депозитам. В основу построения данной модели положены принципы из работ [1, 2]. Однако в отличие от моделей банковской системы, где применяется модель конкурентного рынка капитала [1, 2], данная модель описывает отдельного значительного игрока на несовершенном рынке капитала [3, 4], который пользуется рыночной силой. Полученная задача оптимального управления содержит фазовые ограничения, наличие которых требует отдельного исследования вопроса регулярности системы ограничений [5, 6].

Рассмотрим задачу банка в виде максимизации полезности от дивидендного дохода его собственников (благополучие собственников)

$$\int_0^T \frac{1}{1-\beta} \left(\frac{Z(t)}{p_\pi(t)} \right)^{1-\beta} e^{-\delta t} dt$$

за счет выбора объема дивидендов $Z(t)$, поделенного на индекс цен $p_\pi(t)$ для учета инфляции. Параметр $\beta \in (0,1)$ - характеристика функции полезности.

В рамках данной модели будем считать, что банк может управлять привлечением кредитов и депозитов с помощью назначения процентных ставок. Пусть $r_l(t)$ – процентная ставка по кредитам, а $r_s(t)$ – процентные ставки по депозитам. В данной работе кредиты и депозиты не разделяются по видам, что несколько упрощает модель, но позволяет отработать технику проведения расчётов.

Баланс банка уравнивает активы и пассивы. Активами считаются следующие виды долга перед банком: кредиты и резервы банка в ЦБ. Пассивами будем считать долг банка перед вкладчиками (депозиты) и отдельно депозиты ЦБ в банке.

Поток вновь выданных кредитов $K(t) \geq 0$ и погашение долга с темпом β_l определяет динамику долга $L(t)$ кредитуемых агентов перед банком

$$\frac{d}{dt} L(t) = K(t) - \beta_l L(t), \quad K(t) = \alpha_l - \gamma_l r_l(t).$$

Здесь и далее параметры α_* и γ_* с соответствующими индексами являются характеристиками зависимости количества вновь выданных кредитов или депозитов от процентных ставок соответственно.

Банки могут держать часть денег в ЦБ. Поток новых резервов $K_c(t)$ определяет динамику текущего объема резервов банка в ЦБ $R_c(t)$:

$$\frac{d}{dt} R_c(t) = K_c(t). \quad (1)$$

Поток вновь созданных депозитов $V(t) \geq 0$ и снятие средств с депозитов с темпом $\beta_s(t)$ определяет динамику текущего долга $S(t)$ банка перед вкладчиками (депозитов):

$$\frac{d}{dt} S(t) = V(t) - \beta_s S(t), \quad V(t) = \alpha_s + \gamma_s r_s(t). \quad (2)$$

Собственные средства банка являются разницей между активами и пассивами банка:

$$W(t) = L(t) + A(t) - S(t).$$

где $A(t)$ – ликвидные активы банка.

Согласно требованиям ЦБ часть $n_s(t)$ депозитов должна резервироваться, так что выполняется неравенство $R_c(t) \geq n_s(t)S(t)$. Можем считать это неравенство равенством, потому что у банка нет стимулов держать лишние резервы. Тогда $R_c(t) = n_s(t)S(t)$. Из (1) и (2) получим

$$\frac{d}{dt}R_c(t) = K_c(t) = S(t) \left(\frac{d}{dt}n_s(t) - n_s(t)\beta_s \right) + V(t).$$

Коэффициент $n_s(t)$ меняется очень медленно во времени, только когда ЦБ пересматривает нормативы. Поэтому можем считать $n_s(t) = n_s = const$. Тогда

$$\frac{d}{dt}R_c(t) = K_c(t) = S(t)(\alpha_s + \gamma_s r_s(t) - n_s \beta_s(t)).$$

Ликвидные активы банка изменяются за счёт выдачи новых кредитов, получения банком процентов по кредитам и самих кредитов, динамики объёма резервов банка в ЦБ, получения новых депозитов, выплат процентов по депозитам и возвращение банком депозитов, операционных и прочих расходов банка и выплат дивидендов.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}A(t) = & -K(t) + (r_l(t) + \beta_l(t))L(t) - K_c(t) + \\ & + V(t) - (r_s(t) + \beta_s(t))S(t) - OC_o(t) - Z(t). \end{aligned}$$

Далее для упрощения считаем операционные и прочие издержки банка постоянными: $OC_o(t) = OC = const$.

Ограничение ликвидности банка и норматив достаточности капитала можно записать в виде неравенств. На случай срочной необходимости часть средств банка должна быть доступна банку для операций, доля доступных средств определяется параметрами τ :

$$A(t) \geq \tau_s S(t) + \tau_l L(t).$$

Норматив достаточности капитала определяет пропорцию между капиталом банка и активами, взвешенными с весами w , определяемыми рисками конкретных активов:

$$\frac{L(t) + A(t) + S(t)(n_s - 1)}{A(t) + wL(t)} \geq 0.08. \quad (3)$$

Согласно Федеральному закону о потребительском кредите (займе) предельная ежедневная процентная ставка по потребительским кредитам и займам составляет 1% годовых, а с 1 июля 2023 года 0,8% годовых. Процентная ставка по депозитам, во избежание арбитража, не может быть больше ставки по кредиту, таким образом получаем следующие ограничения:

$$0 \leq r_l(t) \leq R_l, \text{ где } R_l = const > 0, 0 \leq r_s(t) \leq r_l(t).$$

Для того чтобы множество управлений было компактным, введем ограничения на ставку по депозитам и на размер выплачиваемых дивидендов: $0 \leq r_s(t) \leq R_s, 0 \leq Z(t) \leq M$.

Банк планирует свою деятельность на некоторый период T , и к концу периода рост капитала должен быть не меньше некоторого η , считаем начальные условия $A(0)$, $L(0)$ и $S(0)$ заданными:

$$\eta(A(0) + L(0) - S(0)) \leq A(T) + L(T) - S(T). \quad (4)$$

Вырисовывающаяся задача линейна по управлениям $r_s(t)$, $r_l(t)$, поэтому при применении принципа максимума Понтрягина максимизирующими будут оказываться граничные значения управлений. Чтобы этого избежать, добавим дополнительные слагаемые в функционал, который мы будем максимизировать:

$$\int_0^T \left((Z(t))^{1-\rho} e^{-\delta t} - \epsilon_1 r_l^2(t) - \epsilon_2 r_s^2(t) \right) dt.$$

Построенная таким образом математическая модель управления активами и пассивами банка при ограничениях ликвидности и достаточности капитала представляет собой задачу оптимального управления с фазовыми ограничениями. Параметрами управления являются дивиденды и процентные ставки по кредитам и депозитам. Ввиду сложности данного класса задач, а также большого количества модельных параметров необходимо использовать численные расчеты для модельных расчетов. Необходимые условия оптимальности в виде принципа максимума и численных методов объединяются для формирования косвенного метода решения задачи. Основная проблема, возникающая при применении косвенных методов при наличии фазовых ограничений, связана с тем, что множитель Лагранжа является борелевской мерой, носитель которой вложен во множество моментов пересечения траекторией состояния границы фазового ограничения. Решение подобной задачи может быть найдено численно с помощью соответствующей теории [5-6].

Для того чтобы избежать проверки условий регулярности для расчётов по модели введем фазовые ограничения (3) и (4) в функционал в виде логарифмических штрафов. Тогда получим задачу оптимального управления, которую имеем возможность решать численно.

Так для следующих параметров и начальных условий построены оптимальные траектории и оптимальные управления, приведенные на следующих рисунках:

$$\alpha_l = 0.2, \alpha_s = 0.2, \delta = 0.1, \rho = 0.5, \gamma_l = 0.1, \gamma_s = 0.1, \beta_s = 0.5e - 1, \beta_l = 0.7e - 1, n_s = 0.9e - 1, \epsilon_1 = 0.1, \epsilon_2 = 0.1, L(0) = 5, S(0) = 2, A(0) = 3, R_s = 1, R_l = 2, M = 1000, T = 5, OC = 3, \tau_l = 0.1e - 1, \tau_s = 0.3e - 1, w = 1.2, \eta = 1.2.$$

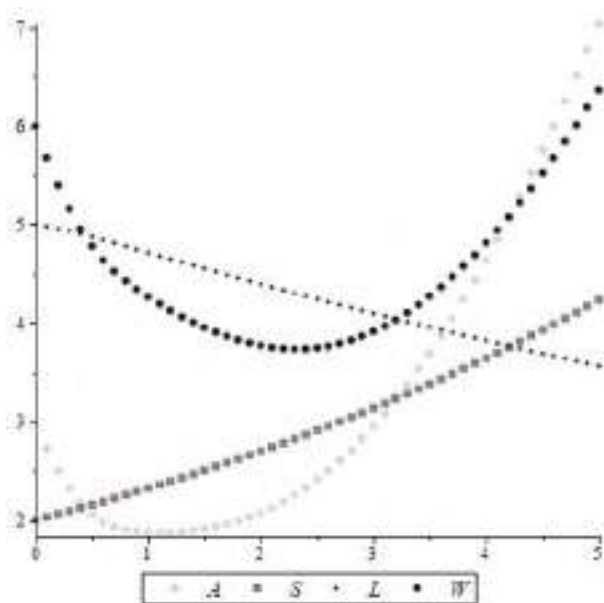


Рис. 1. Оптимальные траектории

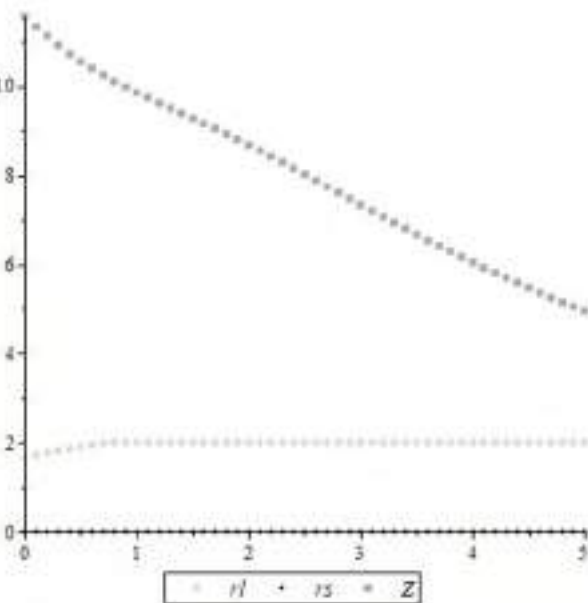


Рис. 2. Оптимальные управления

Таким образом, данная математическая модель управления активами и пассивами банка позволяет находить оптимальные траектории для кредитов, депозитов и ликвидных активов банка, не выходящие за ограничения ликвидности и соблюдающие нормативы достаточности капитала, при этом обеспечивающие заданный рост собственного капитала банка за рассматриваемый период времени.

Работа выполнена при поддержке Российского Научного Фонда (проект № 22-21-00746).

Список литературы

1. Андреев М.Ю., Пильник Н.П., Поспелов И.Г. Моделирование деятельности современной российской банковской системы // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2009. Т. 13. №. 2. С. 143–171.
2. Пильник Н.П., Радионов С.А., Языков А.А. Модель оптимального поведения современной российской банковской системы // Экономический журнал Высшей школы экономики. 2018. Т. 22. №. 3. С. 418–447.
3. Shananin A.A. Mathematical modeling of investments in an imperfect capital market // Proceedings of the Steklov Institute of Mathematics. 2021. Т. 313. С. S175-S184.
4. Тарасенко М.В., Трусов Н.В., Шананин А.А. Математическое моделирование экономического положения домашних хозяйств в России // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2021. Т. 61. №. 6. С. 1034–1056.
5. Chertovskih R., Karamzin D., Khalil N.T., Pereira F.L. Regular path-constrained time-optimal control problems in three-dimensional flow fields // European Journal of Control. 2020. Т. 56. С. 98–106.
6. Chertovskih R., Karamzin D., Khalil N.T., Pereira F.L. An indirect method for regular state-constrained optimal control problems in flow fields // IEEE Transactions on Automatic Control. 2020. Т. 66. №. 2. С. 787–793.

АВТОАДАПТИВНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ КРАЕВ ПОВРЕЖДЕННОЙ ОБЛАСТИ НА ВИДЕОИЗОБРАЖЕНИИ НА ПРИМЕРЕ ОГНЯ И ПЛАМЕНИ

Ахатов А.Р.¹, Тожиев М.Р.²

*¹Самаркандский государственный университет имени Ш.Рашидова,
Самарканд, Узбекистан*

*²Джизакский филиал Национального университета Узбекистана
имени М. Улугбека, Джизак, Узбекистан*

e-mail: ¹a-rustamovich@samdu.uz, ²mtojiev@inbox.ru

Аннотация. Процесс обнаружения и извлечения пожара из видео основан на термохимической реакции, позволяющей выделить границы между пожарными и непожарными областями. Этот подход имеет важное значение для мониторинга пожаров на основе изображений, раннего обнаружения возгораний, оценки пожаров и описания пожаров. Были испробованы традиционные методы обнаружения пожара, но их результаты неудовлетворительны. В различных исследованиях изучалось определение пожара и границ пожара для различных целей, но недостаточно внимания уделялось непрерывности и точности границ. Для решения этой задачи был предложен вычислительный алгоритм, позволяющий точно и плавно определять пожар и границы пожара. Алгоритм сначала обнаруживает грубые и нежелательные края в огнях и изображениях огня, а затем обнаруживает и удаляет нежелательные артефакты, чтобы выявить ключевые символические огоньки и края огня для различных сценариев. Экспериментальные испытания с использованием различных изображений пожаров и видеокадров подтвердили эффективность и устойчивость предложенного алгоритма.

Ключевые слова: обнаружение краев, извлечение признаков, пожар, пламя, анализ края изображения, мониторинг, обработка изображений.

AN AUTOADAPTIVE EDGE-DETECTION ALGORITHM FOR FLAME AND FIRE IMAGE PROCESSING

Akhatov A.R.¹, Tojiev M.R.²

*¹Samarkand State University named after Sharaf Rashidov,
Samarkand, Uzbekistan*

*²Jizzakh branch of Mirzo Ulugbek National University of Uzbekistan,
Jizzakh, Uzbekistan*

e-mail: ¹a-rustamovich@samdu.uz, ²mtojiev@inbox.ru

Abstract. The process of fire detection and extraction from video is based on the thermochemical reaction that allows to distinguish between fire and non-fire areas. This approach is important for image-based fire monitoring, early fire detection, fire assessment, and fire description. Traditional fire detection methods have been tried, but their results are unsatisfactory. Various studies have investigated fire detection and fire boundaries determination for different purposes, but not enough attention has been paid to the continuity and accuracy of the boundaries. To address this issue, a computational algorithm has been proposed to accurately and smoothly detect fire and its boundaries. The algorithm first detects rough and unwanted edges in fires and fire images, and then detects and removes unwanted artifacts to reveal key symbolic flames and fire edges for different scenarios. Experimental tests using various fire images and video frames have confirmed the effectiveness and robustness of the proposed algorithm.

Keywords: Edge detection, feature extraction, fire, flame, image edge analysis, monitoring, image processing.

I. Введение

Автоадаптивное обнаружение краев поврежденной области на видеоизображении – это важный инструмент в различных областях, включая пожарную безопасность, мониторинг зданий и обнаружение повреждений конструкций. В данной статье мы рассмотрим пример автоадаптивного обнаружения краев поврежденной области на видеоизображении на примере огня и пламени. Пожары являются серьезной угрозой безопасности и приводят к множеству человеческих жертв и материальных потерь, поэтому разработка эффективных систем обнаружения пожаров и своевременного реагирования на них является крайне важной задачей. Автоадаптивное обнаружение краев поврежденной области на видеоизображении позволяет улучшить эффективность системы обнаружения пожаров путем точного определения места возгорания.

С учетом стандартов в области эффективности сгорания и ограничения выбросов вредных веществ возросла потребность в количественном мониторинге пламени в системах сжигания ископаемого топлива, особенно на объектах, связанных с производством электроэнергии [1]. На основе передовых исследований в области визуализации пламени [2, 3] появилась возможность использовать эти технологии как в электроэнергетике, так и в лабораторных условиях, в частности, в системах обнаружения пожаров [4–7]. В сравнении с традиционными оптическими датчиками, которые основаны на детектировании тока ионизации и термопарах, детекторы пламени на основе изображений являются более эффективными в обнаружении пожаров благодаря возможности дистанционного мониторинга, высокой чувствительности к малым пожарам и другим преимуществам [8].

Краевое обнаружение является важным этапом обработки изображений пламени и огня, предшествующим и обеспечивающим основу для других методов обработки. Оно необходимо по нескольким причинам. Во-первых, определение краев пламени позволяет количественно определить различные характеристики пламени, такие как форма, размер, положение и стабильность. Во-вторых, краевое обнаружение позволяет сократить объем обработки данных и отфильтровать постороннюю информацию, такую как фоновый шум на изображении. Это сохраняет основные структурные свойства пламени и сокращает время обработки. В-третьих, краевое обнаружение может использоваться для сегментации группы пламени, что особенно полезно для мониторинга нескольких пламен в промышленных печах, в которых используется система с несколькими горелками [9–11]. Например, движение обнаруженного края пламени может использоваться для различения подлинной и ложной пожарной тревоги.

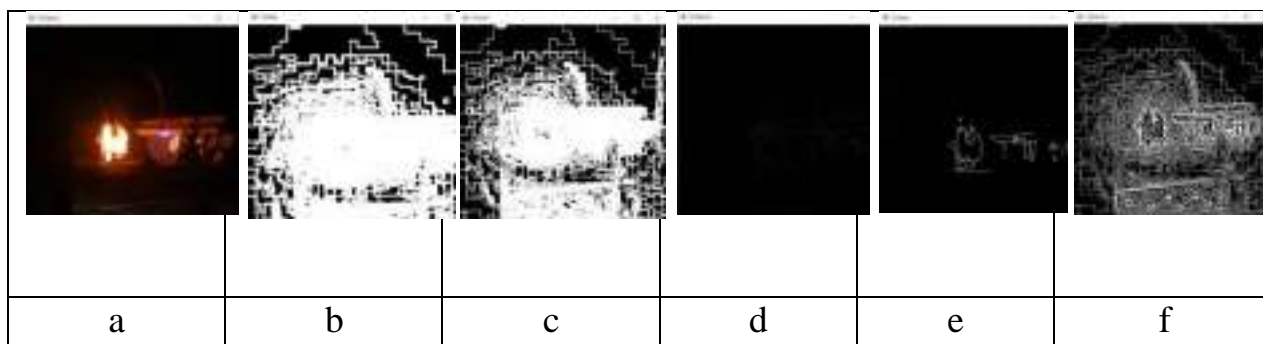


Рис. 1. Представительные результаты, полученные с использованием общих методов обнаружения краев и метода Лапласа. (a) Исходное изображение. (b) Метод Собеля. (c) Метод Прюитта. (d) Метод Робертса. (e) Метод Канни. (f) Метод Лапласа

В данной статье предлагается новый метод обнаружения краев для обработки изображений горения. Различные традиционные методы, используемые для обнаружения краев, были оценены, но их эффективность при обработке изображений пламени и огня оказалась неудовлетворительной из-за фрагментации краев и появления ложных краев. Наш метод основан на вычислительном алгоритме, который позволяет точно определять края пламени/пожара и сохранять основные структурные свойства изображения. Этот метод может использоваться для количественного определения различных характеристик пламени, а также для сегментации группы пламени. Кроме того, этот метод может использоваться для своевременной идентификации краев пламени и предоставления пожарным важной информации о типе пожара, горючих веществах и внешнем виде пламени. В общем, предлагаемый метод может быть эффективным инструментом для обработки изображений пламени и огня.

II. Методология

Классические подходы к обнаружению краев на изображениях пламени и их применение. Прототип края в изображении может, например, представлять собой границу, которая разграничивает несходные оттенки или расходящиеся градации серого. С математической точки зрения такие ребра могут быть представлены производными первого и второго порядка. Точнее, начальная производная (называемая градиентом) двумерной функции $f(x,y)$ эксплицируется как вектор [12].

Производная первого порядка равна нулю при постоянном уровне серого и ненулевому значению по всей области рампы, поэтому величина производной первого порядка может быть использована для обнаружения.

$$\Delta f = \begin{bmatrix} G_x \\ G_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где G_x и G_y – градиенты по координатам x и y соответственно.

Величина вектора определяется выражением

$$\text{mag}(\Delta f) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}, \quad (2)$$

для более быстрого расчета уравнение (2) аппроксимируется как

$$\text{mag}(\Delta f) \approx |G_x| + |G_y|. \quad (3)$$

Угол α , при котором происходит максимальная скорость изменения, равен

$$\alpha(x, y) = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right). \quad (4)$$

По сути, дисперсия уровня серого обычно оценивается с помощью либо обнаружения границ, либо оператора ядра. Откосы, созданные как в направлениях x , так и в y , затем объединяются, чтобы получить полную меру общей прочности кромки. Оператор обнаружения края впоследствии получается путем создания матрицы, центр которой находится в определенном пикселе, который служит фокусом области матрицы. Когда значение этой площади матрицы превышает некоторый заданный порог, пиксель, расположенный в центре матрицы, тем самым считается представляющим край [13].

Опубликованные методы обнаружения краев можно разделить на две категории на основе вычисления градиентов изображения. Первая категория включает в себя обнаружение краев путем вычисления меры прочности краев с выражением производной первого порядка. Примеры операторов обнаружения границ на основе градиента в этой категории включают операторы Робертса, Превитта и Собеля [14]. Алгоритм обнаружения границ Кэнни [15], который использует оператор Собеля и является усовершенствованным методом, широко известен как мощный метод обнаружения границ. Во второй категории края обнаруживаются путем поиска выражения производной второго порядка по изображению, обычно пересечения нуля лапласиана или нелинейного дифференциального выражения.

В исследовании использовались обычные методы обнаружения краев для обработки изображений пламени, но четко определить края не удалось. Результаты показали, что получить идеальные границы из реальных изображений средней сложности не всегда возможно, что затрудняет интерпретацию данных изображения. См. рис. 1 (a)–(f) для примеров разъединенных и фрагментированных ребер. Некоторые методы позволили идентифицировать только часть кромки пламени, а другие ошибочно обнаруживали незначительные кромки, не входящие в состав основного пламени. (см. рис. 1(b)–(d) и (e)).

Современный подход к обработке изображений пламени с новым алгоритмом обнаружения краев. Данный вычислительный алгоритм направлен на выделение краев области пламени с учетом ее более высокой яркости по сравнению с фоном и непрерывности границы между ними. Большинство изображений пламени содержат только одно основное пламя, и, в случае наличия нескольких языков пламени, изображение можно разбить на области с единственным пламенем. Описанный алгоритм выполняет обнаружение грубых и ненужных краев на изображении пламени, а затем

изоляция и удаление ненужных краев для выделения основных краев пламени. Алгоритм может быть разбит на несколько этапов.

Шаг 1. *Корректировка градации серого на изображении пламени.*

Коррекция градации серого на изображении пламени начинается с анализа статистического распределения уровня серого на изображении. Для дискретного изображения в градациях серого x с количеством вхождений уровня серого i , вероятность появления пикселя с уровнем серого i определяется как

$$P_x(i) = \frac{n_i}{n}, \quad 0 < i < L, \quad (5)$$

где L – общее количество уровней серого на изображении, n – общее количество пикселей на изображении, а $P_x(i)$ – гистограмма для пикселей с уровнем серого i , нормализованная до $[0,1]$.

Для анализа распределения градаций серого, можно использовать функцию кумулятивной вероятности (CDF), которая определяется как

$$CDF_x(i) = \sum p_x(j) \quad (6)$$

и является накопленной нормализованной гистограммой изображения.

Затем производится формирование функции преобразования $T(x)$ для создания нового изображения $\{y\}$, такого, что кумулятивная функция распределения (CDF) этого изображения будет линеаризована в заданном диапазоне значений с постоянным коэффициентом K , то есть:

$$CDF_y(i) = iK. \quad (7)$$

Значения y , полученные из преобразования, возвращаются в исходный диапазон с использованием следующего преобразования:

$$y^i = y * (\max\{x\} - \min\{x\}) + \min\{x\}. \quad (8)$$

Шаг 2. *Обработка изображения для устранения шума.*

Необходимо удалить шумы на изображении перед идентификацией и обнаружением краев. Для этого можно использовать гауссовский фильтр с простой маской. Гауссово сглаживание может быть достигнуто путем свертки после выбора подходящей маски [16]. Чем больше ширина гауссовой маски, тем меньше шума на изображении пламени/пожара будет обнаружено детектором, но это может привести к ошибкам локализации краев. Мы выбрали гауссову маску, показанную на рис. 2, после тщательного тестирования и сравнения.

	2	4	5	4	2
	4	9	12	9	4
$\frac{1}{115}$	5	12	15	12	5
	4	9	12	9	4
	2	4	5	4	2

Рис. 2. Дискретное приближение к функции Гаусса

Шаг 3. Поиск базовых границ с использованием оператора Собеля.

Оператор Собеля является оператором дискретной свертки, который выполняет аппроксимацию пространственного градиента изображения в двух измерениях. Этот оператор оценивает приблизительную абсолютную величину градиента (силу края) в каждой точке изображения. Он использует две 3×3 маски свертки, где одна маска вычисляет градиент в направлении x (горизонталь), а другая маска – в направлении y (вертикаль). Оператор Собеля можно выразить в матричной форме [18]:

$$M_x = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (9)$$

$$M_y = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Шаг 4. Оптимизация значений T_H и T_L для получения лучших результатов. T_H и T_L инициализируются на основе априорных результатов схожих изображений пламени, а затем настраиваются для получения лучшего результата. Оценка качества настройки пороговых значений основана на количестве граничных пикселей, обнаруженных в изображении границ. T_E – дополнительный порог, установленный для ограничения общего числа границ. При превышении порога T_E автоматическая настройка прекращается. В результате получается предварительное изображение с определенными границами, обозначаемое как ПИГ (Предварительное изображение границ).

Шаг 5. Удаление несвязанных ребер в ПИГ.

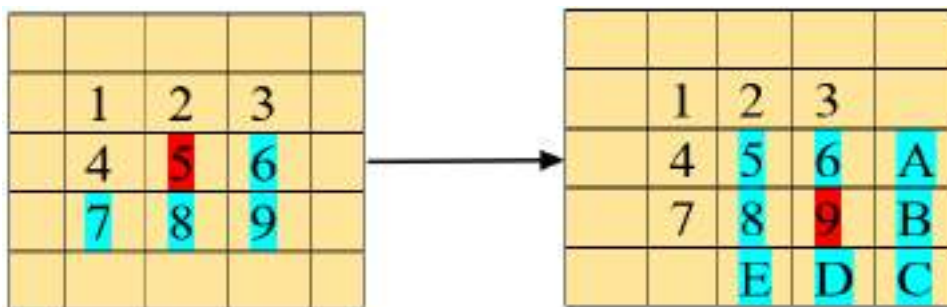


Рис. 3. Иллюстрация движения поиска края

Из ПИГ выбирается случайная точка края. Если она является изолированной, то она удаляется из ПИГ. Если у точки только один соседний пиксель, то она удаляется из ПИГ и добавляется в список конечных точек. Если у точки есть два или более соседних пикселя, то выбранная точка является точкой нормального перехода в краевой линии. Одна из соседних точек устанавливается в качестве нового центра поиска, и начинается новый поиск.

После того, как все точки соединения были найдены в качестве центра, вычисляются длины любых двух конечных точек на временном изображении ребра, и выбирается самая длинная. Если все пиксели в ПИГ перемещены во временное изображение края, алгоритм завершается и переходит к шагу 6.

Шаг 6. *Получение ясно определенного контура.* Выбор пиксели самого длинного контура на итоговом изображении контуров, которое должно иметь такой же размер, как исходное изображение. Весь процесс этого шага реализуется соответственно схеме на рис. 4.

Чтобы ускорить процесс определения соответствующих T_H и T_L , используется класс адаптивных фильтров, а именно алгоритм наименьшего среднего квадрата (LMS).

III. Результаты и обсуждение

На рис. 5 показаны результаты метода с фиксированными значениями порогов T_H и T_L . Для встроенной кромки пламени необходима правильная пара порогов. Априорные значения T_H и T_L могут быть выбраны на основе аналогичных изображений пламени. На рис. 5(f) показан лучший результат, когда евклидово расстояние между начальной и конечной точками кривой равно нулю. Если D все еще достаточно велико, необходимо выполнить дополнительную настройку. Когда D становится очень маленьким, T_H и T_L следует регулировать более тонкими шагами.

Изображения пламени были получены из Интернета с разрешением на использование. Настольный компьютер, оснащенный процессором Intel Core i7 с частотой 2,60 ГГц, обнаруживал края на 120 изображениях пламени размером 240×320 пикселей за одну минуту. Рис. 6 показывает типичные изображения пламени, обработанные с использованием идентифицированных краев. Алгоритм может успешно обнаруживать четкие границы пламени и игнорировать посторонние артефакты. Этот метод также можно использовать для извлечения краев более сложных пламен, например, турбулентного диффузионного пламени или пламени пожаров пролива. Границы пламени могут быть использованы для последующей обработки изображений пламени, например, для расчета размера пламени, удаления фона и оценки других параметров пламени.

Кроме того, многие видеоролики с пламенем подвергались непрерывному обнаружению границ для оценки надежности системы. На рис. 7(a) показана кадры в видео пламени, 7 (b) серия кадров, полученных из видео пламени. На рис. 7 (c) и (d) показаны результаты обнаружения краев, полученные с помощью метода обнаружения краев Кэнни и предложенного алгоритма.

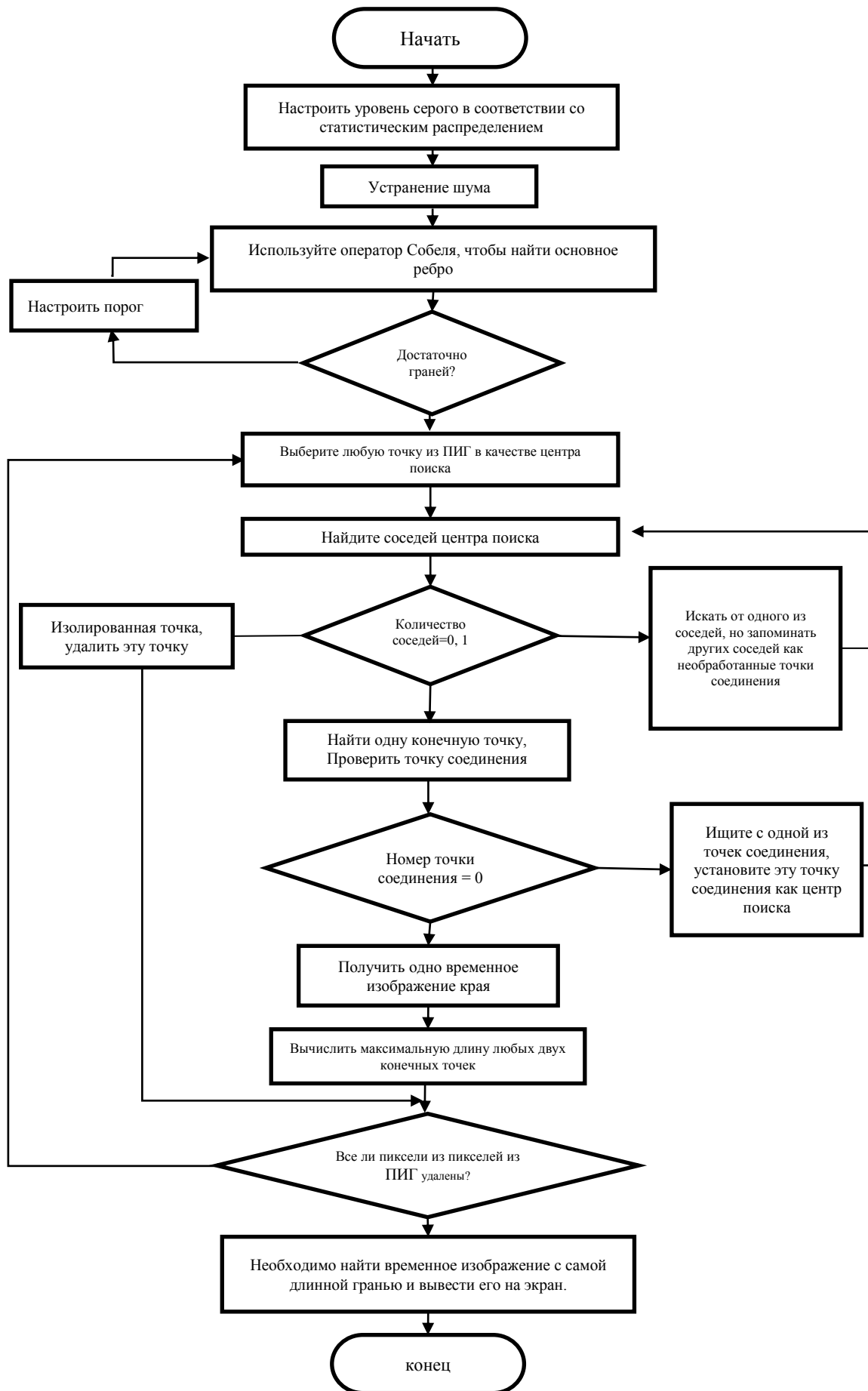


Рис. 4. Блок-схема алгоритма обнаружения границ пламени

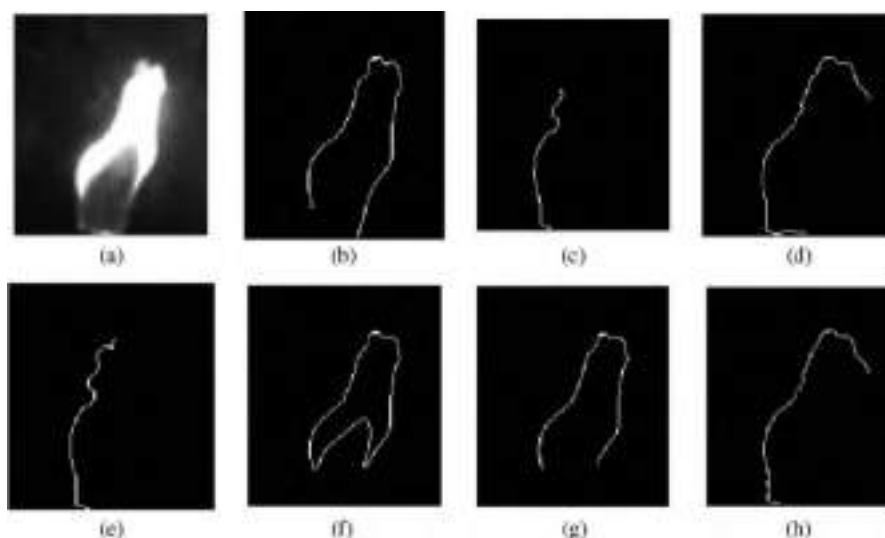


Рис. 5. Иллюстрация самой длинной кривой на изображении пламени с минимумом D . (a) Исходное изображение. (b) $T_L=0.098$, $T_H=0.98$. (c) $T_L=0.098$, $T_H=0.29$. (d) $T_L=0.098$, $T_H=0.49$. (e) $T_L=0.2$, $T_H=0.29$. (f) $T_L=0.39$, $T_H=0.98$. (g) $T_L=0.49$, $T_H=0.98$. (h) $T_L=0.2$, $T_H=0.49$

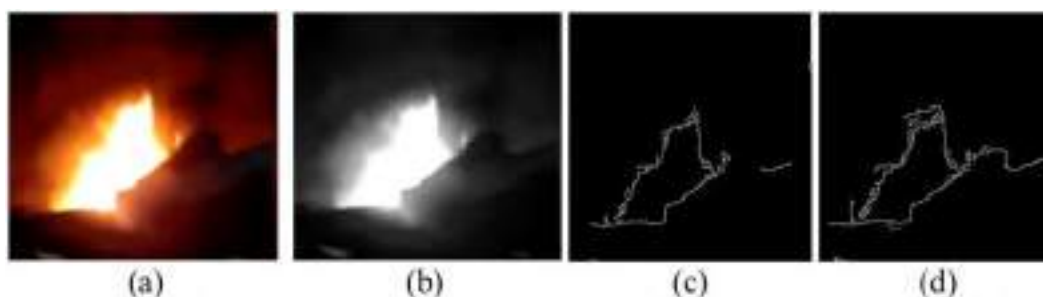


Рис. 6. Некоторые результаты обнаружения края пламени. Исходные изображения. Изображения с идентифицированными краями

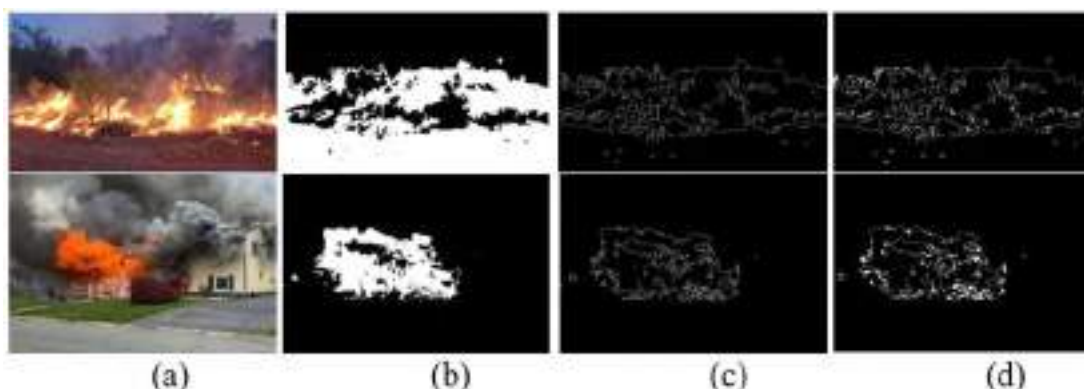


Рис. 7. Результат обнаружения краев для видео пламени. (a) Кадры в видео пламени. (b) Убираем лишний шум в кадре с помощью метода (c) Обнаруженный край пламени из видео последовательности с использованием метода обнаружения краев Canny. (d) Обнаруженный край пламени из видео последовательности с использованием предложенного метода

IV. Заключение

Исследователи разработали новый метод обнаружения краев пламени, который показал высокую эффективность при обнаружении неоднородных пламен. Алгоритм может автоматически настраиваться под различные сценарии и обеспечивает точное определение границ горения и пожара. Точно определенная область горения позволяет количественно определять параметры пламени, такие как объем, площадь поверхности и скорость распространения. Ожидается, что этот алгоритм улучшит мониторинг пламени и станет ценным дополнением в технике пожарной безопасности. Исследование было проведено на изображениях пламени и огня, полученных в лаборатории, и требует дальнейшей оценки в реальных сценариях обнаружения пламени.

Список литературы

1. Lu G., Yan Y., Colechin M. A digital imaging based multi-functional flame monitoring system // *IEEE Trans. Instrum. Meas.* 2004. V. 53. №. 4. P. 1152–1158.
2. Yan Y., Qiu T., Lu G., Hossain M. M., Gilabert G. Recent advances in 3D flame tomography // *Proc. 6th World Congr. Ind. Process Tomogr.*, Beijing, China, 2010. P. 1530–1539.
3. Huang D. S., Heutte L., Loog M. Real-time fire detection using camera sequence image in tunnel environment // in *Proc. ICIC*. 2007. V. 4681. P. 1209–1220.
4. Zhang Z., Zhao J., Zhang D., Qu C., Ke Y., Cai B. Contour based forest fire detection using FFT and wavelet // in *Proc. Int. Conf. CSSE*, Wuhan, China, Dec. 12–14, 2008, P. 760–763.
5. Zhou X., Yu F., Wen Y., Lu Z., Song G. Early fire detection based on flame contours in video // *Inf. Technol. J.* 2010. V. 9, №. 5, P. 899–908.
6. Toreyin B. U., Dedeoglu Y., Cetin A. E. Flame detection in video using hidden Markov model // in *Proc. IEEE ICIP*, Sep. 11–14, 2005, p. II-1230-3.
7. Toreyin B. U., Dedeoglu Y., Gudukbay U., Cetin A. E. Computer vision based method for real-time fire and flame detection // *Pattern Recognit. Lett.* 2006. V. 27. №. 1. P. 49–58.
8. Toreyin B. U., Cetin A. E. Online detection of fire in video // in *Proc. IEEE Conf. CVPR*, 2007, pp. 1–5.
9. Khasanov D., Tojiyev M., Primqulov O. Gradient Descent In Machine // *International Conference on Information Science and Communications Technologies (ICISCT)*, <https://ieeexplore.ieee.org/document/9670169>
10. Tojiyev M., Shirinboyev R., Bobolov J. Image segmentation by OTSU method. // *International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research. Special Issue (Feb. 2023)*. P. 64–72.
11. Axatov A. R., Tojiyev M. R., Shirinboyev R. S. Konvolyutsion neyron tarmog‘i asosida video tasvirdan yong‘inni erta aniqlash // *International Journal of Contemporary Scientific and Technical Research*. 2022. V. 1. № 1. P. 128–132.
12. Jiang Q., Wang Q. Large space fire image processing of improving canny edge detector based on adaptive smoothing // in *Proc. Int. CICCITOE*, 2010, P. 264–267.
13. Gonzalez R. C., Woods R. E. *Digital Image Processing*, 2nd ed. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 2002.
14. Ziou D., Tabbone S. Edge detection techniques: An overview // *Int. J. Pattern Recognit. Image Anal.* 1998. V. 8. №. 4. P. 537–559.

15. *Canny J.* A computational approach to edge detection // IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell 1986. V. PAMI-8, №. 6. P. 679–698.

16. *Steven W. S.* The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. San Diego, CA: California Tech. Publ., 2003.

АСПЕКТЫ ПОСТРОЕНИЯ И ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНОГО ИНТЕРФЕЙСА ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ В ГИБРИДНОЙ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБУЧАЮЩЕЙ СРЕДЕ

Петров А.А.¹, Дружинина О.В.², Масина О.Н.³

^{1,2,3}Елецкий государственный университет им. И. А. Бунина

² Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»

Российской академии наук

e-mail: ¹xeal91@yandex.ru, ²ovdruzh@mail.ru, ³olga121@inbox.ru

Аннотация. Рассмотрены вопросы, связанные с построением и функционированием интерактивного интерфейса пользователя в гибридной интеллектуальной обучающей среде. Предложена детализированная структура ГИОС с учетом разделения на несколько уровней доступа. Рассмотрен функционал веб-интерфейса с учетом интеграции и адаптации нейросетевых алгоритмов для решения задач моделирования образовательных процессов в рамках функционирования ГИОС. Полученные результаты направлены на решение задач интеллектуального управления в педагогике и на совершенствование современных систем обучения.

Ключевые слова: гибридная интеллектуальная обучающая среда, инструментально-методические средства поддержки образовательного процесса, пользовательский интерфейс, машинное обучение.

ASPECTS OF CONSTRUCTION AND FUNCTIONING OF INTERACTIVE USER INTERFACE IN HYBRID INTELLIGENT LEARNING ENVIRONMENT

Petrov A.A.¹, Druzhinina O.V.², Masina O.N.³

^{1,2,3} Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

² Federal Research Center «Computer Science and Control» of Russian Academy of Science, Moscow, Russia

e-mail: ¹xeal91@yandex.ru, ²ovdruzh@mail.ru, ³olga121@inbox.ru

Abstract. Issues related to the construction and operation of an interactive user interface in a hybrid intelligent learning environment are considered. A detailed structure of the hybrid intelligent learning environment (HILE) is proposed, taking into account the division into several levels of access. The functionality of the web interface is considered, taking into account the integration and adaptation of neural network algorithms for solving the problems of modeling educational processes within the framework of the functioning of the HILE. The results obtained are aimed at solving the problems of intelligent control in pedagogy and at improving modern learning systems.

Keywords: hybrid intelligent learning environment, educational process support tools, user interface, machine learning.

Разработка гибридных интеллектуальных обучающих сред (ГИОС) является важной и актуальной задачей [1–3]. Направления указанной разработки включают в себя этапы концептуального проектирования структуры ГИОС, выбор средств инструментального обеспечения разработки, построение математических моделей и реализацию в форме компьютерной программы. Кроме того, необходимо учитывать технологические аспекты организации исследовательской деятельности обучающихся [3]. Проблемы управления деятельностью старшеклассников в рамках использования функционала ГИОС детально изучены в [4–6].

Инструментально-методическое обеспечение ГИОС должно применяться с учетом предметных особенностей изучаемой дисциплины, знаний обучающихся и психологических особенностей. Ряд вопросов разработки индивидуальных образовательных маршрутов с применением ГИОС в условиях цифровизации образования рассмотрены в [7, 8] и в других работах.

Настоящая работа продолжает работу [9], в которой рассматриваются вопросы проектирования и реализации ГИОС для организации исследовательской деятельности школьников по выполнению математических заданий повышенной сложности. Структурно в указанную ГИОС входят подсистема искусственного интеллекта, подсистема образовательных траекторий, база знаний и модуль Web-интерфейса. Следует отметить, что проблема взаимодействия с пользователем является одной из ключевых проблем при реализации любых типов информационных систем. Поэтому программная реализация модуля Web-интерфейса для ГИОС требует модификации с учетом новых получаемых данных и уточненных моделей.

Рассмотрим структурную схему ГИОС, которая представлена на рис. 1.

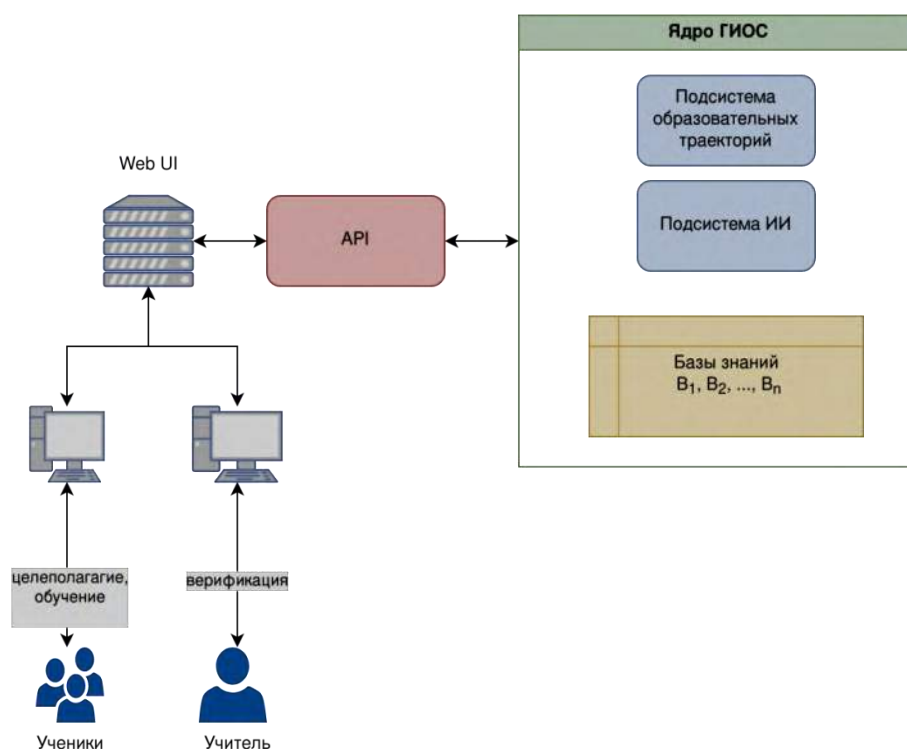


Рис. 1. Общая структурная схема ГИОС

Согласно схеме, представленной на рис. 1, с точки зрения взаимодействия с пользователем ГИОС можно разделить на три основных блока – ядро, API (прикладной интерфейс программирования) и веб-интерфейс (Web UI). Одной из ключевых особенностей предложенной схемы является абстрагирование уровня пользовательского интерфейса от функционала ГИОС, что позволяет достичь большей гибкости и масштабируемости. Такое абстрагирование связано с тем, что цели внедрения систем поддержки образовательного процесса, а также программно-аппаратное обеспечение учебных заведений могут быть различными. В частности, применение ГИОС может быть ограничено автоматизированным формированием электронных дидактических материалов на основе обратной связи с учениками. Кроме того, подход к построению интерфейсов с использованием API дает возможность встраивания функциональности ГИОС в существующие информационные системы.

Одним из элементов современной концепции построения Web-интерфейсов является принцип реализации дэшбордов, которые представляют собой интерактивные одностраничные веб-приложения, используемые для визуализации данных. Особенно полезными дэшборды являются для решения задач визуализации дидактических материалов по математическим дисциплинам, однако они могут быть использованы также и для верификации данных ГИОС учителем. В рамках реализации ГИОС для построения дэшбордов используется несколько фреймворков языка Julia: Interact.jl, Mux.jl, Plotly.dash.

Рассматривается пример применения фреймворка Interact.jl для построения интерактивного дэшборда. Указанный дэшборд используется для визуализации результатов обучения нейросетевого регулятора для одноступенчатой характеристической модели, используемой в ГИОС. Данная дифференциальная модель описывает прирост уровня компетенций x_1, x_2, x_n для обучающегося в зависимости от характеристик педагогического процесса. Пример дэшборда представлен на рис. 2.

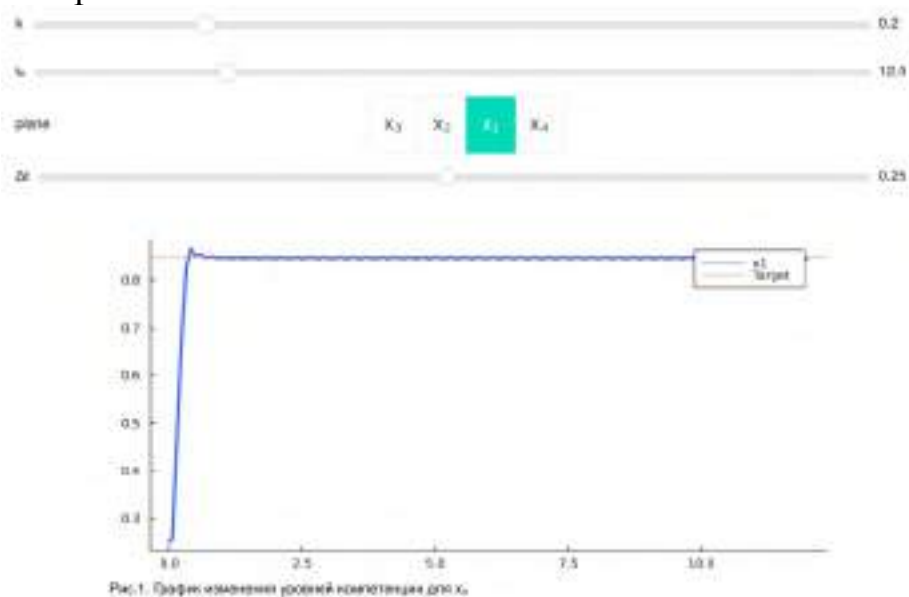


Рис. 2. Дэшборд для визуализации данных ГИОС

На рис. 2 приняты обозначения: k – коэффициент насыщения модели, t_e – граница рассматриваемого временного интервала, $plane$ – фазовая переменная, Δt – максимальный шаг решателя дифференциальных уравнений, а также период управляющих воздействий. Предложенный веб-интерфейс позволяет в интерактивном режиме оценить робастность полученного управления.

Следует отметить перспективность разработки и усовершенствования дэшбордов для визуализации результатов работы модуля оценивания знаний обучающихся по математическим дисциплинам, логического модуля искусственного интеллекта, модуля описания моделей и других модулей ГИОС.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-14009.

Список литературы

1. Дворяткина С.Н., Смирнов Е.И., Щербатых С.В. Интеллектуальное сопровождение проектно-исследовательской деятельности школьников в гибридной среде обучения математике: монография. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2021.
2. Cheng X., Jianshan Sun J., Zarifis A. Artificial intelligence and deep learning in educational technology research and practice // British Journal of Educational Technology. 2020. V. 51. No 5. P. 1653–1656.
3. Дворяткина С.Н., Жук Л.В. Организационно-методическое обеспечение развития исследовательской деятельности школьников в гибридной интеллектуальной образовательной среде // Ярославский педагогический вестник. 2021. № 3 (120). С. 36–45.
4. Druzhinina O. V., Masina O. N., Petrov A. A., Shcherbatykh S. V. Application of intelligent technologies and neural network modeling methods in the development of a hybrid learning environment // Journal of Physics: Conference Series. 2020. V. 1691. P. 012125.
5. Petrov A.A., Druzhinina O.V., Masina O.N. Modeling knowledge assessment systems within a hybrid intelligent learning environment // Modern Information Technologies and IT-Education. 2021. V. 17. No 1. P. 179–189.
6. Басалин П.Д., Куликов Д.А., Маскина Ю.В. Адаптация гибридной интеллектуальной обучающей среды с подкреплением // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2020. Т. 16. №3. С. 788–798.
7. Басалин П.Д., Кумагина Е.А., Неймарк Е.А., Тимофеев А.Е., Фомина И.А., Чернышова Н.Н. Реализация гибридной интеллектуальной обучающей среды продукционного типа // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2018. №1. С. 256-267.
8. Loong E.Y.K., Herbert S. Primary school teachers' use of digital technology in mathematics: the complexities // Mathematical Education Research Journal. 2018. V. 30. P. 475–498.
9. Дружинина О.В., Масина О.Н., Петров А.А. Разработка инструментального обеспечения модулей гибридной интеллектуальной обучающей среды на основе построения нейросетевых и нечетких моделей // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. № 1(29). С. 57–69.

ПОСТОЯННЫЕ p -ГАРМОНИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ НА ДЕРЕВЬЯХ*Ишанкулов Ф.Т.**Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада аль-Хоразмий, Самарканд, Узбекистан*

e-mail: fandor83@mail.ru

Аннотация. В данной статье рассматривается p -гармоническая функция на произвольном дереве. Приводится групповое представление дерева Кэли, а также определение p -гармонической функции на дереве Кэли. На произвольном дереве для произвольной p -гармонической функции доказан принцип максимума.

Ключевые слова: дерево, групповое представление, p – гармоническая функция, принцип максимума.

CONSTANT p -HARMONIC FUNCTIONS ON TREES*Ishankulov F.T.**Samarkand branch of Tashkent university of information technologies named Muhammad Al-Khorazmi, Samarkand, Uzbekistan*

e-mail: fandor83@mail.ru

Abstract. In this paper, we consider p -harmonic function on an arbitrary tree. A group representation of the Cayley tree is given, as well as a definition of a harmonic function on the Cayley tree. On an arbitrary tree for an arbitrary p -harmonic function, the maximum principle is proved.

Keywords: tree, group representation, p - harmonic function, maximum principle.

Деревом называется связный граф, не содержащий циклов. Класс деревьев занимает в теории графов особое положение. Это достаточно просто устроенные графы, и многие задачи, весьма сложные в общей ситуации, для деревьев решаются легко.

Заметим, что если G – свободная группа с множеством образующих M и множество ее образующих – конечно, либо счетно, то G будет счетной, а если M несчетно, то и G будет несчетной.

Пусть (G, M, S) – тройка, где G – группа с множеством образующих M и определяющих соотношений S .

На (G, M, S) определим структуру графа следующим образом: два слова $x, y \in G$ назовем ближайшими соседями и соединим ребром, если существует $a \in M$ такое, что $x = ya$, либо $y = xa$ ($y = xa^{-1}$, либо $x = ya^{-1}$).

Обозначим через Γ_G граф группы G . Например, граф свободной группы с множеством образующих M будет деревом Кэли порядка $2|M|-1$, где $||$ – число элементов множества.

Определение 1. *Дерево Γ назовем представимым, если оно является графом некоторой группы.*

Теорема 1. [1] *Граф группы (G, M, S) образует дерево тогда и только тогда, когда S содержит только соотношения типа $a^2 = 1, a \in M$. Более того, этот граф совпадает с деревом Кэли.*

Следствие 1. *Деревья Кэли и только они представимы.*

Пусть G_k – свободное произведение $k+1$ циклических групп второго порядка с образующими a_1, a_2, \dots, a_{k+1} .

Для $x \in G_k$ обозначим

$$S(x) = \{y \in G_k : y = xa_i, i = 1, \dots, k+1\}.$$

Векторное поле (функция) на Γ^k понимается как вещественнозначная функция, определенная на множестве рёбер L (вершин V).

Если u – некоторая заданная функция на Γ^k т.е. $u : V \rightarrow R$, то ее градиент ∇u определяется по формуле

$$\nabla u(x, y) = r(x, y)^{-1}(u(y) - u(x)), \quad (x, y) \in L, \quad (1)$$

где $r : L \rightarrow R_+$ – некоторая функция с условием $r(x, y) = r(y, x)$.

Если U – заданное векторное поле на Γ^k , то его дивергенция является функцией на Γ^k и определяется по формуле:

$$\operatorname{div} U(x) = \sum_{y \in S(x)} U(x, y). \quad (2)$$

Дискретный Лапласиан Δu и p -Лапласиан $\Delta_p u$ функции u на Γ^k определяются, как

$$\Delta u = \operatorname{div}(\nabla u), \quad \Delta_p u = \operatorname{div}(\nabla u |\nabla u|^{p-2}), \quad (3)$$

где $1 < p < \infty$.

Заметим, что $\Delta u = \Delta_2 u$. Из (1)-(3) получим

$$\Delta_p u = \sum_{y \in S(x)} |\nabla u(x, y)|^{p-2} \nabla u(x, y). \quad (4)$$

Решение уравнения $\Delta_p u = 0$ называется p -гармонической функцией на дереве Кэлли [2].

Класс представимых деревьев намного уже, чем множество всех деревьев.

На произвольном дереве p -гармоническая функция определяется аналогичным образом.

Пусть Γ – произвольное дерево (рис. 1) и $u(x)$ – p -гармоническая функция, определенная на Γ .

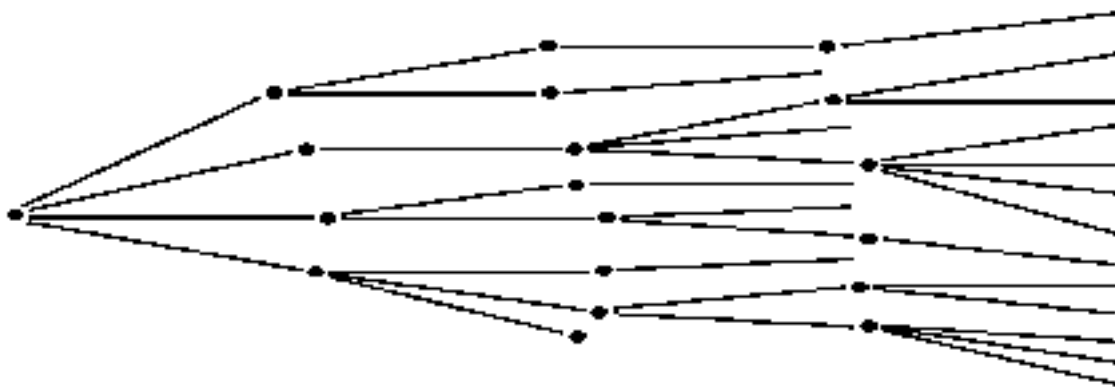


Рис. 1. Произвольное дерево

Теорема 2. Если $u(x)$ – p -гармоническая функция на Γ и в точке $x_0 \in \Gamma$ она принимает минимальное или максимальное значение, то $u(x)$ – постоянная функция на Γ .

Доказательство. Предположим, что функция u принимает максимальное значение, т.е.

$$u(x_0) = \max_{x \in \Gamma} u(x).$$

Тогда

$$\Delta_p u(x_0) = \sum_{y \in S(x_0)} \frac{|u(y) - u(x_0)|^{p-2}}{r^{p-1}(x_0, y)} (u(y) - u(x_0)) \leq 0, \quad (5)$$

где $S(x_0)$ – множество всех ближайших соседей точки x_0 . Из (5) следует, что $\Delta_p u(x_0) = 0$ тогда и только тогда, когда $u(y) = u(x_0)$ для любых $y \in S(x_0)$. Аналогичным образом можно доказать, что $u(z) = u(x_0)$ для всех $z \in S(y)$, где $y \in S(x_0)$. Итерируя эту конструкцию, получим $u(y) = u(x_0)$ для любых $y \in \Gamma$. Теорема доказана. Эта теорема показывает, что p -гармоническая функция на бесконечном дереве имеет рост, т.е. является неограниченной.

Список литературы

1. Розиков У.А. Представимость деревьев и их некоторые приложения // Математические заметки. 2002. Т. 72. № 4. С.516–527.
2. Rozikov U.A., Ishankulov F.T. Description of periodic p -harmonic functions on Cayley tree // Nonlinear Differ. Equ. Appl. 2010. V.17. P.153 – 160.

СХОДЯЩЕЕСЯ РАЗЛОЖЕНИЕ ДЛЯ СОБСТВЕННОГО ЗНАЧЕНИЯ ОБОБЩЕННОЙ МОДЕЛИ ФРИДРИХСА

Курбанов Ш.Х.¹, Дустов С.Т.²

¹Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан

²Навоийский государственный педагогический институт, Навои,
Узбекистан

E-mail: ¹kurbanov-shaxzod@mail.ru, ²saiddustov@mail.ru

Аннотация. Рассмотрено семейство $H_\mu(p)$, $\mu \neq 0$, $p \in \mathbb{T}^3$ обобщенной модели Фридрихса с возмущением ранга один, соотносящегося с системой двух частиц, движущихся на трехмерной решетке \mathbb{Z}^3 . Для любого p из окрестности начала координат найдено разложение в ряд Пуизё собственного значения $E(\mu, p)$ в точке $\mu = \mu(p) \geq 0$. Более того устанавливается асимптотика для $E(\mu, p)$ при $\mu \rightarrow \pm\infty$.

Ключевые слова: обобщенные модели Фридрихса, порог константы связи, гамильтониан, дисперсионное уравнение, пороговый резонанс, пороговое собственное значение не менее 3 ключевых слов (словосочетаний) на русском языке через запятую.

CONVERGENT EXPANSION OF EIGENVALUE OF THE GENERALIZED FRIEDRICHS MODEL

Kurbanov Sh.H.¹, Dustov S.T.²

¹Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan

²Navoi State Pedagogical Institute, Navoi, Uzbekistan

E-mail: ¹kurbanov-shaxzod@mail.ru, ²saiddustov@mail.ru

Abstract. A family $H_\mu(p)$, $\mu \neq 0$, $p \in \mathbb{T}^3$ of the generalized Friedrichs models with the perturbation of rank one, associated to a system of two particles, moving on the three-dimensional lattice \mathbb{Z}^3 is considered. For any p from a neighborhood of the origin, the Puiseux series expansion for eigenvalue $E(\mu, p)$ at the point $\mu = \mu(p) \geq 0$ is found. Moreover, the asymptotics for $E(\mu, p)$ is established as $\mu \rightarrow \pm\infty$.

Keywords and phrases: generalized Friedrichs models, coupling constant threshold, Hamiltonian, dispersion relation, threshold resonance, threshold eigenvalue

Introduction

We consider family of the generalized Friedrichs model $H_\mu(p)$, $\mu \neq 0$, $p \in \mathbb{T}^3$ with rank one perturbation, which is a generalization of the family of two-particle Schrödinger operator $H_\mu(k)$, $k \in \mathbb{T}^3 = (-\pi, \pi]^3$ associated to a system of two arbitrary (identical) quantum mechanical particles moving on the 3 dimensional lattice \mathbb{Z}^3 and interacting via zero-range attractive or repulsive potential.

For two particles it is often convenient to replace local or non-local potentials by zero-range interactions. Since they are zero-range, these interactions can often be replaced by boundary conditions at a point where the separation between two particles vanishes. In either case, zero-range potentials are useful when the details of the interactions at small distances are not critical for the dynamics. The description of Bose condensates is an example in which zero-range interaction are fundamental to

theories of the condensed aggregates [1]. In the celebrated work [2] of Simon and Klaus a family of Schrödinger operators $H = -\Delta + \mu V$ is considered, and a situation occurs where as μ tends to μ_0 some eigenvalue $e_i(\mu)$ tends to 0, i.e., an eigenvalue is absorbed at the threshold of the continuous spectrum, and conversely, as μ tends to $\mu_0 + \varepsilon, \varepsilon > 0$ the continuous spectrum gives birth to a new eigenvalue. This phenomenon in [2] is called a coupling constant threshold.

In [3] the operator $H_\mu(k), k \in \mathbb{T}^d, d \geq 3$ associated with a system of two identical quantum mechanical particles (Bosons) moving on $\mathbb{Z}^d, d \geq 3$ and interacting via a zero-range repulsive potential is considered. For $H_\mu(k)$ the existence of the coupling constant threshold $\mu_0 = \mu_0(k) > 0$ is proved: the operator has no eigenvalue for any $0 < \mu < \mu_0$ but for each $\mu > \mu_0$ it has a unique eigenvalue $E(\mu, k)$ lying above its essential spectrum. Moreover a convergent expansion for the eigenvalue $E(\mu(k))$ at $\mu = \mu_0$ depending on $d \geq 3$ is found.

In [4] for a family of the generalized Friedrichs model $H_\mu(p), \mu > 0, p \in \mathbb{T}^2$ only the existence or absence of a positive coupling constant threshold $\mu = \mu_0(p) > 0$, depending on the parameters of the model, has been proved.

A family $H_\mu(p), \mu > 0, p \in \mathbb{T}^d$ of the generalized Friedrichs models with the local perturbation of rank one, associated to a system of two particles, moving on the d - dimensional lattice \mathbb{Z}^d , was considered in [6-9]. A criterion to existence of a coupling constant threshold $\mu = \mu_0(p) \geq 0$ depending on the parameters of the model was proved in [5, 9]. An absolutely convergent expansion for the unique eigenvalue $E(\mu, p)$ of $H_\mu(p)$ at $\mu(p) = 0$ was found in [8].

In [10] it is studied the existence of eigenvalues of the generalized Friedrichs model $H_\mu(p)$, with a rank-one perturbation, depending on parameters $\mu > 0$ and $p \in \mathbb{T}^2$, and found an absolutely convergent expansions for eigenvalues at $\mu(p)$, the coupling constant threshold. The expansions are highly dependent on that, whether the threshold $m(p)$ of the essential spectrum is: (i) neither an threshold eigenvalue nor a threshold resonance; (ii) a threshold resonance; (iii) a threshold eigenvalue.

In [9] the Generalized Friedrichs model under rank one perturbation is considered. The analytic dependence on the parameters of the eigenvalue and associated eigenfunction is proven. The existence of coupling constant threshold $\mu(p)$ is also found for the operator $H_\mu(p), p \in U_\delta(p_0)$.

In the paper we study the behavior of $E(\mu, p)$ as $\mu \rightarrow +\infty$, and $\mu \rightarrow -\infty$ which is important for investigating the existence of three-particle bound states for the three-particle discrete Schrödinger operator $H_\mu(K), K \in \mathbb{T}^d, d \geq 1$ [6].

Notations and Main Results

We consider the generalized Friedrichs model $H_\mu(p), p \in \mathbb{T}^3$ acting in $L^2(\mathbb{T}^3)$ defined as

$$H_\mu(p) = H_0(p) - \mu V, \quad \mu \neq 0,$$

where $H_0(p), p \in \mathbb{T}^3$ is a multiplication operator by the function $w_p(\cdot) := w(p, \cdot)$:

$$(H_0(p)f)(q) = w_p(q)f(q), \quad f \in L^2(\mathbb{T}^3).$$

and $V: L^2(\mathbb{T}^3) \rightarrow L^2(\mathbb{T}^3)$ is the perturbation operator of the form

$$(Vf)(q) = \varphi(q)(f, \varphi),$$

where (\cdot, \cdot) stands for the inner product in $L^2(\mathbb{T}^3)$.

The perturbation V of $H_0(p)$ is positive operator of rank one. Consequently, by the well-known Weyl theorem [11] on compact perturbations, the essential spectrum of $H_\mu(p)$ satisfies the equalities

$$\sigma_{ess}(H_\mu(p)) = \sigma_{ess}(H_0(p)) = \sigma(H_0(p))$$

and fills the segment $[m(p), M(p)]$ on the real axis, where

$$m(p) = \min_{q \in \mathbb{T}^3} w_p(q), \quad M(p) = \max_{q \in \mathbb{T}^3} w_p(q).$$

Hypotethesis 1. The functions $\varphi(\cdot)$ and $w(\cdot, \cdot)$, used in the definition of the defined operator $H_\mu(p)$ satisfy the following conditions:

(i) the function $\varphi(\cdot)$ is nontrivial and real-analytic on \mathbb{T}^3 ;

(ii) the function $w(\cdot, \cdot)$ is real-analytic on $(\mathbb{T}^3)^2 = \mathbb{T}^3 \times \mathbb{T}^3$ and has a unique non degenerated minimum at $(0,0) \in (\mathbb{T}^3)^2$ and non degenerated maximum at $(p_0, q_0) \in (\mathbb{T}^3)^2$.

Hypothesis 1 implies the existence δ -neighborhood $U_\delta(0) \subset \mathbb{T}^3$ ($U_\delta(p_0) \subset \mathbb{T}^3$) of the point $p = 0 \in \mathbb{T}^3$ ($p = p_0 \in \mathbb{T}^3$) and analytic function $q_0: U_\delta(0) \rightarrow \mathbb{T}^3$ ($q_0: U_\delta(p_0) \rightarrow \mathbb{T}^3$) that for any $p \in U_\delta(0)$ ($p \in U_\delta(p_0)$) the point $q_0(p) \in \mathbb{T}^3$ ($q_0(p_0) \in \mathbb{T}^3$) is a unique non degenerated minimum (maximum) of the function $w_p(\cdot)$.

Remark 1. The parametrical Morse lemma implies that for any $p \in U_\delta(0)$ there exists a map $s = \psi(y, p)$ of the interval $W_\gamma(0) \subset \mathbb{R}^3$ to a neighborhood $U(q_0(p))$ of the point $q_0(p) \in \mathbb{T}^3$ that in $U(q_0(p))$ the function $w_p(\psi(y, p))$ can be represented as

$$w_p(\psi(y, p)) = m(p) + y^2.$$

Here the function $\psi(y, \cdot)$ (resp. $\psi(\cdot, p)$) is analytic in $U_\delta(0)$ (resp. $W_\gamma(0)$) and $\psi(0, p) = q_0(p)$. Moreover, the Jacobian $J(\psi(y, p))$ of the mapping $s = \psi(y, p)$ is analytic in $W_\gamma(0)$ and positive, i.e. $J(\psi(y, p)) > 0$ for all $p \in U_\delta(0)$ and for all $y \in W_\gamma(0)$.

In the next theorem, we recall, the existence criterion of a unique eigenvalue of $H_\mu(p)$ $p \in U_\delta(0)$ ($p \in U_\delta(p_0)$) below $m(p)$, (upper $M(p)$). We define the following numbers:

$$\mu_1(p) = \left(\int_{\mathbb{T}^3} \frac{\varphi^2(q) dq}{w_p(q) - m(p)} \right)^{-1} > 0, \quad \mu_2(p) = \left(\int_{\mathbb{T}^3} \frac{\varphi^2(q) dq}{M(p) - w_p(q)} \right)^{-1} > 0.$$

Theorem 1. Assume Hypothesis 1. Then for any fixed $p \in U_\delta(0)$ ($p \in U_\delta(p_0)$), the operator $H_\mu(p)$ has a unique eigenvalue $E(\mu, p)$ below $m(p)$ (upper $M(p)$) if and only if $\mu > \mu_1(p)$ ($\mu < -\mu_2(p)$).

Theorem 2. Assume Hypothesis 1. Then for any fixed $p \in U_\delta(0)$. μ tends to $\mu_1(p)$ iff $E(\mu, p)$ approaches to the threshold $m(p)$. Moreover, for sufficiently small and positive $\mu - \mu_1(p)$ the eigenvalue $E(\mu, p)$ has the following absolutely convergent expansions:

If $\varphi(q_0(p)) \neq 0$, then $E(\mu, p)$ represents as the following convergent Taylor series expansion

$$E(\mu, p) = m(p) - \left(\sum_{n=1}^{\infty} a_n(p) [\mu - \mu_1(p)]^n \right)^2,$$

where $a_n(p), n = 1, 2, \dots$ is real numbers with

$$a_1(p) = \left[\frac{\pi \varphi^2(q_0(p)) J(q_0(p)) \mu_1^2(p)}{2} \right]^{-1} > 0, \quad J(q_0(p)) > 0.$$

The theorem gives a following corollary

Corollary 1. Assume Hypothesis 1. Then for any fixed $p \in U_\delta(0)$ for $E(\mu, p)$ the following asymptotic relation holds :

If $\varphi(q_0(p)) \neq 0$. Then

$$E(\mu, p) = m(p) - \left[\frac{\pi \varphi^2(q_0(p)) J(q_0(p)) \mu_1^2(p)}{2} \right]^{-2} [\mu - \mu_1(p)]^2 + O([\mu - \mu_1(p)]^3),$$

$$\mu \rightarrow \mu_1(p).$$

Theorem 3. For any $p \in U_\delta(0)$ ($p \in U_\delta(p_0)$) the function $E(\mu, p)$ has the asymptotics

$$E(\mu, p) = -\|\varphi\|^2 \mu + E^{(1)}(\mu, p) \text{ as } \mu \rightarrow -\infty (\mu \rightarrow +\infty),$$

where $E^{(1)}(\mu, p) = O(1)$ uniformly in $U_\delta(0)$, as $\mu \rightarrow -\infty (\mu \rightarrow +\infty)$.

Corollary 2. The following asymptotics holds

$$\inf_p E(\mu, p) = -\|\varphi\|^2 \mu + E^{(2)}(\mu), \text{ as } \mu \rightarrow -\infty (\mu \rightarrow +\infty).$$

where $E^{(2)}(\mu) = O(1)$, as $\mu \rightarrow -\infty (\mu \rightarrow +\infty)$.

References

1. Macek J.H. Mutiparticle interactions of zero-range potentials // Few-Body Systems. 2009. V.45. P. 207–210.
2. Klaus M., Simon B. Coupling constant thresholds in non-relativistic quantum mechanics. I. Short-range two-body case // Ann. Physics. 1980. V.130. № 2. P. 251–281.
3. Lakaev S.N., Holmatov Sh.Yu. Asymptotics of Eigenvalues of a two-particle Schrödinger operators on lattices with zero range interaction // J. Phys. A: Math. Theor. 2011. V. 44. № 13. P. 135304.
4. Lakaev S., Ibrahim A., Kurbanov Sh. Threshold effects for the Generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one // Abstract and Applied Analysis. 2012. V. 14. № 4. P 180953.
5. Lakaev S.N., Khalkhuzhaev A.M., Lakaev Sh.S. Asymptotic behavior of an eigenvalue of the two-particle discrete Schrödinger operator // Theor. and Math. Phys. 2022. V. 171. № 3. P. 800–811.
6. Lakaev S., Ibrahim A., Kurbanov Sh. Threshold effects for the Generalized Friedrichs model with the perturbation of rank one // Abstract and Applied Analysis. 2012. V. 14. № 4. P. 180953.
7. Lakaev S.N., Dustov S.T. The eigenvalues of the generalized Friedrichs model // Uzbek mathematical journal. 2012. V.4.

8. *Lakaev S., Darus M., Kurbanov Sh.* Puiseux series expansion for an eigenvalue of the generalized Friedrichs model with perturbation of rank one // J. Phys. A: Math. Theor. 2013. V. 46. № 20. P. 205304.

9. *Lakaev S.N., Darus M., Dustov S.T.* Threshold phenomenon for a family of the Generalized Friedrichs models with the perturbation of rank one // Ufa Mathematical Journal. 2019. V. 11. № 4. P. 1–11.

10. *Lakaev S.N., Kurbanov Sh.Kh., Alladustov Sh.U.* Convergent expansions of eigenvalues of the generalized Friedrichs model with a rank-one perturbation // Complex Analysis and Operator Theory. 2021. V. 15. № 121.

11. *Reed M., Simon B.* Methods of modern mathematical physics. IV. Analysis of operators. N.Y.: Academic Press, 1978.

ЗАДАЧА КОШИ ДЛЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА

Маликов З.

*Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова,
Самарканд, Узбекистан*

e-mail: ziyadillo@internet.ru

Аннотация. В данной работе рассматриваются задачи Коши для эллиптических систем дифференциальных уравнений первого порядка в ограниченных областях. Задача Коши для системы эллиптического типа является некорректно поставленной задачей, т.е. задача является неустойчивой. Строится в явном виде регуляризованное решение задачи Коши с использованием матрицы Карлемана.

Ключевые слова: системы уравнений, эллиптические системы, функции и матрицы Карлемана, задачи Коши.

THE CAUCHY PROBLEM FOR FIRST ORDER ELLIPTIC SYSTEMS

Malikov Z.

Samarkand State University named after Sh. Rashidova, Samarkand, Uzbekistan

e-mail: ziyadillo@internet.ru

Abstract. In this paper, we consider Cauchy problems for elliptic systems of first-order differential equations in bounded domains. The Cauchy problem for an elliptic type system is an ill-posed problem, i.e. the task is unstable. An explicit regularized solution of the Cauchy problem is constructed using Carleman matrices.

Keywords: systems of equations, elliptic systems, Carleman functions and matrices, Cauchy problems.

В данной работе рассматривается решение задачи Коши для систем эллиптического типа первого порядка с постоянными коэффициентами в ограниченной области.

Задача Коши для системы эллиптического типа является некорректно поставленной задачей, т.е. задача является неустойчивым. Если сузить класс существования решение до компакта, тогда задача превращается к условно-корректным задачам. Тогда нужно построить решение зависящий от параметра,

при которых стремление параметра на бесконечности, оно стремится к точным решением.

Интегральная формула является основным аппаратом решение многих математических задачах. В работе [2] доказывается интегральная формула для систем эллиптического типа первого порядка в ограниченной области. Ш. Ярмухамедовым [3] доказана интегральная формула для растущих гармонических функций в неограниченной области

Введем следующие обозначения:

$$x = (x_1, x_2, x_3), y = (y_1, y_2, y_3), r = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2 + (y_3 - x_3)^2},$$

$$x^1 = (x_1, x_2), y^1 = (y_1, y_2), \alpha = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2}, \omega = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3$$

$$u(x) = (u_1(x), u_2(x), \dots, u_n(x))^T, n \geq 3, \frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3} \right)^T,$$

$E(x)$ – диагональная матрица размерности $n \times n$, $u^0 = (1, 1, \dots, 1)$ – n -мерный вектор.

Через $A_{l \times n}(x^T), l \geq 3, n \geq 3$ обозначим класс матриц $D(x^T) \in A_{l \times n}(x^T)$, элементы которых состоят из линейной функции с комплексной коэффициентами, удовлетворяющей условию $D^*(x^T)D(x^T) = E(|x|^2 + \lambda)u^0$, где $D^*(x^T)$ – эрмитово сопряжение к матрице $D(x^T)$.

Пусть область G является ограниченной областью с кусочно-гладкой границей, которая состоит из части плоскости $y_3 = 0$ и гладкой поверхности S , лежащей в пространстве $y_3 > 0$.

В области G рассматриваем систему дифференциальных уравнений вида

$$D \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) u(x) = 0, x \in G, \tag{1}$$

где $D(x) \in A_{l \times n}(x^T)$.

Если $u(x) = C^1(G) \cap C(\bar{G})$ удовлетворяет системе (1) в области G , тогда верна следующая интегральная формула

$$u(x) = \int_{\partial G} M(x, y) u(y) ds_y, x \in G,$$

где

$$M(x, y) = \left(E \left(\frac{C_3 \cos \lambda r}{r} \right) D^* \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) \right) D(t^T), C_3 = \frac{1}{4\pi}.$$

Пусть функция $K(w), w = u + iv$ – целая функция, вещественная при вещественном аргументе, удовлетворяющая условию

$$\sup_{v \geq 1} |v^p K^p(w)| = M(p, u) < \infty, p = 0, 1, 2, 3, K(u) \neq 0.$$

Тогда функцию $\Phi_\sigma(y, x)$ определим следующим образом:

$$\Phi_\sigma(y, x) = \frac{1}{4\pi K(x_3)} \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{K(w)}{w - x_3} \frac{\cos \lambda u du}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}. \quad (2)$$

В [3] показано, что функция $\Phi_\sigma(y, x)$ представима в виде $\Phi_\sigma(y, x) = \frac{\cos \lambda r}{4\pi r} + g_\sigma(y, x)$.

Интегральная формула верна, если вместо $\frac{\cos \lambda r}{4\pi r}$ подставить функцию $\Phi_\sigma(y, x)$.

Через S обозначим часть границы области G . Рассматриваем задачу Коши в постановке М.М. Лаврентьева [1].

Пусть вектор функция $u(y)$ из класса $u(x) = C^1(G) \cap C(\bar{G})$ удовлетворяет системе (1) в области G_ρ , и задано значение вектор функция $u(y)$ на S , т.е. $u(y)|_S = f(y), y \in S$. Требуется восстановление вектор-функции в области G .

Для решения данной задачи Коши в формуле (5) $K(w)$ выбираем следующим образом: $K(w) = \exp \sigma w^2$, тогда функция $\Phi_\sigma(y, x)$ имеет вид:

$$\Phi_\sigma(y, x) = \frac{1}{4\pi \exp \sigma x_3^2} \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{\exp \sigma w^2 \cos \lambda u du}{(w - x_3) \sqrt{u^2 + \alpha^2}},$$

Введем следующее обозначение

$$u_\sigma(x) = \int_S M(x, y) u(y) ds_y, x \in G.$$

Верна следующая теорема.

Теорема. Если вектор-функция $u(y)$ из класса $u(x) = C^1(G) \cap C(\bar{G})$ удовлетворяет системе (1) в области G , на части границы области $y_3 = 0$, выполняется неравенство $|u(y)| \leq 1$, то верно следующее неравенство:

$$|u(x) - u_\sigma(x)| \leq C_1(x) \sigma \exp(-\sigma x_3^2), x \in G$$

$$\left| \frac{\partial u(x)}{\partial x_i} - \frac{\partial u_\sigma(x)}{\partial x_i} \right| \leq C_2(x) \sigma^2 \exp(-\sigma x_3^2), x \in G, i = 1, 2, 3.$$

Таким образом, в работе рассмотрены задачи Коши для эллиптических систем дифференциальных уравнений первого порядка в ограниченных областях. Построено в явном виде регуляризованное решение задачи Коши с использованием матрицы Карлемана.

Список литературы

1. Лаврентьев М. М. О некоторых некорректных задачах математической физики // Новосибирск: Изд. СО.АН. СССР, 1962.

2. *Тарханов Н. Н.* Некоторые вопросы многомерного комплексного анализа // Красноярск: Ин-т физики АН СССР, 1980. С. 147–160.

3. *Ярмухамедов Ш.* О продолжении решения уравнения Гельмгольца // ДАН. 1997. Т.357. №3. С. 320–323.

ЧАСТИЧНО-ИЗОСПЕКТРАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ ШТУРМА–ЛИУВИЛЛЯ НА КОНЕЧНОМ ОТРЕЗКЕ

Мирзаев О.Э.¹, Суванова М.²

^{1,2} *Самаркандский государственный университет им. Ш.Рашидова,
Самарканд, Узбекистан*

e-mail: ¹olim-mirzae@mail.ru, ²suvonovamadina1999@gmail.com

Аннотация. Настоящая работа посвящена обратной спектральной задаче об описании всех граничных задач Штурма–Лиувилля на конечном отрезке с одним и тем же спектром. Такие граничные задачи называются изоспектральными. Они были изучены в работах E.L.Isaacson, H.P.McKean, B.E.Dahlberg, E.Trubowitz. В настоящее время имеются разные методы решения обратных спектральных задач: метод оператора преобразования, т.е. метод Гельфанда–Левитана, метод спектральных отображений, метод эталонных моделей и другие. В.А.Марченко показал, что оператор Штурма–Лиувилля на конечном отрезке определяется однозначно по его собственным значениям и последовательности нормирующих констант, т.е. по спектральной функции. При построении изоспектральных граничных задач Штурма–Лиувилля с заданным спектром нами использован метод Гельфанда–Левитана. И.М.Гельфандом и Б.М.Левитаном были найдены необходимые и достаточные условия восстановления граничных задач Штурма–Лиувилля по их спектральным функциям. Этот метод основан на восстановлении потенциала и граничных условий по спектральным данным с помощью интегрального уравнения Фредгольма второго рода с параметрами. Основным результатом работы является алгоритм, восстановления семейства краевых задач Штурма–Лиувилля, спектры которых удовлетворяют заданным условиям.

Ключевые слова: задача Штурма–Лиувилля, интегральное уравнение, нормирующие константы, собственные значения.

PARTIALLY-ISOSPECTRAL STURM–LIOUVILLE OPERATORS ON A FINITE INTERVAL

Mirzaev O.E.¹, Suvanova M.²

^{1,2} *Samarkand State University named after Sh. Rashidova, Samarkand, Uzbekistan*
e-mail: ¹olim-mirzaev@mail.ru, ²suvonovamadina@gmail.com

Abstract. This paper is devoted to the inverse spectral problem of describing all Sturm-Liouville boundary value problems on a finite interval with the same spectrum. Such boundary value problems are called isospectral and were studied in the works of E.L.Isaacson, H.P.McKean, B.E.Dahlberg, E.Trubowitz. At present, there are different methods for solving inverse spectral problems: the transformation operator method i.e. the Gelfand-Levitan method, the method of spectral mappings, the method of reference models, and others. V.A. Marchenko showed that the Sturm-Liouville operator on a finite interval is uniquely

determined by its eigenvalues and the sequence of normalizing constants, i.e. by the spectral function. When constructing isospectral Sturm-Liouville boundary value problems with a given spectrum we used the Gelfand-Levitan method. I.M. Gelfand and B.M. Levitan found necessary and sufficient conditions for restoring Sturm-Liouville boundary value problems from their spectral functions. This method is based on reconstructing the potential and boundary conditions from spectral data using the Fredholm integral equation of the second kind with parameters. The main result of the work is an algorithm for restoring the family of Sturm-Liouville boundary value problems, whose spectra satisfy the given conditions.

Keywords: Sturm-Liouville problem, integral equation, normalizing constants, eigenvalues.

1. Введение

Определение 1.1. Краевые задачи Штурма-Лиувилля

$$L^0 y \equiv -y'' + q_0(x) = \lambda y, (0 < x < \pi), y(0) = 0, y'(\pi) + H_0 y(\pi) = 0 \quad (1)$$

и

$$Ly \equiv -y'' + q(x) = \lambda y, (0 < x < \pi), y(0) = 0, y'(\pi) + Hy(\pi) = 0 \quad (2)$$

называются изоспектральными, если они имеют одинаковые собственные значения, т.е. $\sigma(L) = \sigma(L^0) = \{\lambda_n^0, n \geq 0\}$.

Определение 1.2. Краевые задачи (1) и (2) называются частично-изоспектральными, если их собственные значения удовлетворяет условиям

$$\lambda_n \neq \lambda_n^0 \text{ при } n = \overline{0, n_0 - 1}; \lambda_n = \lambda_n^0 \text{ при } n = \overline{n_0, \infty},$$

где $n_0 \in \mathbb{N}$ некоторые натуральные число.

Здесь $q_0(x), q(x) \in C[0, \pi]$ - действительная непрерывная функция на отрезке $[0, \pi]$, H_0 и H конечные действительные числа.

2. Некоторые сведения об обратной спектральной задаче

Рассмотрим следующую граничную задачу

$$L(q(x), \infty, H) \equiv -y'' + q(x)y = \lambda y, (0 < x < \pi) \quad (3)$$

$$y(0) = 0, \quad (4)$$

$$y'(\pi) + Hy(\pi) = 0, \quad (5)$$

где $q(x) \in C[0, \pi]$, λ - спектральный параметр.

Обозначим через $\varphi(x, \lambda)$ решение уравнения (3), удовлетворяющее начальным условиям

$$\varphi(0, \lambda) = 0, \varphi'(0, \lambda) = 1. \quad (6)$$

Хорошо известно [3], что решение $\varphi(x, \lambda)$ задачи (3), (6) существует, единственно и для каждого фиксированного $x \in [0, \pi]$ является целой функцией по λ . Кроме того, имеет место интегральное представление

$$\varphi(x, \lambda) = \frac{\sin \sqrt{\lambda} x}{\sqrt{\lambda}} + \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \int_0^x K(x, t) \sin \sqrt{\lambda} t dt, \quad (7)$$

$$K(x, x) = \frac{1}{2} \int_0^x q(t) dt. \quad (8)$$

Очевидно, что $\varphi(x, \lambda)$ при любом λ удовлетворяет граничному условию (4). Поэтому собственные значения $\lambda_n, n = 0, 1, \dots$ задачи (3)–(5) суть корни уравнения

$$\Delta(\lambda) \equiv \varphi'(\pi, \lambda) + H\varphi(\pi, \lambda) = 0, \quad (9)$$

а соответствующая собственная функция $\varphi(x, \lambda_n), n = 0, 1, \dots$. Положим

$$\alpha_n = \int_0^\pi \varphi^2(x, \lambda_n) dx. \quad (10)$$

Числа α_n называются нормировочными числами граничной задачи (3)–(5). Набор чисел $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$ будем называть в дальнейшем спектральными данными задачи (3)–(5).

Теорема 2.1 [3]. Для спектральных данных $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$ задачи (3)–(5) справедливы равенства

$$\sqrt{\lambda_n} = n + \frac{1}{2} + \frac{c}{(n+\frac{1}{2})\pi} + \frac{\gamma_n}{n}, \{\gamma_n\} \in l_2, \alpha_n = \frac{\pi}{2(n+\frac{1}{2})^2} + \frac{\beta_n}{n^3}, \{\beta_n\} \in l_2, \quad (11)$$

$$c = H + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} q(t) dt. \quad (12)$$

Хорошо известно, что собственные функции, соответствующие различным собственным значениям, ортогональны и для произвольных функций $f(x) \in L_2(0, \pi)$ имеет место

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n} \left(\int_0^{\pi} f(t) \varphi(t, \lambda_n) dt \right) \varphi(x, \lambda_n). \quad (13)$$

Отсюда получим символическое равенство

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi(t, \lambda_n) \varphi(x, \lambda_n)}{\alpha_n} = \delta(t - x), \quad (14)$$

где $\delta(x)$ – дельта-функция Дирака. В частности, при $q(x) = 0, H = 0$ имеем

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\sin(n+1/2)t \sin(n+1/2)x}{\alpha_n^0} = \delta(t - x), \quad (15)$$

где

$$\alpha_n^0 = \frac{\pi}{2(n+\frac{1}{2})^2}, n \geq 0. \quad (16)$$

Теорема 2.2. (В.А.Марченко, [1]). Потенциал $q(x)$ и коэффициент H краевой задачи (3)–(5) определяется однозначно по спектральным данным $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$.

Лемма 2.1. Имеет место тождество

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\varphi(x, \lambda_n)}{\alpha_n} \cdot \frac{\sin \sqrt{\lambda_n} t}{\sqrt{\lambda_n}} = 0, 0 < t < x. \quad (17)$$

Теорема 2.3. (И.М.Гельфанд, Б.М.Левитан, [2]). Ядро $K(x, t)$ оператора преобразования (7), удовлетворяет интегральному уравнению

$$K(x, t) + F(x, t) + \int_0^x K(x, s) F(s, t) ds = 0, 0 < t < x, \quad (18)$$

где

$$F(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\alpha_n} \cdot \frac{\sin \sqrt{\lambda_n} x \sin \sqrt{\lambda_n} t}{\lambda_n} - \frac{1}{\alpha_n^0} \cdot \frac{\sin(n+1/2)t \sin(n+1/2)x}{(n+1/2)^2} \right\}. \quad (19)$$

Теорема 2.4. (И.М.Гельфанд, Б.М.Левитан, [2]). Для того чтобы последовательность вещественных чисел $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$ была спектральным данным некоторой граничной задачи вида (3)–(5) с потенциалом $q(x) \in L_2(0, \pi)$ необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия (11)–(12).

Пусть $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^{\infty}$ удовлетворяют условиям (11)–(12). Построим функцию $F(x, t)$ по формуле (19). и рассмотрим семейство интегральных уравнений (18) относительно $K(x, t)$.

Теорема 2.5. (И.М.Гельфанд, Б.М.Левитан, [2]) При каждом фиксированном $x \in (0, \pi)$ интегральное уравнение (18) имеет единственное решение $K(x, t) = K_x(t)$.

Решая уравнение (18) находим $K(x, t)$, далее определим функцию $\varphi(x, \lambda)$ по формуле (7). Тогда функция $\varphi(x, \lambda)$ удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$-\varphi'' + q(x)\varphi = \lambda\varphi, 0 < x < \pi, \quad (20)$$

и начальным условиям

$$\varphi(0, \lambda) = 0, \varphi'(0, \lambda) = 1, \quad (21)$$

где

$$q(x) = 2 \frac{d}{dx} K(x, x). \quad (22)$$

При этом постоянная H в граничном условии (5) определяется из равенства

$$c = H + \frac{1}{2} \int_0^\pi q(t) dt. \quad (23)$$

3. Алгоритм восстановления частично-изоспектральных граничных задач.

Теорема 3.1. Пусть пара $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^\infty$ последовательности действительных чисел удовлетворяет следующим условиям

$$\lambda_0 = -a^2, \lambda_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)^2, n \geq 1, \alpha_n = \frac{\pi}{2(n+\frac{1}{2})^2}, n \geq 0. \quad (24)$$

Тогда эта пара является спектральными данными некоторой граничной задачи Штурма-Лиувилля вида $L(q(x, a), \infty, H(a)) = L(a)$.

Доказательство. Легко заметить, что последовательность $\{\lambda_n, \alpha_n\}_{n=0}^\infty$, определенная равенствами (24), удовлетворяет условиям (11) и (12). Поэтому существует единственная краевая задача вида $L(q(x, a), \infty, H(a)) = L(a)$. Далее находим коэффициенты следующие граничных задач

$$L(a) \equiv -y'' + q(x, a)y = \lambda y, (0 < x < \pi), \quad (25)$$

$$y(0) = 0, y'(\pi) + H(a)y(\pi) = 0. \quad (26)$$

Сначала определим $F(x, t)$ по формулам (19) и равенствами (24)

$$F(x, t) = \frac{1}{2a^2\pi} shaxshat - \frac{2}{\pi} \sin \frac{x}{2} \sin \frac{t}{2}. \quad (27)$$

Затем, подставляя (27) в интегральное уравнение (18), получим

$$K(x, t) = -\frac{shat}{2a^2\pi} f(x) + \frac{2}{\pi} g(x) \sin \frac{t}{2} \quad (28)$$

где

$$f(x) = shax + \int_0^x K(x, t)shatdt, g(x) = \sin \frac{x}{2} + \int_0^x K(x, t) \sin \frac{t}{2} dt. \quad (29)$$

Подставляя выражение (29) в формулу (28), имеем

$$f(x) = shax - \frac{f(x)}{2a^2\pi} \int_0^x sh^2atdt + \frac{2g(x)}{\pi} \int_0^x shatsin \frac{t}{2} dt, \quad (30)$$

$$g(x) = \sin \frac{x}{2} - \frac{f(x)}{2a^2\pi} \int_0^x shatsin \frac{t}{2} dt + \frac{2g(x)}{\pi} \int_0^x \sin^2 \frac{t}{2} dt \quad (31)$$

и

$$f(x) = \frac{4a^4\pi\{(1+4a^2)(\pi-x)+(4a^2-1)\sin x\}shax+4a(1-\cos x)chax}{(1+4a^2)F(x)}, \quad (32)$$

$$g(x) = \frac{a\pi\{(1+4a^2)(8a^3\pi-2xa)\sin \frac{x}{2}+(1-4a^2)\sin \frac{x}{2}sh2ax+4a\cos \frac{x}{2}\}(ch2ax-1)}{2(1+4a^2)F(x)}, \quad (33)$$

где

$$F(x) = \frac{a}{2}(4a^3\pi + sh2ax - 2ax)(\pi - x + \sin x) + \frac{16a^2(2achax\sin \frac{x}{2} - shax\cos \frac{x}{2})}{(1+4a^2)^2}. \quad (34)$$

Из формулы (32), (33) и в вышеуказанных формулах (28), полагая $t = x$, определяем $K(x, x)$

$$K(x, x) = \frac{a}{2(1+4a^2)F(x)} \{[(1+4a^2)(8a^3\pi - 2xa) + (1-12a^2)sh2ax](1 - \cos x) + 2a[(3-4a^2)\sin x - (1-4a^2)(\pi - x)](ch2ax - 1)\}.$$

Из формулы (28) и (22), определяем $q(x, a)$

$$q(x, a) = 2K'(x, x) = 2 \left(-\frac{shax}{2a^2\pi} f(x) + \frac{2}{\pi} g(x) \sin \frac{x}{2} \right)'. \quad (35)$$

Из второго граничного условия (26) находим

$$H(a) = -\int_0^\pi K'(t, t) dt. = -K(\pi, \pi) = \frac{(1+4a^2)[2a\pi(1-16a^4) + (12a^2-1)sh2a\pi]}{32a^3ch^22a\pi}. \quad (36)$$

Таким образом, мы построили семейство граничных задач Штурма-Лиувилля, собственные значения которых совпадают с заданными числами $\sigma(L(a)) = \left\{ \lambda_0 = -a^2, \lambda_n = \left(n + \frac{1}{2} \right)^2, n \geq 1 \right\}$.

Список литературы

1. Марченко В.А. Некоторые вопросы теории дифференциального оператора второго порядка // Труды ММО. 1952. Т. 1. С. 327–420.
2. Гельфанд И.М., Левитан Б.М. Об определении дифференциального уравнения по его спектральной функции. // Изв. АН СССР, сер. матем. 1951. Т. 15. № 4. С. 309–360.
3. Левитан Б.М., Саргсян И.С. Операторы Штурма-Лиувилля и Дирака. М.: Наука, 1988.
4. Isaacson E.L., Trubowitz E. The inverse Sturm-Liouville problem I // Comm. Pure Appl. Math. 1983. V. 36. P.767–783.
5. Isaacson E.L., McKean H.P., Trubowitz E. The inverse Sturm-Liouville problem II // Comm. Pure Appl. Math. 1984. V. 37. P. 1–11.
6. Dahlberg B.E., Trubowitz E. The inverse Sturm-Liouville problem III // Comm. Pure Appl. Math. 1984. V.37. P. 255–267.
7. Poschel J., Trubowitz E. Inverse spectral theory. New York: Academic Press, 1987.
8. Савчук А.М., Шкаликов А.А. О свойствах отображений, связанных с обратными задачами Штурма-Лиувилля. // Тр. МИАИ. 2002. Т. 260. С. 227–247.
9. Юрко В.А. Введение в теорию обратных спектральных задач. М.: Физматлит, 2007, 284 с.
10. Jodeit M., Levitan B.M. The isospectrality problem for the classical Sturm-Liouville equation // Advances in differential equations. 1997. V.2. № 2. P. 297–318.
11. Ashrafyan Y.A., Harutyunyan T.N. Inverse Sturm-Liouville problems with fixed boundary conditions. // Electronic Journal of differential equations. 2015. V. 2015. № 27. P. 1–8.
12. Алимов Ш. А. О работах А.Н.Тихонова по обратным задачи для уравнения Штурма-Лиувилля // УМН. 1976. Т. 6. № 192. С.84–88.
13. Амбарцумян В. А. Über eine Frage Eigenwerttheorie // Zeitschr, für Physik. 1929. V. 53. P. 690–695.
14. Мирзаев О. Э., Хасанов А. Б. О семейства изоспектральных краевых задач Штурма-Лиувилля // Уфимский математический журнал. 2020. Т. 12. № 2. С. 28–34.
15. Мирзаев О.Э., Муродов Ф.М. Изоспектральные операторы Штурма-Лиувилля на конечном отрезке // Научный вестник СамГУ. 2020. № 3. Вып. 121. С. 50–55.

16. *Мирзаев О.Э.* Изоспектральные операторы Штурма–Лиувилля на конечном отрезке // Научный вестник СамГУ. 2020. № 5. Вып. 123. С. 60–64.

17. *Мирзаев О.Э., Суванова М.* Частично-изоспектральные операторы Штурма–Лиувилля на конечном отрезке // II Международный форум Математические методы и модели в высокотехнологичном производстве”. 2022. С. 23–27.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ ДЕФОКУСИРУЮЩЕГО НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ШРЁДИНГЕРА С НАГРУЖЕННЫМ ЧЛЕНОМ

Муминов У.Б.¹, Мажидова С.Р.²

^{1,2}*Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова,
Самарканд, Узбекистан*

e-mail: ¹umuminov153@gmail.com, ²oss69867274@gmail.com

Аннотация. Метод обратной спектральной задачи применяется для интегрирования дефокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера (ДНУШ) с дополнительными членами в классе периодических бесконечнозонных функций. Выводится эволюция спектральных данных периодического оператора Дирака, коэффициенты которого являются решением задачи Коши для ДНУШ с дополнительным членом. В работе предлагается алгоритм построения решения задачи Коши с помощью обратной спектральной задачи для оператора Дирака.

Ключевые слова: Дефокусирующее нелинейное уравнение Шредингера (ДНУШ), оператор Дирака, спектральные данные, система уравнений Дубровина, формулы следов.

INTEGRATION OF THE DEFOCUSING NONLINEAR SCHRÖDINGER EQUATION WITH A LOADED TERM

Muminov U.B.¹, Majidova S.R.²

^{1,2}*Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan*

e-mail: ¹umuminov153@gmail.com, ²oss69867274@gmail.com

Abstract. The inverse spectral problem method is used to integrate the defocusing nonlinear Schrödinger equation (DNSE) with additional terms in the class of periodic infinite-gap functions. The evolution of the spectral data of the periodic Dirac operator is derived, the coefficients of which are the solution of the Cauchy problem for the DNSE with an additional term. The paper proposes an algorithm for constructing a solution to the Cauchy problem using the inverse spectral problem for the Dirac operator.

Keywords: Defocusing nonlinear Schrödinger equation (DNSE), Dirac operator, spectral data, Dubrovin's system of equations, trace formulas.

В данной работе рассматривается задача Коши для дефокусирующего нелинейного уравнения Шредингера (ДНУШ) с нагруженными членами вида

$$\begin{cases} p_t = -q_{xx} + 2q(p^2 + q^2) + q(x_0, t)p_x \\ q_t = p_{xx} + 2p(p^2 + q^2) + q(x_0, t)q_x \end{cases} \quad (1)$$

при начальных условиях

$$p(x, t)|_{t=0} = p_0(x), q(x, t)|_{t=0} = q_0(x) \quad (2)$$

в классе действительных бесконечнозонных π -периодических по x функций:

$$\begin{aligned} p(x + \pi, t) = p(x, t), q(x + \pi, t) = q(x, t), x_0, x \in R, t \geq 0, \\ p(x, t), q(x, t) \in C_x^2(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0). \end{aligned} \quad (3)$$

В данной статье предлагается алгоритм построения решения $p(x, t), q(x, t), x \in R, t > 0$, задачи (1) – (3), с помощью обратной спектральной задачи для оператора Дирака:

$$L(\tau, t)y \equiv B \frac{dy}{dx} + \Omega(x + \tau, t)y = \lambda y, \quad x, \tau \in R, \quad t > 0, \quad (4)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \Omega(x, t) = \begin{pmatrix} p(x, t) & q(x, t) \\ q(x, t) & -p(x, t) \end{pmatrix}, y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Обозначим через $c(x, \lambda, \tau, t) = (c_1(x, \lambda, \tau, t), c_2(x, \lambda, \tau, t))^T$ и $s(x, \lambda, \tau, t) = (s_1(x, \lambda, \tau, t), s_2(x, \lambda, \tau, t))^T$ решения уравнения (4) с начальными условиями $c(0, \lambda, \tau, t) = (1, 0)^T$ и $s(0, \lambda, \tau, t) = (0, 1)^T$. Функция $\Delta(\lambda, \tau, t) = c_1(\pi, \lambda, \tau, t) + s_2(\pi, \lambda, \tau, t)$ называется функцией Ляпунова для уравнения (4).

Корни уравнений $\Delta(\lambda, \tau, t) = \pm 2$ обозначим через $\lambda_n(\tau, t)$, она совпадает с собственными значениями периодической и антипериодической задач $y(0, \tau, t) = \pm y(\pi, \tau, t)$ для уравнения (4).

Теперь рассмотрим задачу Дирихле

$$y_1(0, \tau, t) = 0, y_1(\pi, \tau, t) = 0 \quad (5)$$

для уравнения (4). Первая компонента вектор-функции $s(x, \lambda, \tau, t)$ удовлетворяет первому граничному условию (5), подставляя его во второе граничное условие, получим $s_1(\pi, \lambda, \tau, t)$. Решая его относительно λ , находим собственные значения $\xi_n = \xi_n(\tau, t), n \in Z$, задачи Дирихле (4), (5). Обозначим через $\sigma_n(\tau, t)$ знак: $\sigma_n(\tau, t) = \text{sign}\{s_2(\pi, \xi_n, \tau, t) - c_1(\pi, \xi_n, \tau, t)\}$.

Множество $\{\xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t), n \in Z\}$, называется спектральными параметрами, а набор $\{\lambda_n(\tau, t), \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t), n \in Z\}$ - спектральными данными оператора $L(\tau, t)$. Восстановление коэффициента $\Omega(x, t)$ оператора $L(\tau, t)$ по спектральным данным называется обратной задачей. Коэффициент $\Omega(x, t)$ – оператора $L(\tau, t)$ определяется однозначно по спектральным данным $\{\lambda_n(\tau, t), \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t), n \in Z\}$. Теперь с помощью начальной функций, $q_0(x + \tau), \tau \in R$, построим оператор Дирака вида $L(\tau, 0)y = \lambda y, x, \tau \in R$. Решая прямую задачу, находим спектральные данные $\{\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau), n \in Z\}$ оператора $L(\tau, t)$. Отсюда следует, что $\xi_n^0(\tau + \pi) = \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau + \pi) = \sigma_n^0(\tau), n \in Z$.

Основной результат настоящей работы содержится в следующей теореме.

Теорема. Пусть пара $p(x, t), q(x, t), x \in R, t > 0$, является решением задачи Коши (1)-(3). Тогда спектральные данные $\{\lambda_n(\tau, t), \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t), n \in Z, \tau \in R\}$ оператора $L(\tau, t)$ удовлетворяют аналогу системы уравнений Дубровина:

$$1) \frac{\partial \lambda_n(\tau, t)}{\partial t} = 0, \lambda_n(\tau, 0) = \lambda_n, n \in Z,$$

$$2) \frac{\partial \xi_n(\tau, t)}{\partial t} = 2(-1)^n \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi) \{q^2(\tau, t) + q_\tau(\tau, t) + [p(\tau, t) + \xi_n(\tau, t)]^2 + \xi_n^2(\tau, t) - q(x_0, t)[p(\tau, t) + \xi_n(\tau, t)]\} \quad (6)$$

где

$$h_n(\xi(\tau, t)) = \sqrt{(\xi_n(\tau, t) - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n(\tau, t))} \times \sqrt{\prod_{k=-\infty, k \neq n}^{\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n(\tau, t))(\lambda_{2k} - \xi_n(\tau, t))}{(\xi_k(\tau, t) - \xi_n(\tau, t))^2}}. \quad (7)$$

Знаки, $\sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \in Z$ меняются при каждом столкновении точки $\xi_n(\tau, t), n \in Z$, с границами своей лакуны $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$. Кроме того, выполняются следующие начальные условия:

$$\xi_n(\tau, t) \Big|_{t=0} = \xi_n^0(\tau), \quad \sigma_n(\tau, t) \Big|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau), \quad n \in Z. \quad (8)$$

Следствие 1. Учитывая формулы следов

$$p(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\lambda_{2k-1} + \lambda_{2k}}{2} - \xi_k(\tau, t) \right),$$

$$q(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^{k-1} \sigma_k(\tau, t) h_k(\xi(\tau, t)), \quad (9)$$

$$q^2(\tau, t) + q_\tau(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \left(\frac{\lambda_{2k-1}^2 + \lambda_{2k}^2}{2} - \xi_k^2(\tau, t) \right), \quad (10)$$

систему дифференциальных уравнений (6) можно переписать в замкнутой форме.

Следствие 2. Теорема дает метод решения задачи (1) – (3). Для этого сначала найдем спектральные данные $\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \in Z$, оператора $L(\tau, 0)$ соответствующие коэффициентам $p_0(x + \tau), q_0(x + \tau), \tau \in R$. Обозначим спектральные данные оператора $L(\tau, t)$ через $\lambda_n, \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t), n \in Z$. Теперь в системе уравнения (6) с начальным условием (8) положим $\tau = x_0$. Решая полученную задачу Коши, находим $\xi_n(x_0, t), \sigma_n(x_0, t), n \in Z$. Затем из формулы следов (9), определим функцию $q(x_0, t)$. После этого подставим эти данные в систему уравнений (6) и решая задачу Коши (6) – (7) при произвольном значении τ , находим $\xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t), n \in Z$. Из формул следов (9), определим $p(\tau, t)$ и $q(\tau, t)$, т.е. решение задачи (1) – (3).

Список литературы

1. Захаров В.Е., Шабат А.Б. Точная теория двумерной самофокусировки в одномерной автомодуляции волн в нелинейных средах // ЖЭТФ. 1971. Т. 61. № 1. С. 118–134.

2. *Итс А.Р.* Обращения гиперэллиптический интегралов и интегрирование нелинейных дифференциальных уравнений // Вестник Ленинградского университета. Сер. Матем. Механ. Астрон. 1976. Т. 7. № 2. С. 39-46.
3. *Итс А.Р., Котляров В.П.* Явные формулы для решений нелинейного уравнения Шрёдингера // Докл. АН УССР. Сер. А. 1976. №11. С. 965–968.
4. *Смирнов А.О.* Эллиптические по t решение нелинейного уравнения Шрёдингера // ТМФ. 1996. Т. 107. № 2. С. 188–200.
5. *Хасанов А.Б., Хасанов М.М.* Интегрирование нелинейного уравнения Шрёдингера с дополнительным членом в классе периодических функций // ТМФ. 2019. Т.199. №1. С.60–68.
6. *Домрин А.В.* О вещественно-аналитических решениях нелинейного уравнения Шрёдингера // Труды ММО. 2014. Т. 75. Вып. 2. С. 205–218.
7. *Дубровин Б.А.* Периодическая задача для уравнения Кортевега–де Фриза в классе конечнозонных потенциалов // Функциональный анализ и его приложения. 1975. Т. 9. Вып.3. С.41–51.
8. *Муминов У.Б., Хасанов А.Б.* Интегрирование дефокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера с дополнительными членами // ТМФ. 2022. Т. 211. № 1. С. 84–104.
9. *Муминов У.Б., Хасанов А.Б.* Задача Коши для дефокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера с нагруженным членом // Математические Труды. 2022. Т. 25. № 1. С. 102–133.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПЛОСКИХ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ТИПА ЯКОБИ

Мухтаров Я.

Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова,

Самарканд, Узбекистан

e-mail: ya-muxtarov@rambler.ru

Аннотация. Статья посвящена исследованию обобщенного дифференциального уравнения Якоби. В зависимости от четности и нечетности показателя степени слагаемого входящего в уравнение Якоби и корней характеристического уравнения, указаны координаты особых точек и проведена классификация этих точек. Для исследования типа кратных особых точек применен метод Фроммера-Куклеса. Доказано, что уравнение Якоби не имеет предельных циклов.

Ключевые слова: уравнение Якоби, характеристическое уравнение, метод Фроммера-Куклеса, классификация особых точек, предельные циклы.

INVESTIGATION OF PLANE POLYNOMIAL SYSTEMS OF JACOBI TYPE

Mukhtarov Ya.

Samarkand State University named after Sh. Rashidov, Samarkand, Uzbekistan

e-mail: ya-muxtarov@rambler.ru

Abstract. The proposed work is devoted to the study of the generalized Jacobi differential equation. Depending on the evenness and oddness of the exponent of the term included in the Jacobi equation and the roots of the characteristic equation, the coordinates of the singular points are indicated and the classification of these points is carried out. To study the type of

multiple singular points, the Frommer-Kukles method was applied. It is proved that the Jacobi equation does not have limit cycles.

Keywords: Jacobi equation, characteristic equation, Frommer-Kukles method, classification of singular points, limit cycles.

Рассмотрим уравнение

$$\frac{dy}{dx} = \frac{b_{10}x + b_{01}y + y(ax + by)^m}{a_{10}x + a_{01}y + x(ax + by)^m} \quad (1)$$

которое является обобщением уравнения Якоби. Уравнение такого типа в некоторых случаях исследовано в работах [1–4].

В зависимости от корней характеристического уравнения

$$\begin{vmatrix} a_{10} - \lambda & b_{10} \\ a_{01} & b_{01} - \lambda \end{vmatrix} = 0$$

уравнение (1) приводится к каноническому виду.

I. Корни характеристического уравнения действительны и различны.

Уравнение (1) приводится к виду:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\lambda_1 y + y(ax + by)^m}{\lambda_2 x + x(ax + by)^m}, \quad (2)$$

где a, b, m заданные числа.

а) Пусть для уравнения (2), $m = 2n + 2$ – четное число ($n = 0, 1, 2, \dots$), тогда точки пересечения изоклины нуля и бесконечности будут в следующих особых точках:

$$M_1(0,0), \quad M_{2,3} \left(0, \pm \frac{2n+2}{\sqrt{-\lambda_1}} \frac{1}{b} \right), \quad M_{4,5} \left(\pm \frac{\sqrt{-\lambda_2}}{b}, 0 \right).$$

Рассмотрим два случая: 1) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$; 2) $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$.

1) При $\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$ уравнение (2) имеет либо одну особую точку (при $\lambda_1 > 0, \lambda_2 > 0$) типа неустойчивого узла, либо пять особых точек (при $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$). В последнем случае начало координат будет устойчивым узлом, а из остальных четырех особых точек, две из них будут седлами, две другие будут узлами. Прямые $y = \lambda_{1,2}x$ являются решением уравнения (2), следовательно, все особые точки принадлежат к особым точкам первой группы и, значит, не имеет предельного цикла.

2) Пусть $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$, уравнение (2) имеет три особые точки, а в бесконечности нет особых точек. Отсюда следует, что в этом случае уравнение (2) имеет особые точки: два узла и седло. Особые точки уравнения (2) расположены на оси x или на оси y симметрично.

б) Для уравнения (2) предположим, что $m = 2k + 1$ – нечетное ($k = 1, 2, 3, \dots$), тогда уравнение можно писать в виде:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\lambda_1 y + y(ax + by)^{2k+1}}{\lambda_2 x + x(ax + by)^{2k+1}}. \quad (3)$$

Координаты особых точек для уравнения (4) имеют вид:

$$M_1(0,0), \quad M_2\left(0, \sqrt[2k+1]{-\frac{\lambda_1}{b^{2k+1}}}\right), \quad M_3\left(\sqrt[2k+1]{-\frac{\lambda_2}{a^{2k+1}}}, 0\right).$$

1) Если при $\lambda_1 \cdot \lambda_2 < 0$ ($\lambda_1 \cdot \lambda_2 > 0$) выполняются условия $\lambda_1 \cdot b < 0$, $\lambda_2 a < 0$, тогда уравнение (4) имеет три особые точки типа седла и два узла.

2) Пусть $b < 0$, $a < 0$, $\lambda_1 < 0$, $\lambda_2 < 0$, тогда уравнение (3) (кроме начала, которое является устойчивым узлом), не имеет особых точек.

3) В случае $b < 0, a > 0$, ($b > 0, a < 0$), $\lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$, уравнение (3) (кроме начала, которое является устойчивым узлом) имеет одну особую точку типа вырожденное седло (потому что особые точки уравнения (3) в КЧП не сливаются), а в бесконечности нет особых точек.

4) В случае $b < 0, a > 0, \lambda_1 < 0, \lambda_2 < 0$ (начало – седло), тогда уравнение (3) в конечной части плоскости, кроме начала, не имеет особых точек и по теореме Пуанкаре в бесконечности имеется особая точка с индексом +2 или начало координат для уравнения (3) – сложная особая точка с индексом +1.

1. Пусть корни характеристического уравнения $\lambda_1 = 0, \lambda_2 \neq 0$, тогда уравнение (2) примет вид:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\lambda_2 y + y(ax + by)^m}{x(ax + by)^m}; \quad (4)$$

а) Пусть m – четное число, т.е. $m = 2n + 2$, ($n = 0, 1, 2, \dots$). В этом случае координаты особых точек определяются:

$$M_1(0,0), \quad M_{2,3}\left(0, \pm \sqrt[2n+2]{-\frac{\lambda_1}{b}}\right).$$

Если $\lambda_2 < 0$, то уравнение (4), кроме начала координат, имеет две особые точки типа узла. Если $\lambda_2 > 0$, то особая точка $x = y = 0$ будет узлом. В этом же случае прямые $x = 0, y = 0$ являются решением уравнения (4), поэтому особые точки будут принадлежать к особым точкам первой группы. Уравнение не имеет предельных циклов.

б) Пусть $m = 2k + 1$ нечетное, где $k = 1, 2, 3, \dots$, тогда

$$M_1(0,0), \quad M_2\left(0, \sqrt[2k+1]{-\frac{\lambda_1}{b^{2k+1}}}\right).$$

Если $\lambda_2 > 0, b > 0$, тогда уравнение (4) имеет одну особую точку типа узла, если $\lambda_2 > 0, b < 0$, то оно имеет две особые точки, одна простая, а другая кратная. Для исследования типы этих особых точек применим метод Фроммера–Куклеса.

Теперь при $\lambda_2 < 0, b < 0$ особая точка $x = y = 0$ будет узлом (потому что характеристики не могут пересекать ось x и ось y , но только входят в начало).

При $\lambda_2 < 0, b > 0$ начало будет узлом, а особая точка $M_2\left(0, \sqrt[2k+1]{-\frac{\lambda_1}{b^{2k+1}}}\right)$

будет либо седло-узел, либо вырожденное седло.

II. Корни характеристического уравнения кратные.

$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda \neq 0$ – кратные элементарные делители, тогда система приводится к виду:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y + ky + y(ax + by)^m}{x + x(ax + by)^m}. \quad (5)$$

Координаты особых точек представляются в виде:

$$M_1(0,0), \quad M_{2,3}\left(0, \pm \frac{1}{b} \sqrt[m]{-1}\right), \quad M_{4,5}\left(\pm \frac{1}{a} \sqrt[m]{-1}, 0\right).$$

1) Если $m > 1$ – положительное целое число, тогда уравнение (5), кроме начала координат, имеет особые точки (при $k = 0$ особый узел, уравнение (5) примет вид $y' = \frac{y}{x}$). Если $k \neq 0$, то $x = y = 0$ – предельный узел: фактически k не должно равняться нулю (т.е. $k \neq 0$) для уравнения (1).

В случае $a \cdot b \neq 0$ в бесконечности нет особых точек.

2. При $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ уравнение примет вид:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{ky + y(ax + by)^m}{x(ax + by)^m},$$

и имеет одну особую точку типа узла. Применяя метод Фроммера – Куклеса [1], находим порядок кривизны $\lambda = \frac{m}{2}$ (мера кривизны $\pm \sqrt[m]{-\frac{2k}{b^m}}$ конечная), и убедимся, что при всех значениях x и y имеется узел на плоскости $хоу$.

III. Если корни характеристического уравнения комплексные, т.е.

$\lambda_1 = \alpha + \beta i$, $\lambda_2 = \alpha - \beta i$, то уравнение (2) имеет вид:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\beta x + \alpha y + y(ax + by)^m}{\alpha x - \beta y + x(ax + by)^m}, \quad (6)$$

Для уравнения (6) особая точка $x = y = 0$ является особой точкой второй группы, а также в этом случае может иметь предельный цикл.

Для обнаружения наличия предельного цикла от уравнения (6) перейдем к полярным координатам

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = \rho \frac{1}{\beta} [\alpha + \rho(a \cos \varphi + b \sin \varphi)].$$

Полученное уравнение является уравнением Бернулли.

Замкнутые решения могут существовать только при $\rho(2\pi) - \rho(0) = 0$. Если $\alpha = 0$, то начало координат для уравнения будет центром; если $\alpha \neq 0$, то начало координат будет фокусом и, таким образом, нет замкнутых решений на плоскости $\rho\varphi$ и на плоскости $хоу$. Следовательно, обобщенное уравнение Якоби не имеет предельных циклов.

Список литературы

1. Латипов Х.Р., Шарипов Ш.Р. О сожительстве особых точек уравнения на всей плоскости. // Труды Сам. ГУ. 1964. Вып. 144.
2. Куклес И.С. О методе Фроммера исследования особой точки // ДАН СССР. 1957. Т. 117. № 3.
3. Bendjeddou A., Llibre J., Salhi T. Dynamics of the polynomial of differential systems with homogeneous nonlinearities and a star node // International Journal of Differential Equations. 2013. V. 254. P. 3530–3537.

4. Мухтаров Я., Буриев Т.Э. Качественное исследование двумерных однородных полиномиальных динамических систем // CONTINIUM. Математика. Информатика. Образование. 2018. № 3. С. 26–29.

ЗАДАЧА ВОССТАНОВЛЕНИЯ ФУНКЦИИ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ ПО СЕМЕЙСТВУ КОНУСОВ

Очилов З.Х.

*Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова,
Самарканд, Узбекистан
e-mail: zarifjonochilov@mail.ru*

Аннотация. Проблемы интегральной геометрии естественным образом возникают при изучении многих математических моделей в таких прикладных областях, как сейсморазведка, интерпретация геофизических и аэрокосмических наблюдений, различные процессы, описываемые кинетическими уравнениями, и т. д. Разработанный здесь аппарат является математической основой вычислительной томографии – перспективной и бурно развивающейся области современной науки. В данной работе рассматривается задача восстановления функции в трехмерном пространстве по семейству конусов с весовой функцией специального вида. Доказана теорема единственности, дана формула обращения и получена оценка устойчивости в пространствах конечной гладкости.

Ключевые слова: задача восстановления функции, преобразование Фурье, теоремы единственности, оценка устойчивости, весовая функция.

THE PROBLEM OF RESTORING A FUNCTION IN THREE-DIMENSIONAL SPACE BY A FAMILY OF CONES

Ochilov Z.Kh.

*Samarkand State University named after. Sh. Rashidova, Samarkand, Uzbekistan
e-mail: zarifjonochilov@mail.ru*

Abstract. Integral geometry problems naturally arise in the study of many mathematical models in such widely applied areas as seismic exploration, interpretation of geophysical and aerospace observations, various processes described by kinetic equations, etc. The apparatus developed here is the mathematical basis for the computational tomography is a promising and rapidly developing area of modern science. In this paper, we consider the problem of recovering a function in three-dimensional space from a family of cones with a weight function of a special form. A uniqueness theorem is proved, an inversion formula is given, and an estimate of stability in spaces of finite smoothness is obtained.

Keywords: function recovery problem, Fourier transform, uniqueness theorems, stability estimate, weight function.

Задачи интегральной геометрии естественным образом возникают при исследовании многих математических моделей в таких имеющих обширные применения областях, как сейсморазведка, интерпретация данных геофизических и аэрокосмических наблюдений, различные процессы, описываемые кинетическими уравнениями и т. д. Разработанный здесь аппарат

является математической базой вычислительной томографии-перспективного и интенсивно развивающегося направления современной науки [3, 4].

В данной статье рассматривается следующий класс задач интегральной геометрии: о восстановлении функции, заданной интегралами по некоторому семейству конусов. Эти задачи связаны с многочисленными приложениями. В целях изучения внутреннего строения земных недр на поверхности Земли производится серия взрывов. Для каждого взрыва на системе приборов измеряются режимы колебаний земной поверхности. Цель исследования – по показаниям приборов определить внутри Земли распределение физических параметров, связанных с законами распространения сейсмических волн. Наиболее чёткий функционал в показаниях приборов – время прихода сейсмической волны, именно он служит основой в практике интерпретации.

Приведем общую постановку задачи интегральной геометрии [1]. Пусть $u(x)$ – достаточно гладкая функция, определенная в R^n , и $\{S(y)\}$ – семейство кусочно гладких многообразий в этом пространстве, зависящих от параметра $y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$.

Пусть, далее, известен интеграл

$$\int_{S(y)} g(x, y)u(x)ds = f(y), \quad (1)$$

где $g(x, y)$ – заданная весовая функция, ds – элемент меры на $S(y)$. Требуется по функции $f(y)$ восстановить функцию $u(x)$.

Задачами интегральной геометрии вольтеровского типа называются задачи, которые могут быть сведены к исследованию операторных уравнений Вольтерра в смысле определения, данного [1]. Приведем также определения слабой и сильной некорректности задачи интегральной геометрии. Задача решения уравнения (1) называется слабо некорректной, если для данных задачи и ее решения можно подобрать такую пару функциональных пространств, в которых при определении нормы участвует конечное число производных, что оператор обращения для этой пары пространств непрерывен. Если такой пары пространств не существует, то задача является сильно некорректной [1].

Вопросы единственности решения плоской задачи интегральной геометрии на семействе парабол с возмущением рассматривались в статье [2]. В [5] изучается задача интегральной геометрии для семейства пространственных кривых. Доказана теорема единственности решения рассматриваемой задачи интегральной геометрии.

В работе А.Х. Бегматова [6] изучается новый класс задач обращения лучевого преобразования с неполными данными. По характеру неустойчивости это сильно некорректная задача. Полученные в этих статьях результаты оказали благотворное влияние на работы [7–13]. Слабо некорректные задачи интегральной геометрии вольтеровского типа с весовыми функциями, имеющими особенность исследовались в работах [14]. Отображения Даламбера для симметричных областей рассмотрена в работе [15]. В работах [16–19] изучены новые классы задачи интегральной геометрии введены новые подходы

к исследованию задач восстановления функции по весовым функциям с особенностью. Как известно, задача интегральной геометрии и обратная задача тесно связаны между собой, и этому вопросу посвящена монография М.М. Лаврентьева [20].

Введем обозначения

$$\begin{aligned} (x, y, z) \in R^3, (\xi, \eta, \zeta) \in R^3, \lambda \in R^1, \mu \in R^1, p \in R^1, \\ \Omega = \{(x, y, z): x \in R^1, y \in R^1, z \in (0, h), h < \infty\}, \\ \bar{\Omega} = \{(x, y, z): x \in R^1, y \in R^1, z \in [0, h]\}. \end{aligned}$$

В слое $\bar{\Omega}$ рассматривается семейство конусов $S(x, y, z)$, которое однозначно параметризуются с помощью координат своих вершин $(x, y, z) \in \bar{\Omega}$:

$$S(x, y, z) = \{(\xi, \eta, \zeta): (x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 = (z - \zeta)^2, \xi \in R, \eta \in R, 0 \leq \zeta \leq z\}.$$

Задача А. Определить функцию трех переменных $u(x, y, z)$, если для всех (x, y, z) из слоя $\bar{\Omega}$ известны интегралы от функции $u(x, y, z)$ по семейство конусов $S(x, y, z)$:

$$\iint_{S(x, y, z)} g(x - \xi, y - \eta) u(\xi, \eta, \zeta) ds = f(x, y, z), \quad (4)$$

где

$$g(x - \xi, y - \eta) = e^{-i\rho[\lambda(x - \xi) + \mu(y - \eta)]} \times (\cos(x - \xi) + \cos(y - \eta)) \quad (5)$$

– весовая функция.

Функция $u(x, y, z)$ – функция из класса U , которая имеет все непрерывные частные производные до шестого порядка включительно и финитны с носителем в R_+^3 :

$$\text{supp } u \subset \Pi = \{(x, y, z): -a < x < a, -b < y < b, 0 < z < h\},$$

где $0 < a < \infty, 0 < b < \infty, h < \infty$.

Введем следующие функции

$$I(\lambda, y - \eta, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{-i\mu(y - \eta)}}{2\sqrt{2\pi}(1 + \mu^2)} d\mu, \quad (6)$$

$$I_1(x - \xi, y - \eta, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\lambda(x - \xi)} \frac{I(\lambda, y - \eta, z)}{1 + \lambda^2} d\lambda. \quad (7)$$

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. Пусть функция $f(x, y, z)$ известна для всех (x, y, z) из слоя $\bar{\Omega}$. Тогда решение задачи А в классе U единственно и имеет место представление

$$u(x, y, z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} I_1(x - \xi, y - \eta, z) \left[E - \frac{\partial^2}{\partial \eta^2} \right] \left[E - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right] f_{z\bar{z}}''(\xi, \eta, z) d\xi d\eta. \quad (8)$$

Кроме того, выполняется неравенство

$$\|u\|_{L_2(\Omega)} \leq C_0 \left\| \frac{\partial^2}{\partial z^2} f \right\|_{W_2^{2,2}(\Omega)},$$

где C_0 – некоторая постоянная.

Таким образом, доказана теорема единственности, дана формула обращения и получена оценка устойчивости в пространствах конечной гладкости.

Список литературы

1. Лаврентьев М.М., Савельев Л.Я. Теория операторов и некорректные задачи. Новосибирск, Издательство Института математики, 1999.
2. Лаврентьев М.М. Задача интегральной геометрии на плоскости с возмущением // Сибирский математический журнал. 1996. Т. 37. С. 851–857.
3. Natterer F. The Mathematics of Computerized Tomography. University of Münster Federal Republic of Germany, 1986.
4. Доля П.Г. Введение в математические методы компьютерной томографии. Харьковский Национальный Университет, 2015.
5. Дилман Т.Б. Теорема единственности решения задачи интегральной геометрии для семейства кривых в многомерном пространстве // Вестник КазНУ. Математика, механика, информатика. 2016. Серия №1(88). С. 17–27.
6. Бегматов А.Х. Об одной задаче обращения лучевого преобразования с неполными данными // Сибирский математический журнал. 2001. Т. 42. № 3. С. 507–514.
7. Salazar R. Stability estimate for the relativistic Schrodinger equation with time-dependent vector potentials // Inverse Problem. 2014. V. 30. № 10. P. 105005.
8. Demchenko M.N. On the problem of determining sources in the wave equation // Journal of Mathematical Sciences. 2017. V. 224. № 1. P. 69–78.
9. Bellassoued M., Ben Aicha I. Stable determination outside a cloaking region of two time-dependent coefficients in a hyperbolic equation from Dirichlet to Neumann map // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2017. V. 449. № 1. P. 46–76.
10. Stefanov P. Support theorems for the light ray transform on analytic Lorentzian manifolds // Proceeding of the American Mathematical Society. 2017. V. 145. № 3. P. 1259–1274.
11. Rabinia Haratbar S. Support theorem for the Light-Ray transform of vector fields on Minkowski spaces // Inverse Problems & Imaging. 2018. V. 12. № 2. P. 293–314.
12. Stefanov P., Yang Ya. The inverse problem for the Dirichlet-to-Neumann map on Lorentzian manifolds // Analysis & PDE. V. 11. № 6. P. 1381–1414.
13. Ilmavirta J. X-ray transforms in pseudo-Riemannian geometry // The Journal of Geometric Analysis. V. 28. № 1. P. 606–626.
14. Бегматов Акрам Х., Очиллов З.Х. Задачи интегральной геометрии с разрывной весовой функцией // Доклады РАН. Москва. 2009. Т. 429. № 3. С. 295–297.
15. Бегматов Акрам Х., Очиллов З.Х. Отображения Даламбера для класса симметричных областей // Доклады РАН. Москва. 2009. Т. 427. № 3. С. 506–507.
16. Begmatov A.Kh., Muminov M.E., Ochilov Z.H. The problem of integral geometry of Volterra type with a weight function of a special type // Mathematics and Statistics. 2015. V. 3. № 5. P. 113–120.

17. *Ochilov Z.X.* The uniqueness of solution problems of integral geometry a family of parabolas with a weight function of a special type // Uzbek Mathematical Journal. 2020. № 3. P. 107–116.

18. *Ochilov Z.Kh.* Existence of solutions to problems of integral geometry by a family of parabolas with a weight function of a special form // Bull. Inst. Math. 2021. № 4. P. 107–116.

19. *Muminov M.I., Ochilov Z.Kh.* An inversion formula for the weighted Radon transform along family of cones // Nanosystems: Phys. Chem. Math. 2023. № 1. P. 1–6.

20. *Lavrentyev M.M., Savelyev L.Ya.* Linear operators and ill-posed problems. Consultants bureau. New York, Division of Plenum Publishing Corporation. 1995.

ЗАДАЧИ КОШИ ДЛЯ ЛИНЕЙНЫХ ЭЛЛИПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ ПЕРВОГО ПОРЯДКА С ПОСТОЯННЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ

Турсунов Ф.Р.¹, Рузикулов Ф.Ф.², Норимов А.К.³

^{1,2,3}*Самаркандский государственный университет им. Ш.Рашидова,
Самарканд, Узбекистан*

e-mail: ¹farhod.tursunov.76@mail.ru,

²faridunruzikulov2211@gmail.com

³aziznoimov46gmail.com

Аннотация. В статье изучается задача продолжения решения линейных эллиптических систем первого порядка с постоянными коэффициентами в области G по ее известным значениям на гладкой части S границы ∂G , т. е. изучается задача Коши. При помощи функции Карлемана получены оценки отклонения производных первого порядка приближённого решения от производных точного решения в зависимости от расстояния до плоской части границы.

Ключевые слова: задача Коши, некорректные задачи, функция Карлемана, регуляризованные решения, регуляризация, формулы продолжения.

CAUCHY PROBLEM FOR FIRST ORDER LINEAR ELLIPTIC SYSTEMS WITH CONSTANT COEFFICIENTS

Tursunov F. R.¹, Ruzikulov F.F.² Norimov A. K.³

^{1,2,3}*Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand,
Uzbekistan*

e-mail: ¹farhod.tursunov.76@mail.ru,

²faridunruzikulov2211@gmail.com

³aziznoimov46gmail.com

Abstract. The paper studies the problem of continuing the solution of first-order linear elliptic systems with constant coefficients in a domain G by its known values on the smooth part of the S boundary ∂G , i.e. the Cauchy problem is studied. Using the Carleman function, estimates are obtained for the deviation of the first-order derivatives of the approximate solution from the derivatives of the exact solution depending on the distance to the flat part of the boundary.

Keywords: Cauchy problem, ill-posed problems, Carleman function, regularized solutions, regularization, continuation formulas.

Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$ и $y = (y_1, y_2, y_3)$ – точки трехмерного евклидова пространства R^3 , G – ограниченная односвязная область в R^3 с границей $\partial G = S \cup Q$, состоящей из компактной связной части Q плоскости $y_3 = 0$ и гладкого куска поверхности Ляпунова S , лежащей в полупространстве $y_3 > 0$.

Обозначим через $A_{ln}(x)$ класс матриц $D(x^T)$, элементами которых являются линейные формы с комплексными коэффициентами таких, что выполняется равенство $D^*(x^T)D(x^T) = E(|x|^2 u^0)$; здесь $D^*(x^T)$ – сопряженная к $D(x^T)$ матрица, а $E(x)$ – диагональная матрица размерности $(n \times l)$, $n, l \geq 3$, $x^T = (x_1, x_2, x_3)^T$ – транспонированный вектор x .

Рассмотрим задачи Коши

$$D\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)U(x) = 0, \quad x \in G, \quad (1)$$

$$U(x)|_S = f(x). \quad (2)$$

Здесь $\frac{\partial}{\partial x} = \left(\frac{\partial}{\partial x_1}, \frac{\partial}{\partial x_2}, \frac{\partial}{\partial x_3}\right)^T$, $U(x) = (U_1(x), U_2(x), \dots, U_n(x))^T$; $n \geq 3$, $f(x)$ – непрерывная функция, заданная на части S границы области G . Рассматриваемая задача относится к некорректным задачам математической физики. В [1] А. Н. Тихонов указал практическую важность неустойчивых задач и показал, что если сузить класс возможных решений до компакта, то из существования и единственности следует устойчивость решения, т.е. задача становится устойчивой.

В [2] Карлеманом найдено формула, которая дает восстановление решения эллиптического уравнения по ее известным значениям на части границы.

В работе рассматривается вопрос о приближенном решении задачи Коши для систем эллиптического типа первого порядка в трехмерной области специального вида.

Для построения приближенного решения задачи (1)–(2) использована функция Карлемана, предложенная Ш. Ярмухамедовым [3] и получены оценки отклонения производных первого порядка приближенного решения от производных точного решения в зависимости от расстояния до плоской части границы.

Пусть $\sigma > 0$. Определим при $\alpha > 0$ функцию $\Phi_\sigma(x, y)$ следующим равенством

$$-2\pi^2 \exp(\sigma x_3^2) \Phi_\sigma(x, y) = \int_0^{+\infty} \operatorname{Im} \left[\frac{\exp(\sigma w^2)}{w - x_3} \right] \frac{du}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}. \quad (4)$$

Отделяя мнимую часть функции $\Phi_\sigma(x, y)$, имеем

$$\Phi_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi^2} \exp(-\sigma(\alpha^2 + x_3^2 - y_3^2)) \left[\int_0^\infty \frac{\exp(-\sigma u^2) \cos 2\sigma y_3 \sqrt{u^2 + \alpha^2} du}{u^2 + r^2} - \int_0^\infty \frac{\exp(-\sigma u^2)(y_3 - x_3) \sin 2\sigma y_3 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{u^2 + r^2} \frac{du}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} \right]. \quad (5)$$

Формула (3) верна, если вместо $\frac{1}{4\pi r}$ подставим функцию вида [3]:

$$\Phi_\sigma(x, y) = \frac{1}{4\pi r} + G_\sigma(x, y), \quad (6)$$

где $G_\sigma(x, y)$ – гармоническая функция по y в R^3 , включая $y = x$. Поэтому для функции $U(x) \in C^1(G) \cap C(\bar{G})$ и любого $x \in G$ справедливо следующее интегральное представление:

$$U(x) = \int_{\partial G} N_\sigma(x, y) U(y) dS_y, \quad x \in G, \quad (7)$$

где

$$N_\sigma(x, y) = \left(E(\Phi_\sigma(x, y) u^0) D^* \left(\frac{\partial}{\partial y} \right) \right) D(t^T). \quad (8)$$

Положим

$$U_\sigma(x) = \int_S N_\sigma(x, y) U(y) dS_y, \quad x \in G. \quad (9)$$

Теорема 1. Пусть $U(x)$ – вектор-функция из класса $C^1(G) \cap C(\bar{G})$, которая является решением системы (1) на части S границы ∂G , удовлетворяющим начальному условию (2), и на части Q границы ∂G выполнено неравенство:

$$|U(y)| \leq M, \quad M > 0, \quad y \in Q. \quad (10)$$

Тогда для любого $x \in G$ и $\sigma > 0$ справедливы оценки

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \leq \psi_3(\sigma, x_3) M e^{-\sigma x_3^2}, \quad (11)$$

$$\left| \frac{\partial U(x)}{\partial x_i} - \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \right| \leq \omega_i(\sigma, x_3) M e^{-\sigma x_3^2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (12)$$

где

$$\psi_3(\sigma, x_3) = \left(\frac{5}{2\pi} + \frac{1}{8\sigma x_3^2} + \frac{1}{4x_3 \sqrt{\sigma\pi}} \right) c, \quad c = const,$$

$$\omega_1(\sigma, x_3) = \left(\frac{13\sqrt{\sigma}}{\sqrt{\pi}} + \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}} + \frac{13}{4\sqrt{\sigma\pi} x_3^2} + \frac{\sqrt{\sigma}}{\sqrt{\pi} x_3^2} \right) c, \quad \omega_2(\sigma, x_3) = \omega_1(\sigma, x_3),$$

$$\omega_3(\sigma, x_3) = \left(\frac{\sqrt{\sigma}}{\pi} + \frac{\sqrt{\sigma}(11+4\sigma x_3^2)}{\sqrt{\pi}} + \frac{1}{\sqrt{\sigma\pi}} \left(\frac{27x_3+16}{27x_3^3} \right) \right) c.$$

Таким образом, с помощью функции Карлемана получены оценки отклонения производных первого порядка приближенного решения от производных точного решения в зависимости от расстояния до плоской части границы.

Список литературы

1. Тихонов А. Н. Об устойчивости обратных задач // ДАН СССР. 1943. Т. 39. № 5. С.195–198.
2. Carleman T. Les Fonctions quasi analytiques. Paris, Gauthier- Villar, 1926.
3. Ярмухамедов Ш. Представление гармонической функции в виде потенциалов и задача Коши // Математические заметки. 2008. Т. 83. Вып. 5. С. 763–778.

ПРОДОЛЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА

Турсунов Ф.Р.¹, Уразбаева Н.К.², Махмудов Ш.Т.³

^{1,3}Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова,
Самарканд, Узбекистан

²Преподаватель математики средней школы № 38 Самаркандского района,
Самарканд, Узбекистан

e-mail: ¹farhod.tursunov.76@mail.ru, ²nazokat22.77@mail.ru
³maxmudovshmalik4@gmail.com

Аннотация. В статье изучается задача продолжения решения уравнения Лапласа в области G по ее известным значениям на гладкой части S границы ∂G , т. е. изучается задача Коши для уравнения Лапласа. При помощи функции Карлемана получены оценки отклонения производных первого порядка приближенного решения от производных точного решения в зависимости от расстояния до плоской части границы.

Ключевые слова: задача Коши, некорректные задачи, функция Карлемана, регуляризованные решения, регуляризация, формулы продолжения.

CONTINUED SOLUTION OF THE LAPLACE EQUATION

Tursunov F. R.¹, Urazbayeva N. K.², Maxmudo Sh. T.³

^{1,3}Samarkand State University

named after Sharof Rashidov, Samarkand, Uzbekistan

² Mathematics teacher of secondary school No. 38 of Samarkand region,
Samarkand, Uzbekistan

e-mail: ¹farhod.tursunov.76@mail.ru, ²nazokat22.77@mail.ru
³maxmudovshmalik4@gmail.com

Abstract. The article studies the problem of continuing the solution of the Laplace equation in a domain G by its known values on the smooth part of the S boundary ∂G , i.e. the Cauchy problem for the Laplace equation is studied. Using the Carleman function, estimates are obtained for the deviation of the first-order derivatives of the approximate solution from the derivatives of the exact solution depending on the distance to the flat part of the boundary.

Keywords: Cauchy problem, ill-posed problems, Carleman function, regularized solutions, regularization, continuation formulas.

Пусть $x = (x_1, x_2)$, $y = (y_1, y_2) \in R^2$ – точки двумерного евклидова пространства и G – неограниченная область в R^2 , лежащая внутри полосы $0 < y_2 < h$, $h = \frac{\pi}{\rho}$, $\rho > 0$ – граница, которая состоит из прямой $T: y_2 = 0$ и некоторой кривой $S: y_2 = F(y_1)$, удовлетворяющей условиям $0 < F(y_1) < h$, $|F'(y_1)| < M < \infty$. Пусть $\bar{G} = G \cup \partial G$, $\partial G = S \cup T$.

Предположим, что для некоторого $b_0 > 0$ выполняется условие:

$$\int_{\partial G} \exp\{-b_0 ch \rho_1 |y'|\} dS < \infty, \quad 0 < \rho_1 < \rho.$$

В области G рассмотрим уравнение Лапласа

$$\frac{\partial^2 U}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial y_2^2} = 0. \quad (1)$$

Обозначим

$$K_\rho(G) = \{U(y) \in C^2(G) \cap C^1(\bar{G}) : U(y) + \text{grad}U(y) \leq \exp[\rho(\exp \rho |y'|)], |y'| \rightarrow \infty, y \in G\}.$$

Постановка задачи. Требуется найти гармоническую функцию $U(y) \in K_\rho(G)$, значения которой являются известными на части S границы ∂G , т.е.

$$U(y)|_S = f(y), \quad \frac{\partial U(y)}{\partial n} \Big|_S = g(y). \quad (2)$$

Здесь $f(y) \in C^1(S)$ и $g(y) \in C(S)$ – заданные функции, $\partial/\partial n$ – оператор дифференцирования по внешней нормали к ∂G .

Рассматриваемая задача (1), (2) относится к некорректным задачам математической физики, т.к. отсутствует непрерывная зависимость решения от начальных данных.

В [1] рассматривается на части границы области по данным Коши задача приближенного восстановления гармонической функции и найдено регуляризованное решение.

Для рассматриваемой области функцию Карлемана впервые построил Ш. Ярмухамедов [2] в своей докторской диссертации следующим образом:

$$\Phi_\sigma(x, y) = \frac{\varphi(x, y)}{2\pi K(x_2)}, \quad (3)$$

где

$$\varphi(x, y) = \int_0^\infty \text{Im} \frac{K(w)}{w - x_2} \frac{udu}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}, \quad K(w) = \frac{e^{\sigma w}}{w - x_2 + 2h}, \quad K(x_2) = \frac{1}{2h} e^{\sigma x_2}, \quad (4)$$

$$w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_2, \quad \alpha = |y' - x'|, \quad x' = (x_1, 0), \quad y' = (y_1, 0), \quad 0 < x_2 < h.$$

В формуле (4) мы выбираем

$$K(w) = \frac{e^{\sigma w^2}}{w - x_2 + 3h}, \quad K(x_2) = \frac{1}{3h} e^{\sigma x_2^2}$$

и, отделяя мнимую часть, с учетом (3) получим:

$$\begin{aligned} \Phi_\sigma(x, y) = & -\frac{3h}{2\pi} e^{-\sigma(\alpha^2 + x_2^2 - y_2^2)} \left[\int_0^\infty \frac{2(y_2 - x_2)e^{-\sigma u^2} \cos 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} udu + \right. \\ & + \int_0^\infty \frac{3he^{-\sigma u^2} \cos 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} udu + \int_0^\infty \frac{\sqrt{u^2 + \alpha^2} e^{-\sigma u^2} \sin 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} udu - \\ & \left. - \int_0^\infty \frac{(y_2 - x_2 + 3h)(y_2 - x_2)e^{-\sigma u^2} \sin 2\sigma y_2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}}{(u^2 + r^2)(u^2 + \alpha^2 + (y_2 - x_2 + 3h)^2)} \frac{udu}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}} \right]. \quad (5) \end{aligned}$$

Если $U(y) \in K_\rho(G)$ удовлетворяет условию роста

$$|U(y)| + \left| \frac{\partial U(y)}{\partial n} \right| \leq M \exp \left[a \cos \left(y_2 - \frac{h}{2} \right) \exp \rho_1 |y'| \right], a \geq 0, y \in \partial G, M = const, \quad (6)$$

то справедлива интегральная формула Грина [2]

$$U(x) = \int_{\partial G} \left[\frac{\partial U}{\partial n} \Phi_\sigma(x, y) - U(y) \frac{\partial \Phi_\sigma(x, y)}{\partial n} \right] dS_y. \quad (7)$$

Предположим, что $U(y) \in K_\rho(G)$ ограничена вместе с нормальной производной на части ∂G , т.е:

$$|U(y)| + \left| \frac{\partial U(y)}{\partial n} \right| \leq M, y \in T. \quad (8)$$

В этих предположениях в формуле (6) положим $a = 0$. Обозначим

$$U_\sigma(x) = \int_S \left[\frac{\partial U}{\partial n} \Phi_\sigma(x, y) - U(y) \frac{\partial \Phi_\sigma(x, y)}{\partial n} \right] dS_y. \quad (9)$$

Теорема 1. Пусть функция $U(y) \in K_\rho(G)$ на части S границы ∂G удовлетворяет условию (2), и на части T границы ∂G выполнено неравенство (8). Тогда для любых $x \in G$ и $\sigma > 0$ справедлива оценка

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \leq \psi_2(\sigma, x_2) M e^{-\sigma x_2^2}, \quad \left| \frac{\partial U(x)}{\partial x_i} - \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \right| \leq \varphi_i(\sigma, x_2) M e^{-\sigma x_2^2}, i = 1, 2, \quad (10)$$

где M – положительное число и

$$\begin{aligned} \psi_2(\sigma, x_2) &= \frac{3h\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\sigma}x_2} + \frac{3h\sqrt{\pi}}{8\sqrt{\sigma}(3h-x_2)} + \frac{3h\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\sigma}x_2(3h-x_2)} + \frac{3h\sqrt{\pi}(x_2+3h)}{\sqrt{\sigma}x_2(3h-x_2)^2} + \frac{h\sqrt{\pi}(6x_2\sigma+3)}{4\sqrt{\sigma}x_2}, \\ \varphi_1(\sigma, x_2) &= \left(\frac{3h\sqrt{\sigma\pi}}{2} + \frac{9h\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}(3h-x_2)^2} + \frac{9h^2\sqrt{\sigma\pi}}{4(3h-x_2)} + \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{4x_2\sqrt{\sigma}(3h-x_2)^2} + \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{4\sqrt{\sigma}(3h-x_2)^3} + \right. \\ &+ \frac{12h\sqrt{\sigma\pi}}{2(3h-x_2)} + \frac{21h\sqrt{\pi}+6h\sqrt{\pi}}{2x_2\sqrt{\sigma}(3h-x_2)^2} + \frac{3hx_2\sqrt{\pi}+9h^2\sqrt{\pi}}{2x_2\sqrt{\sigma}(3h-x_2)^3} + \frac{3h\sqrt{\pi}}{x_2^2\sqrt{\sigma}(3h-x_2)} + \\ &\left. + \frac{9h^2\sqrt{\sigma\pi}}{(3h-x_2)^2} + \frac{27h^2\sqrt{\pi}}{2x_2^2\sqrt{\sigma}(3h-x_2)^2} + \frac{3hx_2\sqrt{\pi}+9h^2\sqrt{\pi}}{\sqrt{\sigma}x_2^4} + \frac{9h^2\sqrt{\pi}}{2\sqrt{\sigma}x_2^2} + \frac{9h\sqrt{\sigma\pi}}{2x_2} + 3h\sigma \right) e^{-\sigma x_2^2}. \end{aligned}$$

Следствие 1. При каждом $x \in G$ справедливо равенство

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} U_\sigma(x) = U(x), \quad \lim_{\sigma \rightarrow \infty} \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} = \frac{\partial U(x)}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2.$$

Обозначим через \bar{G}_ε множество

$$\bar{G}_\varepsilon = \left\{ (x_1, x_2) \in G, \quad a > x_2 \geq \varepsilon, \quad a = \max_T h(x_1), 0 < \varepsilon < a \right\}.$$

Легко заметить, что множество $G_\varepsilon \subset G$ является компактным.

Следствие 2. Если $x \in \bar{G}_\varepsilon$, то семейства функций $\{U_\sigma(x)\}$ и $\left\{ \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \right\}$

$$U_\sigma(x) \Rightarrow U(x), \quad \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \Rightarrow \frac{\partial U(x)}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2,$$

сходится равномерно при $\sigma \rightarrow \infty$.

Обозначим через \bar{G}_ε множество

$$\bar{G}_\varepsilon = \left\{ (x_1, x_2) \in G, \quad a > x_2 \geq \varepsilon, \quad a = \max_T h(x_1), 0 < \varepsilon < a \right\}.$$

Легко заметить, что множество $G_\varepsilon \subset G$ является компактным.

Отметим, что множество $\Pi_\varepsilon = G \setminus \overline{G_\varepsilon}$ служит пограничным слоем данной задачи в теории сингулярных возмущений, где нет равномерной сходимости.

Список литературы

1. Ярмухамедов Ш. Представление гармонической функции в виде потенциалов и задача Коши // Математические заметки. 2008. Т. 83. Вып. 5. С. 763–778.
2. Ярмухамедов Ш. О задаче Коши для уравнения Лапласа. Дисс. докт. физ.-матем. наук, ВЦ СО АН СССР, Новосибирск, 1983.

ТЕОРЕМА ТИПА ФРАГМЕНА–ЛИНДЕЛЁФА В R^3

Хасанов А.Б.¹, Жураева У.Ю.²

^{1,2}Самаркандский государственный университет имени Ш. Рашидова,
Самарканд, Узбекистан

e-mail: ¹ahasanov2002@mail.ru, ²umida_9202@mail.ru

Аннотация. Работа посвящена теореме типа Фрагмена–Линделефа для бигармонических функций, которая получена с помощью формул Карлемановского типа. Доказывается интегральное представление для бигармонических функций. При помощи этого интегрального представления получаются некоторые свойства (оценка роста, формула Карлемана) бигармонических функций определенного класса в R^3 .

Ключевые слова: теорема типа Фрагмена–Линделёфа, бигармоническая функция, функция Карлемана, интегральное представление.

THEOREM OF THE PHRAGMEN–LINDELOF TYPE IN R^3

Hasanov A.B.¹, Jurayeva U.Yu.²

^{1,2}Samarkand State University named after Sh. Rashidov, Uzbekistan

e-mail: ¹ahasanov2002@mail.ru, ²umida_9202@mail.ru

Abstract. Theorems of the Phragmen–Lindelof type for biharmonic functions, which is obtained using Carleman type formulas, is considered. The integral representation for biharmonic functions is proved. With the help of this integral representation, some properties (growth estimation, Carleman formula) of biharmonic functions of a certain class in R^3 are obtained.

Keywords: Phragmen–Lindelof type theorem, biharmonic function, Carleman's function, integral representation

Постановка задачи. Пусть D – бесконечная область двумерного пространства и $u(P)$ – бигармоническая в D функция, непрерывная вплоть до границы со своими частными производными до третьего порядка включительно. Требуется показать, что если функция $u(P)$, ее нормальная производная, лапласиан функции и нормальная производная этого лапласиана ограничены на границе D и $u(P)$ не ограничена внутри, то при $P \rightarrow \infty$ она

должна расти внутри D со скоростью, не меньшей некоторой предельной, и оценить эту предельную скорость роста.

Теоремы типа Фрагмена–Линделёфа появились в литературе со времен знаменитой статьи Эдварда Фрагмена и Эрнста Линделёфа 1908 года [1]. Теоремы типа Фрагмена–Линделёфа часто изучались в течение последнего столетия. Эта задача встречается для гармонических функций в работах М.А. Евграфова [2] и И.А. Чегиса [3], А. Ф. Леонтьева [4], И.С. Аршона [5], Ш.Я. Ярмухамедова [6] и З. Ашуровой [7–10]. В [11, 12] получены подобные результаты для бигармонических функций.

В этой работе мы изучаем некоторые новые результаты: теорему типа Фрагмена–Линделёфа для бигармонических функций, заданных в R^3 , где R^3 – трехмерное вещественное евклидово пространство.

$$x = (x_1, x_2, x_3), y = (y_1, y_2, y_3), x' = (x_1, x_2, 0), y' = (y_1, y_2, 0), r = |x - y|,$$

$$\alpha = \sqrt{(y_1 - x_1)^2 + (y_2 - x_2)^2}, \quad \alpha^2 = s.$$

Далее D – неограниченная область, лежащая внутри слоя $\{y: 0 < y_3 < \pi/\rho, \rho > 0\}$, с границей $\partial D = S \cup L$, где $L = \{y: y_3 = 0\}$, S внутри некоторого шара удовлетворяет условию Ляпунова, а вне шара $S = \{y: y_3 = f(y_1, y_2)\}$, $y_3 = f(y_1, y_2)$ – непрерывная функция, имеющая ограниченные частные производные первого порядка.

Доказывается интегральное представление для бигармонических функций. При помощи этого интегрального представления получают некоторые свойства (оценка роста, формула Карлемана) бигармонических функций определенного класса для неограниченных областей, лежащих внутри слоя в R^3 .

Определим функции $\varphi_\sigma(y, x)$ и $\Phi_\sigma(y, x)$, $\alpha > 0$ следующими равенствами:

$$\varphi_\sigma(y, x) = \frac{3 \exp(\operatorname{arctg} \rho_1(x_3 - h/2))}{2\rho \exp(\sigma x_3)} \int_0^\infty \operatorname{Im} \frac{\exp(\sigma \omega - \operatorname{arctg} \rho_1(\omega - h/2))}{(\omega - x_3 + 3h)(\omega - x_3)} \frac{dt}{\sqrt{t^2 + \alpha^2}}, \quad (1)$$

$$\Phi_\sigma(y, x) = c_0 r^2 \varphi_\sigma(y, x), \quad (2)$$

где $\omega = y_3 + i\eta$, $\eta^2 = t^2 + \alpha^2$, ρ, ρ_1 – положительные числа, (в дальнейшем обозначим с помощью c_0 все постоянные числа).

Теорема 1. Для функции $\Phi_\sigma(y, x)$, зависящей от параметра $\sigma > 0$, определенной формулой (2), справедливо равенство $\Phi_\sigma(y, x) = C_0(r + r^2 G_\sigma(y, x))$, ($C_0 \in R$), где $G_\sigma(y, x)$ – гармоническая функция по переменной, включая $y = x$, и при $y \neq x$ является функцией Карлемана для области D .

Теорема 2. Пусть $u(y)$ – бигармоническая функция, определенная в $D \in \{y: y = (y_1, y_2, y_3), y_i \in R, 0 < y_3 < \frac{\pi}{\rho}\}$, имеющая непрерывные частные производные до третьего порядка вплоть до конечных точек границы ∂D и при любом $y \in D$ удовлетворяющая условию:

$$\sum_{k=0}^1 \left(|\Delta^k u(y)| + \left| \frac{\partial \Delta^{1-k} u(y)}{\partial n} \right| \right) \leq c_0 \exp \exp \rho_2 |y|, \quad \rho_2 < \rho_1 < \rho.$$

Если для любого $\forall u \in \partial D$ выполнено

$$u(y) = 0,$$

$$\int_{\partial D} (\sum_{k=0}^1 (|\Delta^k u(y)| + |\text{grad} \Delta^{1-k} u(y)|)) |ds| \leq c_0,$$

то для любого $u \in D$ справедливо $u(y) = 0$.

Список литературы

1. Phragmen E., Lindelof E. Sur une extension d'un principe classique de l'analyse et sur quelques propriétés des fonctions monogenes dans le voisinage d'un point singulier // Acta Math. 1908. V. 31. № 1. P. 381–406.
2. Евграфов М.А., Чегис И.А. Обобщение теоремы типа Фрагмена-Линделёфа для аналитических функций на гармонические функции в пространстве // Доклады Академии наук СССР. 1960. № 134. С. 252–262.
3. Чегис И.А. Теорема типа Фрагмена–Линделёфа для гармонических функций в прямоугольном цилиндре // Доклады Академии наук СССР. 1961. № 136. С. 556–559.
4. Леонтьев А.Ф. О теоремах типа Фрагмена–Линделёфа для гармонических функций в цилиндре // Изв. АН СССР. Сер. матем. 1963. № 27. С. 661–676.
5. Аршон И.С., Евграфов М.А. Пример гармонической во всем пространстве функции, ограниченной вне круглого цилиндра // Доклады Академии наук СССР. 1962. № 143. С. 231–234
6. Ярмухамедов Ш.Я. Задача Коши для полигармонического уравнения // Доклады РАН. 2003. № 388. С. 162–165.
7. Ashurova Z.R., Juraeva N.Yu., Juraeva U.Yu. About some properties of the Yarmukhamedov kernel // International Journal of Innovative Research. 2021. V. 10. P. 84–90
8. Ashurova Z.R., Jurayeva N.YU., Jurayeva U.Yu. Growing polyharmonic functions and Cauchy problem // Journal of Critical Reviews. India 2020. V. 7. P. 371–378.
9. Ashurova Z.R., Jurayeva N.YU., Jurayeva U.Yu. Task Cauchy and Carleman function // Academicia: An International Multidisciplinary Research Journal. 2020. V.10. P. 371–378.
10. Ashurova Z.R., Jurayeva N.YU., Jurayeva U.Yu. The Carleman function and the Cauchy problem for polyharmonic functions. Saarbrücken: LAP LAMBERT Academic Publishing, 2013.
11. Jurayeva U.Yu. The Phragmen–Lindelof type theorems // Uzbek Mathematical Journal 2022. V. 66. I. 3. P.54-61.
12. Жураева У.Ю. Теоремы типа Фрагмена–Линделёфа для бигармонических функций // Изв. вузов. Матем. 2022. № 10. С. 42–65.

ИНТЕГРИРОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНОГО УРАВНЕНИЯ ТИПА ХИРОТЫ КОНЕЧНОЙ ПЛОТНОСТИ В КЛАССЕ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Хасанов А.Б.¹, Эшбеков Р.Х.², Жонузаков Ш.Ш.³

^{1,2,3} Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова,
Самарканд, Узбекистан

e-mail: ¹ahasanov2002@mail.ru, ²raykhonbek@samdu.uz

Аннотация. В данной работе исследовано уравнение типа Хироты конечной плотности в классе периодических бесконечнозонных функций. Следует отметить, что уравнение Хирота

является нелинейным уравнением в частных производных и представляет собой комбинацию фокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера (ФНУШ) и комплексного модифицированного уравнения Кортевега–де Фриза (кМКдФ).

Ключевые слова: уравнение Хирота, уравнения Кортевега–де Фриза, конечной плотности, оператор Дирака, уравнений Дубровина.

INTEGRATION OF A NONLINEAR HIROTA-TYPE EQUATION, WITH FINITE DENSITY IN THE CLASS OF PERIODIC FUNCTIONS

Hasanov A.B.¹, Eshbekov R.H.², Dzhanuzakov Sh.Sh.³

^{1,2,3} Samarkand State University named after Sh.Rashidov, Uzbekistan

e-mail: ¹ahasanov2002@mail.ru, ²raykhonbek@samdu.uz

Abstract. In this paper, a Hirota-type equation with finite density in the class of periodic infinite-zone functions is investigated. It should be noted that the Hirota equation is a nonlinear partial differential equation and is a combination of the focusing nonlinear Schrodinger equation and the complex modified Korteweg-de Vries equation.

Keywords: Hiroth equation, Korteweg-de Vries equations, finite density, Dirac operator, Dubrovin equation.

1. Введение. В данной работе исследовано уравнение типа Хироты с конечной плотности в классе периодических бесконечнозонных функций. Следует отметить, что уравнение Хирота является нелинейным уравнением в частных производных и представляет собой комбинацию фокусирующего нелинейного уравнения Шрёдингера (ФНУШ) и комплексного модифицированного уравнения Кортевега-де Фриза (кМКдФ). Это уравнение было проинтегрировано в работах [1–4], а также [5–7] в классе быстроубывающих и конечнозонных функций. Кроме того, для конечнозонных решений была выведена явная формула через тета-функции Римана. Таким образом, была установлена (см. [5–7]) разрешимость задачи Коши для уравнения Хирота при любых конечнозонных начальных данных. В работах [9–10] уравнения Хирота интегрирована в классе периодических бесконечнозонных функций.

2. Постановка задачи. Рассмотрим задачу Коши для уравнения типа Хироты с конечной плотности вида

$$\begin{cases} p_t = a(t)\{p_{xxx} + 6[\rho^2 - (p^2 + q^2)p_x]\} + b(t)\{-q_{xx} - 2[\rho^2 - (p^2 + q^2)q]\} \\ q_t = a(t)\{q_{xxx} + 6[\rho^2 - (p^2 + q^2)q_x]\} + b(t)\{p_{xx} + 2[\rho^2 - (p^2 + q^2)p]\} \end{cases}, \quad (1)$$

при начальных условиях:

$$\begin{aligned} p(x, t)|_{t=0} &= p_0(x), \quad q(x, t)|_{t=0} = q_0(x), \\ p_0(x + \pi) &= p_0(x) \in C^5(\mathbb{R}), \quad q_0(x + \pi) = q_0(x) \in C^5(\mathbb{R}), \end{aligned} \quad (2)$$

в классе действительных бесконечнозонных π -периодических по x функций:

$$\begin{aligned} p(x + \pi, t) &= p(x, t), \quad q(x + \pi, t) = q(x, t), \quad x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\ p(x, t), q(x, t) &\in C_x^3(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $a(t), b(t) \in C[0; \infty)$ – заданные непрерывные ограниченные функции, а ρ – конечные неотрицательные числа.

В данной работе предлагается алгоритм построения точных решений $p(x, t), q(x, t), x \in \mathbb{R}, t > 0$, задачи (1)–(3) сведением ее к обратной спектральной задаче для оператора Дирака:

$$\mathcal{L}(\tau, t)y \equiv B \frac{dy}{dx} + \Omega(x + \tau, t)y = \lambda y, \quad x \in \mathbb{R}, \tau \in \mathbb{R}, t > 0, \quad (4)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \Omega(x, t) = \begin{pmatrix} p(x, t) & q(x, t) \\ q(x, t) & -p(x, t) \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix}.$$

Обозначим через $c(x, \lambda, \tau, t) = (c_1(x, \lambda, \tau, t), c_2(x, \lambda, \tau, t))^T$ и $s(x, \lambda, \tau, t) = (s_1(x, \lambda, \tau, t), s_2(x, \lambda, \tau, t))^T$ решения уравнения (4) с начальными условиями $c(0, \lambda, \tau, t) = (1, 0)^T$ и $s(0, \lambda, \tau, t) = (0, 1)^T$. Функция $\Delta(\lambda, \tau, t) = c_1(\pi, \lambda, \tau, t) + s_2(\pi, \lambda, \tau, t)$ называется функцией Ляпунова для уравнения (4).

Спектр оператора Дирака $\mathcal{L}(\tau, t)$ чисто непрерывен и состоит из множества

$$\sigma(\mathcal{L}) = \mathbb{R} \setminus \left(\bigcup_{n=-\infty}^{+\infty} (\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}) \right).$$

Интервалы $(\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}), n \in \mathbb{Z}$, называются лакунами, где λ_n корни уравнения $\Delta(\lambda) \mp 2 = 0$. Они совпадают с собственными значениями периодической или антипериодической ($y(0) = \pm y(\pi)$) задачи для уравнения (4). Корни уравнения $s_1(\pi, \lambda, \tau, t) = 0$ обозначим через $\xi_n(\tau, t), n \in \mathbb{Z}$, при этом $\xi_n(\tau, t) \in [\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}], n \in \mathbb{Z}$. Числа $\xi_n(\tau, t), n \in \mathbb{Z}$, и знаки $\sigma_n(\tau, t) = \text{sign}\{s_2(\pi, \xi_n, \tau, t) - c_1(\pi, \xi_n, \tau, t)\}, n \in \mathbb{Z}$ называются спектральными параметрами оператора $\mathcal{L}(\tau, t)$. Спектральные параметры $\xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}$, и границы спектра $\lambda_n(\tau, t), n \in \mathbb{Z}$ называются спектральными данными оператора Дирака $\mathcal{L}(\tau, t)$.

Задача восстановления коэффициента $\Omega(x, t)$ оператора $\mathcal{L}(\tau, t)$ по спектральным данным называется обратной задачей. Коэффициенты $p(x + \tau, t)$ и $q(x + \tau, t)$ оператора $\mathcal{L}(\tau, t)$ определяются однозначно по спектральным данным $\{\lambda_n(\tau, t), \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}\}$. Если с помощью начальной функции $q_0(x + \tau)$ и $p_0(x + \tau), \tau \in \mathbb{R}$, построим оператор Дирака $\mathcal{L}(\tau, 0)$ вида

$$\mathcal{L}(\tau, 0)y \equiv B \frac{dy}{dx} + \Omega_0(x + \tau)y = \lambda y, \quad x \in \mathbb{R}, \tau \in \mathbb{R},$$

$$\Omega_0(x) = \begin{pmatrix} p_0(x) & q_0(x) \\ q_0(x) & -p_0(x) \end{pmatrix}, \quad y = \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix},$$

то мы увидим, что границы спектра $\lambda_n(\tau), n \in \mathbb{Z}$, полученной задачи не зависят от параметра $\tau \in \mathbb{R}$, т.е. $\lambda_n(\tau) = \lambda_n, n \in \mathbb{Z}$, а спектральные параметры от параметра τ зависят: $\xi_n^0 = \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0 = \sigma_n^0(\tau) = \pm 1$, и являются периодическими функциями: $\xi_n^0(\tau + \pi) = \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau + \pi) = \sigma_n^0(\tau), \tau \in \mathbb{R}, n \in \mathbb{Z}$. Решая прямую задачу, находим спектральные данные $\{\lambda_n, \xi_n^0(\tau), y_n^0(\tau) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}\}$ оператора $\mathcal{L}(\tau, 0)$.

3. Основной результат и обсуждение. Основной результат настоящей работы содержится в следующей теореме.

Теорема 1. Пусть $p(x, t)$ и $q(x, t)$, $x \in \mathbb{R}$, $t > 0$ – является решением задачи Коши (1)–(3). Тогда границы спектра $\lambda_n(\tau, t)$, $n \in \mathbb{Z}$, оператора $\mathcal{L}(\tau, t)$ не зависят от τ и t , т.е. $\lambda_n(\tau, t) = \lambda_n$, $n \in \mathbb{Z}$, а спектральные параметры $\xi_n(\tau, t)$, $\sigma_n(\tau, t) = \pm 1$, $n \in \mathbb{Z}$, удовлетворяют соответственно первым и вторым уравнениям системы дифференциальных уравнений Дубровина:

$$1. \frac{\partial \xi_n(\tau, t)}{\partial \tau} = 2(-1)^{n-1} \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi(\tau, t)) \{p(\tau, t) + \xi_n(\tau, t)\}, n \in \mathbb{Z}; \quad (5)$$

$$2. \frac{\partial \xi_n(\tau, t)}{\partial t} = 2(-1)^{n-1} \sigma_n(\tau, t) h_n(\xi(\tau, t)) g_n(\xi(\tau, t)), n \in \mathbb{Z}. \quad (6)$$

Здесь знак $\sigma_n(\tau, t) = \pm 1$, $n \in \mathbb{Z}$, меняется на противоположный при каждом столкновении точки $\xi_n(\tau, t)$, $n \in \mathbb{Z}$, с границами своей лакуны $[\lambda_{2n-1}, \lambda_{2n}]$. Кроме того, выполняются следующие начальные условия

$$\xi_n(\tau, t)|_{t=0} = \xi_n^0(\tau), \quad \sigma_n(\tau, t)|_{t=0} = \sigma_n^0(\tau), n \in \mathbb{Z}, \quad (7)$$

где $\xi_n^0(\tau)$, $\sigma_n^0(\tau) = \pm 1$, $n \in \mathbb{Z}$, – спектральные параметры оператора Дирака $\mathcal{L}(\tau, 0)$. Последовательность $h_n(\xi)$ и $g_n(\xi)$, $n \in \mathbb{Z}$, участвующая в уравнении (6), определяется по формулам:

$$h_n(\xi) = \sqrt{(\xi_n(\tau, t) - \lambda_{2n-1})(\lambda_{2n} - \xi_n(\tau, t)) \cdot f_n(\xi)},$$

$$f_n(\xi) = \sqrt{\prod_{k=-\infty, k \neq n}^{+\infty} \frac{(\lambda_{2k-1} - \xi_n(\tau, t))(\lambda_{2k} - \xi_n(\tau, t))}{(\xi_k(\tau, t) - \xi_n(\tau, t))^2}}, \quad (8)$$

$$g_n(\xi) = a(t)[4\xi_n^3(\tau, t) + 4p(\tau, t)\xi_n^2(\tau, t) + 2(p^2(\tau, t) + q^2(\tau, t) + q_\tau(\tau, t)) \times \times \xi_n(\tau, t) + 2(p(\tau, t)q_\tau(\tau, t) - p_\tau(\tau, t)q(\tau, t)) + 2p(\tau, t)(p^2(\tau, t) + q^2(\tau, t)) - -p_{\tau\tau}(\tau, t) - 6\rho^2(p^2(\tau, t) + \xi_n(\tau, t))] + b(t) [(p(\tau, t) + \xi_n(\tau, t))^2 + q^2(\tau, t) + +q_\tau(\tau, t) + \xi_n^2(\tau, t) - \rho^2], \quad n \in \mathbb{Z}.$$

Теперь, используя формулы следов

$$p(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\lambda_{2k-1} + \lambda_{2k}}{2} - \xi_k(\tau, t) \right), \quad (9)$$

$$q(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} (-1)^{k-1} \sigma_k(\tau, t) h_k(\xi(\tau, t)), \quad (10)$$

$$q^2(\tau, t) + q_\tau(\tau, t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \left(\frac{\lambda_{2k-1}^2 + \lambda_{2k}^2}{2} - \xi_k^2(\tau, t) \right), \quad (11)$$

и их производных $p_\tau(\tau, t)$, $q_\tau(\tau, t)$ и $p_{\tau\tau}(\tau, t)$, систему (6) можно переписать в замкнутой форме. Далее с помощью замены переменных

$$\xi_n(\tau, t) = \lambda_{2n-1} + (\lambda_{2n} - \lambda_{2n-1}) \sin^2 x_n(\tau, t), \quad n \in \mathbb{Z}$$

систему уравнений Дубровина (6) можно переписать в виде одного уравнения в банаховом пространстве \mathbb{K} :

$$\frac{dx(\tau, t)}{dt} = H(x(\tau, t)), \quad x(\tau, t)|_{t=0} = x^0(\tau) \quad (12)$$

где

$$\mathbb{K} = \left\{ x = (\dots, x_{-1}(\tau, t), x_0(\tau, t), x_1(\tau, t), \dots) : \|x\| = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (1 + |n|)(\lambda_{2n} - \lambda_{2n-1})|x_n| < \infty \right\}.$$

Лемма 1. Если начальные функции $p_0(x), q_0(x)$ удовлетворяют условиям

$$p_0(x + \pi) = p_0(x) \in C^5(\mathbb{R}), \quad q_0(x + \pi) = q_0(x) \in C^5(\mathbb{R}),$$

то вектор-функция $H(x)$ удовлетворяет условию Липшица в банаховом пространстве \mathbb{K} , т.е. существует такая постоянная $L = \text{const} > 0$, что для произвольных элементов $x, y \in \mathbb{K}$ выполняется следующее неравенство:

$$\|H(x) - H(y)\| \leq L\|x - y\|,$$

где

$$L = c \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (1 + |n|)|n|^3 \gamma_n < \infty, \quad \gamma_k = \lambda_{2k} - \lambda_{2k-1} = \frac{c_k^{(5)}}{2^4 |k|^5} + \frac{\delta_k}{k^6}, \quad (13)$$

$$Q_0(t) \equiv q_0(t) - ip_0(t), \quad c_k^{(5)} = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi Q_0^{(5)}(t) e^{-2ikt} dt, \quad \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta_k^2 < \infty.$$

Следует отметить, что второе равенство (13) получено в работе [8].

Замечание 1. Теорема 1 и лемма 1 дают метод нахождения решения задачи (1)-(3). Для этого сначала найдем спектральные данные $\lambda_n, \xi_n^0(\tau), \sigma_n^0(\tau) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}$, оператора Дирака $\mathcal{L}(\tau, 0)$. Обозначим спектральные данные оператора $\mathcal{L}(\tau, t)$ через $\lambda_n, \xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t) = \pm 1, n \in \mathbb{Z}$. Теперь решая задачу Коши (6), (7) при произвольном значении τ , находим $\xi_n(\tau, t), \sigma_n(\tau, t), n \in \mathbb{Z}$. Из формулы следов (9) и (10) определим функции $p(\tau, t)$ и $q(\tau, t)$, т.е. решения задачи (1)-(3).

Таким образом, нами доказана следующая

Теорема 2. Если начальные функции $p_0(x), q_0(x)$ удовлетворяют условиям

$$p_0(x + \pi) = p_0(x) \in C^5(\mathbb{R}), \quad q_0(x + \pi) = q_0(x) \in C^5(\mathbb{R}),$$

то существует принадлежащее классу $C_x^3(t > 0) \cap C_t^1(t > 0) \cap C(t \geq 0)$ однозначно определяемые решения $p(\tau, t), q(\tau, t)$ задачи (1)-(3), которые определяются, соответственно, суммой рядов (9) и (10).

4. Заключение. Метод обратной спектральной задачи применяется для интегрирования нелинейного уравнения типа Хироты с конечной плотности в классе периодических бесконечнозонных функций. Доказано разрешимость задачи Коши для бесконечной системы дифференциальных уравнений Дубровина в классе пять раз непрерывно дифференцируемых периодических бесконечнозонных функций. Установлена разрешимость задачи Коши для уравнения типа Хироты с конечной плотности в классе пять раз непрерывно дифференцируемых периодических функций.

Список литературы

1. Hirota R. Exact envelop-soliton solutions of a nonlinear wave equation // J.Math.Phys.1973. V. 14. P. 805-809.

2. *Hirota R.* Exact N-soliton solution of the wave equation of long waves in shallow water and nonlinear lattices // J.Math.Phys.1973. V. 14. P. 810–815.
3. *Eslami M., Mirzazadeh M.A., Neirameh A.* New exact wave solutions of Hirota equation // Pramana-5.Phys. 2014. V. XX. № X. P.1–6.
4. *Shaikhova G.N., Kaykbay Y.S.* Exact solutions of the Hirota equation using the sine-cosine method // Bulletin of the South Ural State University ser. Mathematics, Mechanics, Physics. 2021. V. 13. № 3. P. 47–52.
5. *Матвеев В.Б., Смирнов А.О.* Решения типа «волн-убийц» уравнений иерархии Абловица – Каупа – Ньюэлла – Сигура: единый подход // ТМФ. 2016. Т. 106. № 2. С. 191–220.
6. *Матвеев В.Б., Смирнов А.О.* Двухфазные периодические решения уравнений из АКНС иерархии // Зап. научн. сем. ПОМИ. 2018. Т. 473. С. 205–227.
7. *Matveev V.B., Smirnov A.O.* Multiphase solutions of nonlocal symmetric reductions of equations of the AKNS hierarchy: general analysis and simples examples // Theoretical and Math.Physics. 2020. V.204. № 3. P.1154–1165.
8. *Мисюра Т.В.* Характеристика спектров периодических и антипериодических краевых задач, порождаемых операцией Дирака I, II // Теория функций, функциональный анализ и их приложения. 1978. Вып. 30. С. 90-101; 1979. Вып. 31. С.102–109.
9. *Хасанов А.Б., Маннонов Г.А.* Интегрирование нелинейного уравнения Хирота в классе периодических бесконечнозонных функций // Доклады АНРУз. 2022. № 1. С. 7-10.
10. *Маннонов Г.А., Хасанов А.Б.* Задача Коши для нелинейного уравнения Хироты в классе периодических бесконечнозонных функции // Алгебра и анализ. 2022. Т. 34. № 5. С. 139–172.

ПРОДОЛЖЕНИЕ РЕШЕНИЯ БИГАРМОНИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Шодиев Д.Ш.¹, Хайруллаев М. С.², Махмудов Ш.Т.³

^{1,2,3}*Самаркандский государственный университет им. Ш. Рашидова,
Самарканд, Узбекистан*

e-mail: ¹*dilshod.shodiev.76@mail.ru,*

²*hayrullayevmuhammad063@gmail.com*

³*maxmudovshmalik4@gmail.com*

Аннотация. В данной работе изучается задача продолжения решения задачи Коши для бигармонического уравнения в области G по ее известным значениям на гладкой части S границы ∂G . Рассматриваемая задача относится к задачам математической физики, в которых отсутствует непрерывная зависимость решений от начальных данных. Для этого случая при помощи функции Карлемана предлагается явная формула регуляризации. При этом предполагается, что решение ограничено на части T границы.

Ключевые слова: задача Коши, некорректные задачи, бигармонические уравнения, функция Карлемана, регуляризованные решения, регуляризация, формулы продолжения.

CONTINUED SOLUTION OF BIHARMONIC EQUATIONS

Sodiyev D.S.¹, Xayrullaev M.S.², Maxmudov Sh. T.³

^{1,2,3}Samarkand State University

named after Sharof Rashidov, Samarkand, Uzbekistan

e-mail: ¹dilshod.shodiev.76@mail.ru,

²xayrullayevmuhammad063@gmail.com,

³maxmudovshmalik4@gmail.com

Abstract. In this paper, we study the problem of continuing the solution of the Cauchy problem for a biharmonic equation in a domain G by its known values on the smooth part S of the boundary ∂G . The problem under consideration belongs to the problems of mathematical physics, in which there is no continuous dependence of solutions on the initial data. It is assumed that a solution to the problem exists and is continuously differentiable in a closed domain with exactly given Cauchy data. For this case, using the Carleman function, an explicit regularization formula is proposed. It is assumed that the solution is bounded on a part T of the boundary.

Keywords: Cauchy problem, ill-posed problems, biharmonic equations Carleman function, regularized solutions, regularization, continuation formulas.

Пусть $x = (x_1, x_2, x_3)$ и $y = (y_1, y_2, y_3)$ – точки вещественного евклидова пространства R^3 , G – ограниченная односвязная область в R^3 с границей ∂G , состоящей из компактной части T плоскости $y_3 = 0$ и гладкого куска поверхности S -Ляпунова, лежащей в полупространстве $y_3 > 0$, $\bar{G} = G \cup \partial G$, $\partial G = S \cup T$.

В области G рассмотрим бигармоническое уравнение

$$\Delta^2 U(y) = 0, \quad y \in G, \quad (1)$$

где $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_2^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_3^2}$ – оператор Лапласа.

Постановка задачи. Требуется найти бигармоническую функцию $U(y) = U(y_1, y_2, y_3) \in C^4(G) \cap C^3(\bar{G})$, у которой известны значения на части S границы ∂G , т.е.

$$\begin{aligned} U(y_1, y_2, y_3)|_S &= f_1(y), \quad \frac{\partial U(y_1, y_2, y_3)}{\partial n} \Big|_S = f_2(y), \\ \Delta U(y_1, y_2, y_3)|_S &= f_3(y), \quad \frac{\partial(\Delta U(y_1, y_2, y_3))}{\partial n} \Big|_S = f_4(y), \end{aligned} \quad (2)$$

где $f_i(y)$, $i=1,2,3,4$ – заданные достаточно гладкие функции, $\frac{d}{dn}$ – оператор дифференцирования по внешней нормали к ∂G .

Рассматриваемая задача (1), (2) относится к некорректным задачам математической физики. В работе А.Н. Тихонова [4] была указана практическая важность неустойчивых задач и показано, что, если сузить класс возможных

решений до компакта, то из существования и единственности следует устойчивость решения.

Задача Коши для линейных эллиптических дифференциальных операторов имеет многочисленные приложения в физике, электродинамике, механике жидкости [8,15].

Конструкция функции Карлемана

Формулы, позволяющие находить решение эллиптического уравнения в случае, когда данные Коши известны лишь на части границы области, получили название формул типа Карлемана. В [2] Карлеман установил формулу, дающую решение уравнений Коши-Римана в области специального вида.

Г.М. Голузин, В.И. Крылов [3] нашли общий способ получения формулы Карлемана. Ими получена формула восстановления по граничному множеству положительной лебеговой меры, а также предложен новый вариант формулы продолжения.

Одномерным и многомерным обобщениям формулы Карлемана посвящена монография Л.А. Айзенберга [1]. Формула типа Карлемана, в которой используется фундаментальное решение дифференциального уравнения со специальными свойствами (функция Карлемана), была получена М.М. Лаврентьевым [7, 8]; дано определение функции Карлемана для случая, когда данные Коши заданы приближенно, а также приведена схема регуляризации задачи Коши для уравнения Лапласа. Применяя этот метод, Ш.Я. Ярмухамедов [9, 10] построил функции Карлемана для широкого класса эллиптических операторов, заданных в пространственных областях специального вида, когда часть границы области является гиперповерхностью либо конической поверхностью.

Определим функцию $\Phi_\sigma(x, y)$ следующим равенством [10]:

$$-2\pi^2 e^{\sigma x_3^2} \Phi_\sigma(x, y) = \int_0^\infty \operatorname{Im} \left[\frac{e^{\sigma w^2}}{w - x_3} \right] \frac{udu}{\sqrt{u^2 + \alpha^2}}. \quad (3)$$

Отделяя мнимую часть функции $\Phi_\sigma(x, y)$, имеем

$$\Phi_\sigma(x, y) = \frac{1}{2\pi^2} e^{-\sigma(\alpha^2 + x_3^2 - y_3^2)} \left[\int_0^\infty \frac{e^{-\sigma u^2} \cos 2\sigma y_3 \sqrt{u^2 + \alpha^2} u du}{u^2 + r^2} - \int_0^\infty \frac{e^{-\sigma u^2} (y_3 - x_3) \sin 2\sigma y_3 \sqrt{u^2 + \alpha^2} u du}{u^2 + r^2 \sqrt{u^2 + \alpha^2}} \right], \quad (4)$$

где $y' = (y_1, y_2)$, $x' = (x_1, x_2)$, $r = |y - x|$, $\alpha = |y' - x'|$, $w = i\sqrt{u^2 + \alpha^2} + y_3$, $\sigma > 0$, $u \geq 0$.

В работе [10] доказано, что функция $\Phi_\sigma(x, y)$, определенная равенствами (3) при $\sigma > 0$, представима в виде

$$\Phi_\sigma(x, y) = F(r) + G_\sigma(x, y), \quad (5)$$

где $F(r) = \frac{1}{4\pi r}$, $G_\sigma(x, y)$ – функция гармоническая по y в R^2 , включая $y = x$.

Отсюда следует, что функция $\Phi_\sigma(x, y)$ для любого $\sigma > 0$ по y является фундаментальным решением уравнения Лапласа. Фундаментальное решение $\Phi_\sigma(x, y)$ с указанным свойством называется функцией Карлемана для полупространства [7].

Известно, что если функция Карлемана построена, то с использованием формулы Грина можно написать регуляризованное решение в явном виде. Отсюда вытекает, что эффективность построения функции Карлемана эквивалентна построению регуляризованного решения задачи Коши.

Для функции $U(y) = U(y_1, y_2, y_3) \in C^4(G) \cap C^3(\bar{G})$ и любого $x \in G$ справедлива следующая интегральная формула Грина [14]:

$$U(x) = \int_{\partial G} \left[U(y) \frac{\partial(\Delta L(x, y))}{\partial n} - \Delta L(x, y) \frac{\partial U(y)}{\partial n} \right] dS_y + \\ + \int_{\partial G} \left[\Delta U(y) \frac{\partial L(x, y)}{\partial n} - L(x, y) \frac{\partial(\Delta U(y))}{\partial n} \right] dS_y, \quad x \in G, \quad (6)$$

где $L(x, y) = r^2 \left(\frac{1}{4\pi r} \right) = \frac{r}{4\pi}$ является фундаментальным решением уравнения (1).

Семейство функций $U(x, \sigma, f_{k\delta})$ и $\frac{\partial U(x, \sigma, f_{k\delta})}{\partial x_i}$, $i = 1, 2, 3$, с указанными

свойствами называется регуляризованным решением по М.М. Лаврентьеву [7]. Если при указанных условиях вместо данных Коши заданы их непрерывные приближения с заданным уклонением в равномерной метрике, то предлагается явная формула регуляризации. При этом предполагается, что решение ограничено на части T границы.

В [11, 12] с помощью функции Карлемана получены оценки отклонения производных первого порядка приближенного решения от производных точного решения в зависимости от расстояния до плоской части границы в двумерных и трехмерных областях для уравнения Лапласа, а в [13] в двумерных областях специального вида для бигармонического уравнения.

Формула продолжения и регуляризация по М. М. Лаврентьеву

Обозначим

$$U_\sigma(x) = \int_s \left[f_1(y) \frac{\partial(\Delta L_\sigma(x, y))}{\partial n} - f_2(y) \Delta L_\sigma(x, y) \right] dS_y + \\ + \int_s \left[f_3(y) \frac{\partial L_\sigma(x, y)}{\partial n} - f_4(y) L_\sigma(x, y) \right] dS_y, \quad x \in G,$$

где $L_\sigma(x, y) = r^2 \Phi_\sigma(x, y)$.

Теорема 1. Пусть функция $U(y) = U(y_1, y_2, y_3) \in C^4(G) \cap C^3(\bar{G})$ на части S границы удовлетворяет условию (2), и на части T границы ∂G выполнено неравенство

$$|U(y)| + \left| \frac{\partial U(y)}{\partial n} \right| + |\Delta U(y)| + \left| \frac{\partial \Delta U(y)}{\partial n} \right| \leq M, \quad y \in T, M > 0. \quad (7)$$

Тогда для любого $x \in G$ и $\sigma > 0$ справедливы оценки

$$|U(x) - U_\sigma(x)| \leq \varphi(\sigma, x_3) M e^{-\sigma x_3^2}, \quad (8)$$

$$\left| \frac{\partial U(x)}{\partial x_i} - \frac{\partial U_\sigma(x)}{\partial x_i} \right| \leq \varphi_i(\sigma, x_3) M e^{-\sigma x_3^2}, \quad i = 1, 2, 3, \quad (9)$$

где $\varphi(\sigma, x_3)$ и $\varphi_i(\sigma, x_3)$, $i = 1, 2, 3$, – функции, зависящие от x_3 и σ .

Список литературы

1. Айзенберг Л.А. Формулы Карлемана в комплексном анализе. Новосибирск: Наука, 1990.
2. Carleman T. Les Fonctions quasi analytiques. Paris, 1926.
3. Голузин Г.М., Крылов В.И. Обобщенная формула Карлемана и ее приложение к аналитическому продолжению функций // Матем. сборник. 1933. Т. 40 С. 144–149.
4. Тихонов А.Н. Об устойчивости обратных задач // ДАН СССР. 1943. Т 39. № 5. С. 147–160.
5. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1995.
6. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М.: Наука. 1974.
7. Лаврентьев М.М. О задачи Коши для уравнения Лапласа // Изв. АН СССР. 1956. Т. 20. №6. С. 819–842.
8. Лаврентьев М.М. О некоторых некорректных задачах математической физики. Новосибирск: Изд. СО АН СССР, 1962.
9. Ярмухамедов Ш. О гармоническом продолжении дифференцируемых функций заданных на куске границы. // Сибирский матем. журнал. 2002. Т. 43. № 1 С. 228–239.
10. Ярмухамедов Ш. Представление гармонической функции в виде потенциалов и задача Коши // Математические заметки. 2008. Т. 83. № 5. С. 763–778.
11. Хасанов А.Б., Турсунов Ф.Р. О задаче Коши для уравнения Лапласа // Уфимский математический журнал. 2019. Т. 11. №4. С. 92–106.
12. Хасанов А.Б., Турсунов Ф.Р. Задача Коши для трехмерного уравнения Лапласа. // Известия высших учебных заведений. Математика. 2021. № 2. С. 56–73.
13. Shodiyev D. On the Cauchy Problem for the Biharmonic Equation // Journal of Siberian Federal University. Mathematics & Physics. 2022. V.15. № 2. P. 199–213.
14. Векуа И.Н. Новые методы решения эллиптических уравнений. М.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1948.
15. Мергелян С.Н. Гармоническая аппроксимация и приближенное решение задачи Коши для уравнения Лапласа. // Успехи матем. наук. 1956. Т.1. № 5. С. 3–26.

О КОЭФФИЦИЕНТАХ КРИТЕРИЯ СОВМЕСТНОГО СУЩЕСТВОВАНИЯ ОСОБЫХ ТОЧЕК ДВУМЕРНОЙ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

Эргашев В.Э.¹, Буриев Т.Э.²

^{1,2}*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан.*

e-mail: vafokul_ergashev@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается двумерная система дифференциальных уравнений. Определены типы изолированных особых точек системы в конечной части плоскости и бесконечности. Получены коэффициентные критерии совместного существования особых точек. При определении типов особых точек применяется теория индексов. Изучается взаимное расположения изоклин нуля и бесконечности, получены условия отсутствия замкнутых фазовых траекторий и предельных циклов. Получены условия существования особых точек в проективной плоскости.

Ключевые слова: изолированные особые точки, характеристическое уравнение, фазовые траектории.

ON THE COEFFICIENTS OF THE CRITERION FOR THE JOINT EXISTENCE OF SINGULAR POINTS OF A TWO-DIMENSIONAL SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS

Ergashev V.E.¹, Buriev T.E.²

^{1,2}*Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand,
Uzbekistan*

e-mail: vafokul_ergashev@mail.ru

Abstract. The paper considers a two-dimensional system of differential equations. The types of isolated singular points of the system in the finite part of the plane and infinity are determined. Coefficient criteria for the joint existence of singular points are obtained. Index theory is used to determine the types of singular points. The mutual arrangement of the isoclines of zero and infinity is studied, the conditions for the absence of closed phase trajectories and limit cycles are obtained. The conditions for the existence of singular points in the projective plane are obtained.

Keywords: isolated singular points, characteristic equation, phase trajectories.

Рассмотрим систему дифференциальных уравнений

$$\frac{dx}{dt} = x(a_1x^m + b_1y^m + c_1), \tag{1}$$

$$\frac{dy}{dt} = y(a_2x^m + b_2y^m + c_2),$$

где $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2$ — постоянные числа, $c_1 \neq 0, c_2 \neq 0, m$ — целое положительное число. Введем обозначения:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, \Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & b_2 \\ c_1 & c_2 \end{vmatrix}, \Delta_2 = \begin{vmatrix} c_1 & c_2 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix},$$

$$\mathfrak{S} = b_2 c_1 (a_2 - a_1) + a_1 c_2 (b_1 - b_2).$$

Оси координат $x = 0$ и $y = 0$ являются интегральными кривыми системы (1). Пусть $m = 2k$ – четное число. Тогда систему (1) можно записать в виде

$$\frac{dx}{dt} = x(a_1 x^{2k} + b_1 y^{2k} + c_1) = P(x, y),$$

$$\frac{dy}{dt} = y(a_2 x^{2k} + b_2 y^{2k} + c_2) = Q(x, y),$$
(2)

где $a_1 \neq a_2, b_1 \neq b_2$.

Если $c_2 b_2 < 0, c_1 a_1 < 0$, то на осях координат лежат пять изолированных особых точек системы (2). Кроме того если $\Delta \cdot \Delta_1 > 0, \Delta \cdot \Delta_2 > 0$, то имеется еще четыре изолированные особые точки M_1, M_2, M_3, M_4 , не лежащие на осях координат и определяемые следующей системой уравнений

$$a_1 x^{2k} + b_1 y^{2k} + c_1 = 0, a_2 x^{2k} + b_2 y^{2k} + c_2 = 0. \quad (3)$$

Следует заметить, что особые точки M_1, M_2, M_3, M_4 будут одного и того же типа, так как система (2) инвариантна при замене x, y на $\pm x, \pm y$. Если система (2) имеет замкнутые фазовые траектории, то эти особые точки лежат симметрично. Если $\Delta = 0$, то особые точки M не существуют и система не имеет замкнутых фазовых траекторий. Отметим, что если особые точки M_1, M_2, M_3, M_4 – седла, то система (1) также не имеет замкнутых фазовых траекторий.

Пусть выполнены неравенства:

$$c_1 a_1 < 0, c_2 a_2 < 0, \text{ и } \frac{c_2}{a_2} > \frac{c_1}{a_1}, \frac{c_2}{b_2} < \frac{c_1}{b_1} \text{ или } \frac{c_2}{a_2} < \frac{c_1}{a_1}, \frac{c_2}{b_2} > \frac{c_1}{b_1}. \quad (4)$$

Пользуясь свойствами кривой $F(x, y) = ax^m + by^m + c = 0$, в силу неравенств (4) можем определить расположение изоклины нуля и бесконечности. В этом случае имеет место следующая теорема.

Теорема 1. Если система дифференциальных уравнений (2) имеет девять изолированных особых точек, то пять из них будут антиседлами, а остальные четыре – седла или, наоборот, пять из них будут седлами, а остальные четыре – антиседлами.

Рассмотрим совместное существование изолированных особых точек в проективной плоскости, т.е. бесконечно удаленных особых точек. Для этого изучим особые точки следующих дифференциальных уравнений:

$$\frac{dz}{d\tau} = \frac{-z(a_1 + b_1 \tau^{2S} + c_1 z^{2S})}{(a_2 - a_1)\tau + (b_2 - b_1)\tau^{2S+1} + (c_2 - c_1)\tau z^{2S}}, \quad (5)$$

$$\frac{dz}{d\mu} = \frac{-z(b_2 + a_2 \mu^{2S} + c_2 z^{2S})}{(b_1 - b_2)\mu + (a_1 - a_2)\mu^{2S+1} + (c_1 - c_2)\mu z^{2S}}. \quad (6)$$

Если $(a_2 - a_1)(b_2 - b_1) < 0, z = 0, \mu = 0$, то уравнения (5) и (6) имеют четыре особые точки. Вычисляя корни характеристических уравнений этих особых точек, определяем типы этих точек. Имеет место теорема.

Теорема 2. Пусть $c_1 a_1 < 0$, $c_2 b_2 < 0$, $a_1 \neq a_2$, $b_1 \neq b_2$, $\Delta \cdot \Delta_1 > 0$, $\Delta \cdot \Delta_2 > 0$, $(a_2 - a_1)(b_1 - b_2) > 0$. Тогда система дифференциальных уравнений (2) имеет девять изолированных особых точек в конечной части плоскости и четыре изолированные особые точки в бесконечности, и для их совместного существования реализуется только два случая: 1) пять антиседел, четыре седла в конечной части плоскости, два узла и два седла в бесконечности; 2) пять седел, четыре антиседла в конечной части плоскости, седло и три узла в бесконечности.

Если в условиях теоремы 2 дополнительно выполняется условие $\mathfrak{S} \neq 0$ в квадрантах 1-3, 2-4 соответственно, то система уравнений (2) не имеет предельных циклов, и в силу симметричности особых точек получим следующую теорему.

Теорема 3. Пусть $c_2 b_2 < 0$, $c_1 a_1 < 0$, $a_1 \neq a_2$, $b_1 \neq b_2$, $\Delta \cdot \Delta_1 > 0$, $\Delta \cdot \Delta_2 > 0$, $(a_2 - a_1)(b_1 - b_2) > 0$, $\mathfrak{S} \neq 0$. Тогда система дифференциальных уравнений (2) не имеет предельных циклов, и для совместного существования особых точек реализуется один из случаев: 1) пять узлов, четыре седла или узел, четыре фокуса, четыре седла в конечной части плоскости, два узла, два седла в бесконечности. 2) четыре узла, пять седел или четыре фокуса, пять седел в конечной части плоскости и седло, три узла в бесконечности.

Следует заметить, что узел и фокус являются топологически эквивалентными особыми точками. Поэтому при $\mathfrak{S} \neq 0$ в системе (2) при максимальном числе изолированных особых точек имеются два случая топологически различных картин фазовых траекторий во всей плоскости: 1) пять узлов, четыре седла в конечной части плоскости, два узла и два седла в бесконечности; 2) четыре узла, пять седел в конечной части плоскости, седло и три узла в бесконечности.

Отметим, что некоторые частные случаи этой системы рассмотрены в [1, 2].

Для случая $\Delta = 0$ имеем $a_1 = r b_1$, $a_2 = r b_2$. Тогда систему уравнений (2) можно записать в виде

$$\frac{dx}{dt} = b_1 x \left(r x^{2k} + y^{2k} + \frac{c_1}{b_1} \right), \quad (7)$$

$$\frac{dy}{dt} = b_2 y \left(r x^{2k} + y^{2k} + \frac{c_2}{b_2} \right),$$

где $r \neq 0$, $b_1 \cdot b_2 \neq 0$, $c_1 \cdot c_2 \neq 0$, k – целое положительное число. Применяя теорию индексов для определения типов особых точек и определяя поведения изоклин нуля и бесконечности, можно доказать следующую теорему.

Теорема 4. Пусть $r > 0$, $c_1 b_1 < 0$, $c_2 b_2 < 0$. Тогда система уравнений (7) в конечной части плоскости имеет пять изолированных особых точек: три узла, два седла или три седла, два узла. Если же $c_1 b_1 < 0$, $c_2 b_2 > 0$ или $c_1 b_1 > 0$, $c_2 b_2 < 0$, то система (7) имеет только три изолированные особые точки. Если $c_1 c_2 > 0$, то тогда имеет узел и два седла, а если $c_1 c_2 < 0$, то имеет седло и два узла.

Таким же образом можно исследовать особые точки системы уравнений (7) при условии $r < 0$. В этом случае система (7) имеет только три изолированные особые точки в конечной части плоскости.

Список литературы

1. *Эргашев В.Э.* Исследование поведения фазовых траекторий двумерной системы дифференциальных уравнений в бесконечности // Сборник материалов республиканской научно-практической конференции «Актуальные вопросы алгебры и анализа» Ч. 2. Термез, 2022.

2. *Буриев Т.Э., Эргашев В.Э.* Геометрическое исследование двумерной системы дифференциальных уравнений в одном случае // Труды республиканской конференции «Дифференциальные уравнения и их приложения». Самарканд, 27-28 декабря 2005 г.

ДРОБНАЯ ПРОИЗВОДНАЯ ТИПА ψ – МАРШО И ОБРАЩЕНИЕ ДРОБНЫХ ИНТЕГРАЛОВ ТИПА ψ – РИМАНА–ЛИУВИЛЛЯ

Яхшибоев М. У.¹, Нарзуллаев У.Х.², Усманов А.А.³

^{1,2}*Самаркандский филиал Ташкентского университета информационных технологий имени Мухаммада аль-Хоразми, Самарканд, Узбекистан,*

³*Самаркандский государственный университет, Самарканд, Узбекистан*
e-mail: ¹m.yakhshiboev@gmail.com, ²ulug1956_56@mail.ru

Аннотация. Дробные интегралы типа ψ – Римана–Лиувилля и производные на оси исследуются в пространствах p -суммируемых функций. В настоящей работе построено обобщение так называемой дробной производной ψ – Маршо на отрезке. Рассматривается интегральное представление усеченной дробной производной ψ – Маршо. Кроме того, получена теорема об обращении дробных интегралов типа ψ – Римана–Лиувилля.

Ключевые слова: дробные интегралы типа ψ – Римана–Лиувилля, пространства Лебега, дробные производные типа Маршо.

ψ – MARCHAUD-TYPE FRACTIONAL DERIVATIVE AND THE INVERSION OF ψ – RIEMANN-LIOUVILLE TYPE FRACTIONAL INTEGRALS

Yakhshiboev M.U.¹, Narzullaev U.X.², Usmanov A.A.³

^{1,2}*Samarkand Branch Tashkent University of Information Technologies named after Muhammad al-Khwarizmi, Samarkand, Uzbekistan*

³*Samarkand State University, Samarkand, Uzbekistan*

e-mail: ¹m.yakhshiboev@gmail.com, ²ulug1956_56@mail.ru

Abstract. ψ – Riemann–Liouville type fractional integrals and derivatives on the axis are considered in spaces of p -summable functions. A generalization of the so-called ψ –

Marchaud fractional derivative on an segment is constructed in this paper. The integral representation of the so-called ψ – Marchaud truncated fractional derivative is considered. In addition, an inversion theorem of ψ – Riemann–Liouville type fractional integrals are obtained.

Keywords: ψ – Riemann–Liouville fractional integration, Lebesgue spaces, ψ – Marchaud type fractional derivatives.

В работах [1, 2] представлена обобщенная форма для дробных операторов Римана–Лиувилля, названных дробными операторами типа ψ – Римана–Лиувилля, получены и доказаны важные свойства новых обобщенных операторов ψ – Римана–Лиувилля в пространстве $L^p(a, b)$.

Дробные производные типа ψ – Маршо еще не изучены. В данной работе мы вводим новые обобщения дробных производных типа ψ – Маршо на отрезке. Доказаны теоремы обращения дробных интегралов типа ψ – Римана–Лиувилля от функций в пространстве $L^p(a, b)$.

Определение 1 [1]. Пусть $\alpha > 0$, $-\infty \leq a < b \leq \infty$ и пусть функция φ интегрируема на отрезке $[a, b]$ и $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$. Левосторонние и правосторонние дробные интегралы типа ψ – Римана–Лиувилля функции φ относительно другой функции ψ на отрезке $[a, b]$, с порядком α , определяются следующим образом:

$$(I_{a+}^{\alpha, \psi} \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \psi'(t) (\psi(x) - \psi(t))^{\alpha-1} \varphi(t) dt \quad \text{при } x > a,$$

и

$$(I_{b-}^{\alpha, \psi} \varphi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_x^b \psi'(t) (\psi(t) - \psi(x))^{\alpha-1} \varphi(t) dt \quad \text{при } x < b,$$

соответственно.

Определение 2 [1]. Пусть $\alpha > 0$, $n-1 < \alpha \leq n$, $n \in \mathbb{N}$, $-\infty \leq a < b \leq \infty$ и пусть функция f интегрируема на отрезке $[a, b]$ и $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$. Левосторонние и правосторонние производные ψ – Римана–Лиувилля функции f относительно другой функции ψ на $[a, b]$, с порядком α и параметром μ , определяются следующим образом:

$$(D_{a+}^{\alpha, \psi} f)(x) = \left(\frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \right)^n I_{a+}^{n-\alpha, \psi} f(x), \quad x > a, \quad (1)$$

и

$$(D_{b-}^{\alpha, \psi} f)(x) = \left(-\frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \right)^n I_{b-}^{n-\alpha, \psi} f(x), \quad x < b, \quad (2)$$

соответственно, где $n = [\alpha] + 1$. При $0 < \alpha < 1$ формулы (1) и (2) принимают вид:

$$(D_{a+}^{\alpha, \psi} f)(x) = \frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \psi'(t) (\psi(x) - \psi(t))^{-\alpha} f(t) dt, \quad x > a,$$

и

$$(D_{b-}^{\alpha, \psi} f)(x) = -\frac{1}{\psi'(x)} \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_x^b \psi'(t) (\psi(t) - \psi(x))^{-\alpha} f(t) dt, \quad x < b,$$

соответственно.

При $0 < \alpha < 1$, $0 < \varepsilon < 1$ мы полагаем:

$$(D_{a+, \varepsilon}^{\alpha, \psi} f)(x) = \begin{cases} \frac{f(x)}{\Gamma(1-\alpha)(\psi(x) - \psi(a))^\alpha} + \frac{\alpha}{\Gamma(1-\alpha)} \int_\varepsilon^{\psi(x) - \psi(a)} \frac{f(x) - f(\psi^{-1}(\psi(x) - \tau))}{\tau^{\alpha+1}} d\tau, & \delta(\varepsilon) \leq x \leq b, \\ \frac{f(x)}{\Gamma(1-\alpha)\varepsilon^\alpha}, & a \leq x \leq \delta(\varepsilon), \end{cases} \quad (3)$$

которую будем называть «усеченной» дробной производной типа ψ – Маршо, где $\delta(\varepsilon) = \psi^{-1}(\psi(x) + \varepsilon)$.

Лемма 1. Пусть $f(x) = (I_{a+}^{\alpha, \psi} \varphi)(x)$, $\varphi \in L^p(a, b)$, где $0 < \alpha < 1$, $1 \leq p < \infty$, и $0 < \varepsilon < 1$ и пусть $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in (a, b)$. Тогда усеченная дробная производная $(D_{a+}^{\alpha, \psi} f)(x)$ имеет следующее интегральное представление

$$(D_{a+, \varepsilon}^{\alpha, \psi} f)(x) = \int_0^{r(x, \varepsilon)} K_\alpha^+(t) \varphi(\psi^{-1}(\psi(x) - \varepsilon t)) dt, \quad (4)$$

где $r(x, \varepsilon) = \frac{1}{\varepsilon}(\psi(x) - \psi(a))$, ядро $K_\alpha^+(t) = \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} [t_+^\alpha - (t-1)_+^\alpha] \in L^1(\mathbb{R})$ является усредняющим

$$\int_0^\infty K_\alpha^+(t) dt = 1, \quad (5)$$

и $K_\alpha^+(t) > 0$ (см. [3], с. 105).

Следствие. Пусть $f(x) = (I_{a+}^{\alpha, x} \varphi)(x)$, $\varphi \in L^p(a, b)$, где $0 < \alpha < 1$, $1 \leq p < \infty$, и $0 < \varepsilon < 1$. Тогда усеченная дробная производная $(D_{a+, \varepsilon}^{\alpha, x} f)(x)$ имеет следующее интегральное представление

$$(D_{a+, \varepsilon}^{\alpha, x} f)(x) = \int_0^{\frac{x-a}{\varepsilon}} K_\alpha^+(t) \varphi(x - \varepsilon t) dt,$$

где ядро $K_\alpha^+(t) = \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} [t_+^\alpha - (t-1)_+^\alpha] \in L^1(\mathbb{R})$.

Лемма 2. Пусть $f(x) = (I_{a+}^{\alpha, \psi} \phi)(x)$, $\phi \in L^p([a, b])$, где $0 < \alpha < 1$, $1 < p < \infty$, и пусть $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in [a, b]$. Тогда

$$\|(\psi(x) - \psi(a))^{-\alpha} (I_{a+}^{\alpha, \psi} \phi)(x); L^p\| \leq \frac{\Gamma\left(1 - \frac{1}{p}\right)}{\Gamma\left(1 + \alpha - \frac{1}{p}\right)} \left[\frac{\psi'(b)}{\psi'(a)}\right]^{1/p} \|\phi; L^p\|.$$

Теорема 1. Пусть $f(x) = (I_{a+}^{\alpha, \psi} \phi)(x)$, $\phi \in L^p([a, b])$, $0 < \alpha < 1$, $1 \leq p < \infty$, $0 < \varepsilon < 1$ и пусть $\psi \in C^1([a, b])$ является положительной возрастающей функцией такой, что $\psi'(x) \neq 0$ для всех $x \in [a, b]$. Тогда

$$(D_{a+}^{\alpha, \psi} f)(x) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (D_{a+\varepsilon}^{\alpha, \psi} f)(x) = \phi(x),$$

где предел понимается в пространстве $L^p(a, b)$.

Доказательство. Без ограничения общности считаем, что функции $\phi(x)$ продолжены нулем за пределы отрезка $[a, b]$. Тогда с учетом (4) и (5)

$$(D_{a+\mu; \varepsilon}^{\alpha, \psi} f)(x) - \phi(x) = \int_0^{\infty} K_{\alpha}^{+}(y) \left[\phi(\psi^{-1}(\psi(x) - \varepsilon y)) - \phi(x) \right] dt,$$

при $\delta(\varepsilon) \leq x \leq b$, $\delta(\varepsilon) := \psi^{-1}(\psi(a) + \varepsilon)$. Для значения $a \leq x \leq \delta(\varepsilon)$ согласно (3) имеем

$$\begin{aligned} (D_{a+\mu; \varepsilon}^{\alpha, \psi} f)(x) - \phi(x) &= \frac{f(x)}{\varepsilon^{\alpha} \Gamma(1 - \alpha)} - \phi(x) = \\ &= \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} \frac{1}{\varepsilon^{\alpha}} \int_a^x \psi'(\xi) (\psi(\xi) - \psi(a))^{\alpha-1} \phi(\psi^{-1}(\psi(x) - \psi(\xi) + \psi(a))) d\xi - \phi(x). \end{aligned}$$

Применяя обобщенное неравенство Минковского, имеем

$$\begin{aligned} \|D_{a+\mu; \varepsilon}^{\alpha, \psi} f - \phi; L^p\| &\leq \int_0^{\infty} K_{\alpha}^{+}(y) \left\{ \int_a^b |\phi(\psi^{-1}(\psi(x) - \varepsilon y)) - \phi(x)|^p dx \right\}^{1/p} dt + \\ &+ \left\| \frac{f(x)}{\Gamma(1 - \alpha) \varepsilon^{\alpha}}; L^p([a, \delta(\varepsilon)]) \right\| + \|\phi(x); L^p([a, \delta(\varepsilon)])\|. \end{aligned}$$

Здесь первое и третье слагаемые в правой части стремятся к нулю на основании весового аналога мажорантной теоремы Лебега и свойства непрерывности в среднем функций из $L^p(a, b)$ [3, с.26], а для второго слагаемого имеем

$$\left\| \frac{f(x)}{\Gamma(1 - \alpha) \varepsilon^{\alpha}}; L^p([a, \delta(\varepsilon)]) \right\| \leq$$

$$\leq \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} \frac{1}{\varepsilon^\alpha} \int_a^{\delta(\varepsilon)} (\psi(y) - \psi(a))^{\alpha-1} \psi'(y) \left\{ \int_y^{\delta(\varepsilon)} \left| \varphi(\psi^{-1}(\psi(x) - \psi(y) + \psi(x))) \right|^p dx \right\}^{\frac{1}{p}} dy \leq$$

$$\leq \frac{\sin \alpha \pi}{\pi} \int_0^1 e^{t\varepsilon} t^{\alpha-1} dt \left\| \varphi; L^p([a, \delta(\varepsilon)]) \right\| \rightarrow 0 \text{ при } \varepsilon \rightarrow 0.$$

Список литературы

1. Sousa J.V.C., de Oliveira E. C. On the Hilfer fractional derivative // Commun. Nonlinear Sci. Numer. Simul. 2018. № 60. P. 72–91.
2. Ledesma C., Sousa J.V.C., Cruz A. Hardy-Littlewood type inequality for ψ -Riemann-Liouville fractional integrals // HAL Id: hal-03189239. 2021. 2.
3. Самко С.Г., Килбас А.А., Марчичев О.И. Интегралы и производные дробного порядка и некоторые их приложения. Минск: Наука и техника, 1987.

ИССЛЕДОВАНИЕ МОДЕЛЕЙ НАБЛЮДАЕМЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Антонов Н.С.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: NikolayAntonov888@yandex.ru

Аннотация. В данной работе рассматривается применение линейного наблюдателя для модели асинхронного двигателя. Проанализирована возможность получения с помощью наблюдателя неизмеряемых координат вектора пространства состояния асинхронного двигателя по заранее известным параметрам и характеристикам. В обобщенном виде описан процесс синтеза математической модели асинхронного двигателя для дальнейшего построения наблюдателя. Выделены основные преимущества использования линейного наблюдателя на примере модели асинхронного двигателя.

Ключевые слова: асинхронный двигатель, наблюдатель, математическая модель.

STUDY OF MODELS OF OBSERVED TECHNICAL SYSTEMS

Antonov N.S.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia
e-mail: NikolayAntonov888@yandex.ru

Abstract. In this work, the possibility of using a linear observer for an asynchronous motor model is considered. The possibility of obtaining immeasurable coordinates of the asynchronous motor state space vector by means of observers according to previously known parameters and characteristics is analyzed. The synthesis process of a mathematical model of an asynchronous motor for the further construction of an observer is described in a generalized form. The advantages of using a linear observer are analyzed using the asynchronous motor model as an example.

Keywords: asynchronous motor, linear observer, mathematical model.

При изучении методов автоматизации технологических процессов актуальной задачей является исследование моделей наблюдаемых технических систем. Использование ЭВМ позволяет упростить реализацию математических методов анализа электрических машин и получить более точную информацию о переходных процессах при минимальном количестве допущений.

Благодаря структурированию параметров расчета в ходе вычислительных операций можно получить необходимые данные для дальнейшего проектирования и разработки электрических машин. Данное направление исследования встречается в отечественной литературе [1, 2] и других публикациях, что в свою очередь говорит о развитии возможностей и актуальности использования наработок в современных технических системах.

В данной статье рассмотрено построение наблюдателя для восстановления вектора пространства состояния асинхронного двигателя (АД). Вектор пространства состояния АД включает в себя координаты, которые представляют собой физические величины, характеризующие динамические процессы, возникающие при работе АД.

Если предположить, что некоторые координаты вектора пространства состояния АД или их линейные комбинации являются измеряемыми [3], то можно создать наблюдатель, который по измеряемым параметрам АД позволит получить неизмеряемые координаты вектора пространства состояния АД. Например, при помощи наблюдателя по напряжениям и токам фаз статора АД можно восстановить такие параметры, как скорость вращения, момент вращения вала АД и другие параметры.

Наблюдатель, как правило, строится на основе математической модели наблюдаемой системы, которая является его основой. Математическое описание асинхронной машины базируется на понимании обобщенных векторов тока, напряжения, потокосцепления статора и ротора [4].

Математическая модель трехфазной асинхронной машины основывается на известных законах. В соответствии со вторым законом Кирхгофа записывается уравнения ЭДС на обмотках статора. В данном уравнении учитываются такие характеристики АД, как мгновенные напряжения, токи и потокосцепления статора, а также активное сопротивление статорной обмотки. Далее система уравнений приводится к векторному виду, где указываются скалярные величины фазных напряжений на обмотках статора. Данные параметры (векторы и скалярные величины) представляют собой константы [5], определяющие положение равновесия, относительно которого осуществляется построение линейной системы.

Для ситуаций с нелинейной моделью АД необходимо произвести линеаризацию нелинейной модели. В этом случае рассматривается уравнение статики относительно некоторого положения равновесия. Получаем систему, записанную в терминах Δ -переменных. После всех преобразований наблюдаемая линейная система записывается в матричной форме, после чего возможно построение наблюдателя пространства состояний, который позволяет наблюдать за математической моделью.

Сопоставимость наблюдателя и наблюдательной системы осуществляется по току статора АД, вследствие чего представляется возможность получить актуальную информацию о координатах вектора пространства состояния наблюдаемой системы [3, 5] по координатам вектора пространства состояния наблюдателя.

В статическом режиме наблюдатель позволяет восстановить все координаты состояния наблюдаемой системы: потокосцепления статора и ротора, скорость ротора, момент нагрузки на валу ротора наблюдаемой системы. Кроме того, наблюдатель позволяет восстанавливать скорость наблюдаемой системы в динамическом режиме, что весьма существенно при использовании информации, полученной от наблюдателя для контроля динамических переходных процессов.

В заключение следует отметить, что асинхронный электропривод является перспективным направлением для изучения и имеет большой потенциал для автоматизации многих систем управления и производственных механизмов. Применение линейного наблюдателя в модели АД дает возможность упростить конструкцию электропривода за счет исключения датчиков выходных координат электродвигателя, а также позволяет рассчитать вектор переменных состояния, недоступных для прямого измерения.

Список литературы

1. *Калачев Ю.Н.* Наблюдатели состояния в векторном электроприводе. М.: Записки исследователя, 2015.
2. *Ланграф С.В., Глазырин А.С., Глазырина Т.А., Афанасьев К.С., Тимошкин В.В., Козлова Л.Е.* Исследование параметрической робастности бездатчикового векторного асинхронного электропривода с идентификатором Калмана // Известия Томского политехнического университета. 2010. Т. 317. № 4. С. 120–123.
3. Асинхронные двигатели общего назначения / Е. П. Бойко, Ю. В. Гаинцев, Ю.М. Ковалёв и др.; Под ред. В.М. Петрова и А.Э. Кравчика. М.: Энергия, 1980.
4. *Копылов И.П.* Математическое моделирование электрических машин: Учебник для вузов. 3-е изд., перераб. и доп. М.: Высшая школа, 2001.
5. *Глазырин А.С.* Математическое моделирование электромеханических систем. Аналитические методы: учебное пособие. Томск: Изд-во Томского политехнического университета, 2011.

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ МАШИННОГО ОБУЧЕНИЯ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРАВЛЯЕМОЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

Черномордов С.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: chernomor96@list.ru

Аннотация. В работе приводится пример моделирования динамики беспилотного летательного аппарата (БЛА) наноквадротора Bitcraze Crazyflie 2.x с использованием библиотеки PyBullet посредством реализации алгоритма Proximal Policy Optimization (PPO). Алгоритм PPO является одним из алгоритмов машинного обучения с

подкреплением, который позволяет построить модель технической системы в среде PyBullet на базе библиотеки GYM. Целью моделирования является равномерное движение БЛА по кругу на постоянной высоте в течение минуты. Описываются этапы достижения указанной цели. Предлагаются способы повышения эффективности эксплуатации БЛА.

Ключевые слова: машинное обучение, алгоритм PPO, беспилотный летательный аппарат, Python, GYM.

APPLICATION OF MACHINE LEARNING METHODS FOR MODELING THE MOTION OF CONTROLLED TECHNICAL SYSTEM

Chernomordov S.V.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: chernomor96@list.ru

Abstract. The paper provides an example of modeling the dynamics of an unmanned aerial vehicle (UAV) of the Bitcraze Crazyflie 2.x nanoquadrotor using the PyBullet library by implementing the Proximal Policy Optimization (PPO) algorithm. The PPO algorithm is one of the machine learning algorithms with reinforcement, which allows you to build a model of a technical system in the PyBullet environment based on the GYM library. The purpose of the simulation is the uniform movement of the UAV in a circle at a constant height for a minute. The stages of achieving this goal are described. Ways to improve the efficiency of UAV operation are proposed.

Keywords: machine learning, PPO algorithm, unmanned aerial vehicle, Python, GYM.

В настоящее время процессы разработки и тестирования алгоритмов для автономных транспортных средств в полевых условиях требуют существенных временных и материальных затрат. Для оптимизации данных процессов целесообразно применять искусственный интеллект (ИИ). Машинное обучение, как один из методов ИИ, можно реализовывать при помощи различных программно-аппаратных средств [1–3]. В данной работе проиллюстрированы возможности применения методов машинного обучения в задачах моделирования управляемых технических систем (УТС) на базе библиотеки GYM. Рассмотрен пример моделирования динамики беспилотного летательного аппарата (БЛА) наноквадротора Bitcraze Crazyflie 2.x с использованием библиотеки PyBullet посредством реализации алгоритма Proximal Policy Optimization (PPO) [4].

Квадрокоптер Bitcraze Crazyflie является небольшим, легким и маневренным квадрокоптером, который часто используется в исследовательских целях благодаря своей универсальности. Среда моделирования PyBullet позволяет обучить агента управлять Crazyflie с использованием методов обучения с подкреплением [5].

Динамика квадрокоптера имитируется в среде gym-pybullet-drones. Среда принимает в качестве входных данных текущее состояние квадрокоптера, его положение, скорость и ориентацию, и выводит последующее состояние квадрокоптера на основе действий, предпринятых агентом. Агент получает вознаграждение, основанное на его способности управлять квадрокоптером и

достигать целевой позиции. К возможным аэродинамическим эффектам относятся колебание (drag), скос потока вниз (downwash), близость поверхности (ground) [6].

Эксперимент проводился с использованием Python 3.9 на Windows 11 Pro (x64), процессор AMD Ryzen 9 3900X 12-Core Processor (3.79 GHz). Визуализация эксперимента представлена на рис. 1.

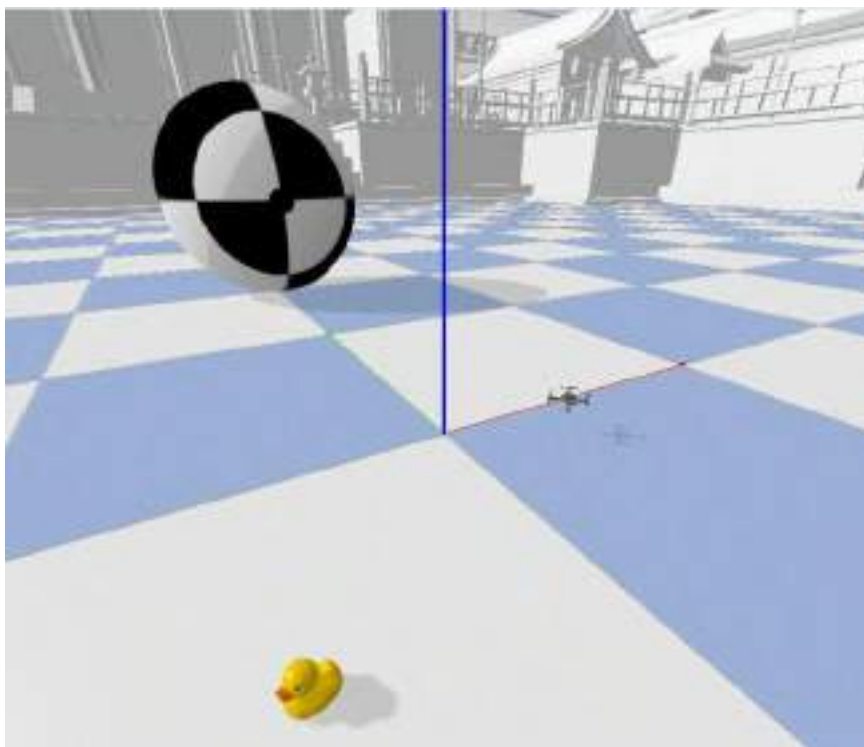


Рис. 1. Реализация алгоритма обучения дрона в среде физической симуляции PyBullet

Использован метод машинного обучения с подкреплением, основанный на алгоритме PPO библиотеки RLlib для управления дроном в среде «takeoff-aviary-v0». При использовании stable-baselines3 модель обучается на 10000 временных интервалах. Если используется RLlib, то сценарий инициализирует PPOTrainer с конфигурацией, которая устанавливает число рабочих 2, использует фреймворк PyTorch и задает окружение «takeoff-aviary-v0». Затем сценарий обучает агента PPO в течение трех итераций. После обучения сценарий оценивает обученную модель, показывая и записывая видео ее работы с использованием нового экземпляра среды TakeoffAviary. Видео записывается с помощью класса Logger. Сценарий выводит информацию о пространстве действий и пространстве наблюдения среды, а также печатает информацию о производительности модели во время обучения при использовании RLlib.

Алгоритм PPO является популярным градиентным алгоритмом для обучения с подкреплением [7]. Блок-схема алгоритма PPO представлена на рис. 2.



Рис. 2. Алгоритм Proximal Policy Optimization

Ниже приведены основные шаги реализации алгоритма PPO в библиотеке RLlib.

Шаг 1. Произвести выборку данных.

Шаг 2. Вычислить преимущества.

Шаг 3. Обновить политику. Произвести процесс обучения, используя выборочные данные и максимизируя цель PPO.

Шаг 4. Произвести необходимое количество итераций.

Шаг 5. Завершить алгоритм после выполнения заданного числа итераций либо по достижении заданных параметров.

На шаге 1 необходимо сгенерировать пакет траекторий, состоящий из последовательности состояний, действий, вознаграждений и последующих состояний. При этом нужно выполнить текущую политику в среде в течение фиксированного количества временных интервалов. На шаге 2 преимущества представляют собой разницу между фактически полученным вознаграждением и ожидаемым вознаграждением, предсказанным функцией ценности. На этом этапе используется алгоритм обобщенной оценки преимуществ (GAE), который учитывает и будущие ожидаемые вознаграждения. На шаге 3 цель PPO направлена на увеличение вероятности принятия действий, имеющих высокие преимущества. При этом используется ограничение обновления политики для предотвращения больших изменений, которые могут повредить общей производительности. На шаге 4 шаги 1–3 повторяются либо в течение фиксированного числа итераций, либо до достижения необходимого результата. Библиотека RLlib также использует дополнительные методы, такие как регуляцию энтропии и конфигурацию value-функции для улучшения

производительности. На шаге 5 завершается алгоритм после выполнения заданного числа итераций либо по достижении параметра $\text{time} = 60$.

Ниже приведен график полета дрона по круговой траектории после трех итераций (рис. 3), где $x(m)$, $y(m)$, $z(m)$ – расстояние вдоль осей x , y , z в метрах, r – радиан, v – скорость, w_x , w_y , w_z – компоненты угловой скорости вдоль осей x , y , z ; $rdot$, $pdot$, $ydot$ – скорости вращения вдоль оси крена (roll), тангажа (pitch) и курса (yaw) соответственно, RPM – вращательная скорость мотора.

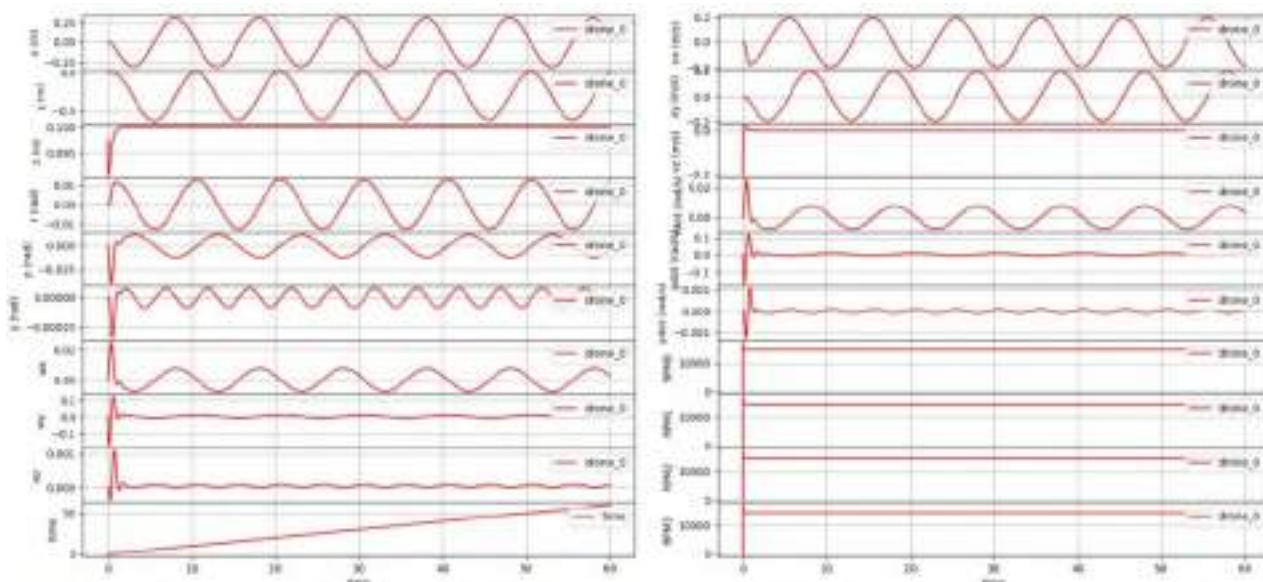


Рис. 3. График полета по заданной круговой траектории

Таким образом, равномерное движение БЛА по кругу на постоянной высоте в течение минуты достигается реализацией трех итераций алгоритма РРО. Одним из дальнейших развитий приведенного в данной работе примера является установка дополнительных датчиков на квадрокоптер с целью предоставления дополнительной информации о состоянии квадрокоптера (например, добавление датчика камеры позволит квадрокоптеру избежать препятствий).

Список литературы

1. *Килин Г.А., Ждановский Е.О.* Преимущества использования обучения с подкреплением для обучения нейронных сетей // Материалы Всероссийской научно-технической конференции «Автоматизированные системы управления и информационные технологии» (г. Пермь, 17 мая 2018 г.). В 2-х томах. Пермь: ПНИПУ. 2018. С. 152-158.
2. *Курбатов Т.Г., Некрасова В.Э.* Применение машинного обучения с подкреплением для решения задач платформы OpenAI Gym // Сборник материалов VII Всероссийской научно-технической конференции «Студенческая наука для развития информационного общества» (г. Ставрополь, 26-28 декабря 2017 г.). Ставрополь: Северо-Кавказский федеральный ун-т. 2018. С. 182–184.
3. *Черномордов С.В., Дружинина О.В., Масина О.Н., Петров А.А.* Применение методов машинного обучения в задачах нейросетевого моделирования управляемых

технических систем // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2022. Т. 24. № 1. С. 25–35.

4. *Carlos L., Jerome L.N.* Design of a Trajectory Tracking Controller for a Nanoquadcopter. [Электронный ресурс] URL: <https://arxiv.org/abs/1608.05786> (дата обращения 05.03.2023)

5. *Forster J.* System Identification of the crazyflie 2.0 nano quadrocopter. [Электронный ресурс] URL: <https://doi.org/10.3929/ethz-b-000214143> (дата обращения 10.03.2023).

6. *Shah S., Dey D., Lovett C., Kapoor A.* High-fidelity visual and physical simulation for autonomous vehicles. [Электронный ресурс] URL: <https://arxiv.org/abs/1705.05065> (дата обращения 15.03.2023)

7. *Чачанидзе Е.Р.* Сравнительный анализ алгоритмов proximal policy optimization и soft-actor-critic // E-Scio. 2020. № 5(44). С. 226-235.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ПО ЖУКОВСКОМУ ДВУМЕРНЫХ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Лисовский Е. В.¹, Каледина Е.А.², Щенникова Е.В.³

¹*Калужский филиал Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана, Калуга, Россия*

^{2,3}*Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н. П. Огарева, Саранск, Россия*

e-mail:¹levgenijv@gmail.com, ²elena.lizina@gmail.ru,
³schennikova8000@yandex.ru

Аннотация. Изучены вопросы устойчивости в смысле Жуковского решений динамических систем, моделируемых системой двух нелинейных автономных дифференциальных уравнений первого порядка. Получены условия устойчивости по Жуковскому траекторий с применением принципа сведения и метода функций Ляпунова. Результаты могут найти применение при решении задач качественного исследования динамических моделей естествознания и техники.

Ключевые слова: нелинейная динамическая система, положительная полутраектория, устойчивость, репараметризованные уравнения возмущенного движения.

ON ZHUKOVSKY STABILITY OF TWO-DIMENSIONAL NONLINEAR DYNAMICAL SYSTEMS

Lisovsky E.V.¹, Kaledina E.A.², Schennikova E.V.³

¹*Kaluga Branch of Bauman Moscow State Technical University, Kaluga, Russia*

^{2,3}*Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia*

e-mail: ¹levgenijv@gmail.com
e-mail:¹levgenijv@gmail.com, ²elena.lizina@gmail.ru,
³schennikova8000@yandex.ru

Abstract. The issues of stability in the sense of Zhukovsky for solutions of dynamical systems modeled by a system of two nonlinear autonomous differential equations of the first order are studied. The conditions of Zhukovsky stability of trajectories are obtained using the principle

of reduction and the method of Lyapunov functions. The results can be used in solving problems of qualitative research of dynamic models of natural science and technology.

Keywords: nonlinear dynamic system, positive semitrajectory, stability, reparametrized equations of perturbed motion.

Вопросы теории устойчивости по Жуковскому [1] различных типов динамических систем изучались в [2–8] и в других работах. Для многомерных дифференциальных уравнений третьего порядков некоторые методы исследования этого вида устойчивости развиты в [9, 10]. Проблемы, связанные с устойчивостью по Жуковскому, актуальны в связи с изучением сложных типов траекторий [7].

В настоящей работе рассматривается динамическая система, задаваемая системой двух нелинейных автономных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= f_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2),\end{aligned}\tag{1}$$

где $x_i(t)$ – компоненты фазового вектора, $f_i(t)$ – непрерывно дифференцируемые функции, $i=1, 2$. Мы рассматриваем случай, когда невозмущенному движению соответствует непрерывно дифференцируемое на $R^+ := [0, +\infty)$ решение $\varphi(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t))$ уравнения (1), удовлетворяющее начальным условиям $\varphi_1(0) = p_1$, $\varphi_2(0) = p_2$. Положительную полутраекторию $\{\varphi(t) : t \geq 0\}$ невозмущенного движения обозначим $C^+(p_1, p_2)$. Возмущенному движению отвечает другое решение $\psi(t) = (\psi_1(t), \psi_2(t))$ уравнения (1), удовлетворяющее начальным условиям $\psi_1(0) = q_1$, $\psi_2(0) = q_2$. Через $C^+(q_1, q_2)$ обозначим положительную полутраекторию $\{\psi(t) : t \geq 0\}$ возмущенного движения.

С учетом определения, рассмотренного в [7], приведем далее конкретизацию понятия устойчивости в смысле Жуковского траекторий динамических систем, моделируемых нелинейными дифференциальными уравнениями вида (1).

Траектория $C^+(p_1, p_2)$ невозмущенного движения, соответствующего решению $\varphi(t)$ системы (1), обладает свойством устойчивости по Жуковскому, если существует гомеоморфизм $\sigma(t) : t \rightarrow \sigma$, $\sigma(\cdot) \in \mathcal{R}$ такой, что для любого числа $\varepsilon > 0$ найдется число $\delta = \delta(\varepsilon) > 0$ такое, что при $\|p_i - q_i\| < \delta$, $i=1, 2$, имеют место неравенства $\|\varphi_i(\sigma(t)) - \psi_i(\sigma(t))\| < \varepsilon$ для всех $t \geq 0$.

Ортогональная репараметризация $h(t)$ представляет интерес при получении условий устойчивости по Жуковскому с применением репараметризованных уравнений возмущенного движения. Компоненты вектора возмущения $y(t)$ в этом случае имеют вид

$$y_i(t) = \varphi_i(h(t), q_i) - \varphi_i(t, p_i), \quad i=1, 2..$$

Система уравнений вида

$$\frac{dy_1}{dt} = \Phi_1(t, y_1, y_2), \quad \frac{dy_2}{dt} = \Phi_2(t, y_1, y_2)$$

является системой репараметризованных уравнений возмущенного движения.

Решение системы репараметризованных уравнений возмущенного движения обозначим через $y_1 = u_1(t), y_2 = u_2(t)$ с начальными условиями $u_1(0) = q_1 - p_1, u_2(0) = q_2 - p_2$. Конкретизация принципа сведения задачи об устойчивости по Жуковскому движения к задаче об устойчивости по Ляпунову формулируется следующим образом: если изучаемая полутраектория $C^+(p_1, p_2)$ устойчива по Жуковскому, то решение $y_1 = u_1(t), y_2 = u_2(t)$ системы репараметризованных уравнений возмущенного движения устойчиво по Ляпунову. И наоборот, если решение $y_1 = u_1(t), y_2 = u_2(t)$ устойчиво по Ляпунову, то положительная полутраектория $C^+(p_1, p_2)$ устойчива по Жуковскому.

На основе принципа редукции и метода функций Ляпунова с применением результатов [7] получены условия устойчивости по Жуковскому траектории динамической системы, моделируемой системой уравнений (1). Полученные результаты могут найти применение в задачах качественного исследования двумерных динамических систем, например, в случаях, когда решение системы не является устойчивым в смысле Ляпунова, но обладает свойством устойчивости по Жуковскому.

Список литературы

1. Жуковский Н.Е. О прочности движения // Ученые записки Московского университета. Отд. физ.-мат. 1882. Вып. 4. С. 1–104.
2. Аминов М.Ш. Об устойчивости некоторых механических систем // Тр. Казанск. авиац. ин-та. 1949. Т. 24. С. 3–69.
3. Леонов Г.А., Пономаренко Д.В. Критерии орбитальной устойчивости траекторий динамических систем // Изв. вузов. Сер. матем. 1993. № 4. С. 88–94.
4. Леонов Г.А. Хаотическая динамика и классическая теория устойчивости движения. Москва–Ижевск: Ин т компьютерных исследований, 2006.
5. Дружинина О.В., Шестаков А.А. Об условиях прочности в смысле Жуковского траекторий динамических систем // ДАН. 2003. Т. 393. № 4. С. 478–482.
6. Дружинина О.В., Шестаков А.А. Взаимосвязь устойчивости по Жуковскому с понятиями устойчивости топологической динамики // Нелинейный мир. 2013. Т. 11. № 7. С. 459–467.
7. Дружинина О.В. Устойчивость и стабилизация по Жуковскому динамических систем. М.: Издательская группа URSS, 2013.
8. Ding C., Soriano J.M. Uniformly asymptotically Zhukovskij stable orbits // Computers Math. Appl. 2005. V. 49. P. 81–84.
9. Дружинина О.В., Лисовский Е.В. Исследование устойчивости по Жуковскому траекторий динамических систем, моделируемых нелинейными векторно-матричными уравнениями// Нелинейный мир. 2019. Т. 17. № 2. С. 40–47.

10. Дружинина О.В., Лисовский Е.В., Щенникова Е.В., Каледина Е.А. Анализ устойчивости траекторий динамических систем, моделируемых нелинейными векторно-матричными дифференциальными уравнениями // *Нелинейный мир*. 2020. Т. 18. № 5. С. 5–14.

ПОСТРОЕНИЕ УПРАВЛЯЕМЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Воронцова В.Л.¹, Ашуров А.А.², Шоргин В.С.³

¹Казанский (Приволжский) Федеральный университет, Казань, Россия

*²Бохтарский государственный университет имени Носира Хусрава, Бохтар,
Таджикистан*

*³Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
Российской академии наук, Москва, Россия*

e-mail: ¹milen99@yandex.ru, ²Akobirahsurov02@gmail.com,
⁵VShorgin@ipiran.ru

Аннотация. Рассмотрены вопросы построения и исследования управляемых нелинейных динамических моделей социально-экономических процессов. Предложено построение шестимерной управляемой модели, описывающей развитие и взаимодействие двух отраслевых предприятий. Описан подход к поиску оптимальных траекторий модели на основе методов оптимизации и машинного обучения. Результаты могут найти применение в задачах компьютерного моделирования процессов, связанных с функционированием предприятий различных отраслей.

Ключевые слова: нелинейная динамическая модель, управляемые системы, устойчивость, математическое моделирование, социально-экономические процессы, развитие и взаимодействие предприятий.

DESIGN OF CONTROLLED DYNAMIC MODELS OF SOCIO-ECONOMIC PROCESSES

Vorontsova V.L.¹, Ashurov A.A.², Shorgin V.S.³

¹Kazan Federal University, Kazan, Russia

²Nosir Khusrav Bohtar State University, Bohtar, Tajikistan

*³Federal Research Center «Computer Science and Control»
of Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia*

e-mail: ¹milen99@yandex.ru, ²Akobirahsurov02@gmail.com,
⁵VShorgin@ipiran.ru

Abstract. Problems of design and study of controlled nonlinear dynamic models of socio-economic processes are considered. It is proposed to build a six-dimensional controlled model describing the development and interaction of two industry enterprises. An approach to finding optimal model trajectories based on optimization and machine learning methods is described. The results can be used in computer modeling of processes related to the functioning of enterprises in various industries.

Keywords: nonlinear dynamic model, controlled systems, stability, mathematical modeling, socio-economic processes, development and interaction of enterprises.

Направление, связанное с моделированием социально-экономических процессов развития и взаимодействия отраслевых предприятий, является важным как в теоретическом плане, так и с практической точки зрения. Интерес для исследования и обобщения представляет динамическая модель Шаповалова (модель средней фирмы) [1], которую будем называть моделью развития предприятия. В ряде работ изучены вопросы компьютерного моделирования и качественного исследования модели развития предприятия и ее обобщений (см., например, [2–6]). В [5, 6] использован подход к анализу устойчивости на основе метода функций Ляпунова и принципа редукции задачи об устойчивости решений дифференциальных включений к задаче об устойчивости других типов уравнений [7–9]. Указанный принцип редукции предоставляет возможность проанализировать устойчивоподобные свойства при переходе от детерминированного описания к недетерминированному, а также обосновать построение моделей того или иного типа. В настоящей работе рассмотрены вопросы построения и исследования управляемых нелинейных динамических моделей, представляющих собой обобщения модели развития предприятия. А именно, рассмотрены шестимерные модели, описывающие социально-экономические процессы, связанные с развитием и взаимодействием двух отраслевых предприятий.

Фазовые переменные базовой модели развития предприятия имеют следующий смысл: x_1 – численность сотрудников, x_2 – капитал предприятия, фирмы, x_3 – кредит, полученный предприятием. Трехмерная динамическая модель развития предприятия [1] задается системой дифференциальных уравнений

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= ax_2x_3 - bx_1, \\ \dot{x}_2 &= c(x_2 + x_3) - dx_1x_3, \\ \dot{x}_3 &= rx_2 - qx_3.\end{aligned}\tag{1}$$

В таблице 1 представлены обозначения и пояснения параметров модели (1).

Таблица 1.
Параметры модели (1)

Обозначения параметров	Пояснение параметров
<i>a</i>	Характеристика влияния факторов, способствующих созданию привлекательного внешнего образа предприятия
<i>b</i>	Характеристика, обобщающая различные причины увольнения или перехода на другое предприятие
<i>c</i>	Характеристика эффективности капиталовложений
<i>d</i>	Коэффициент затрат предприятия на сотрудников

Обозначения параметров	Пояснение параметров
r	Коэффициент прироста суммы кредита с течением времени
q	Характеристика влияния факторов, затрудняющих получение кредита

Система (1) по своей структуре подобна системе Лоренца [10], которая в общем случае не имеет аналитического решения. Вопросы устойчивости, существования устойчивых предельных циклов и хаотических решений в системе (1) изучены [2–4] и в других работах.

Результаты численных экспериментов показали, что определенные значения параметров модели (1) обеспечивают условия появления хаотического аттрактора, имеющего аналогию с аттрактором Лоренца. Хаотический аттрактор Лоренца соответствует нежелательному состоянию, при котором предприятие как экономическая система может прекратить свое существование. Для проверки существования странного аттрактора требуется выполнить проверку наличия гомоклинического каскада бифуркаций [5].

Систему, которая моделирует развитие и взаимодействие двух предприятий, можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= a_1 y_2 y_3 - b_1 y_1 + h_1 y_4, \\
 \dot{y}_2 &= c_1 (y_2 + y_3) - d_1 y_1 y_3, \\
 \dot{y}_3 &= r_1 y_2 - q_1 y_3, \\
 \dot{y}_4 &= a_2 y_5 y_6 - b_2 y_4 + h_2 y_1, \\
 \dot{y}_5 &= c_2 (y_5 + y_6) - d_2 y_4 y_6, \\
 \dot{y}_6 &= r_2 y_5 - q_2 y_6,
 \end{aligned} \tag{2}$$

где приняты следующие обозначения: y_1 и y_4 – численность сотрудников первого и второго предприятий отрасли соответственно; y_2 и y_5 – капитал первого и второго предприятий соответственно; y_3 и y_6 – кредит первого и второго предприятий соответственно. В таблице 2 представлены обозначения и пояснения параметров модели (2).

Таблица 2.
Параметры модели (2)

Обозначения параметров	Пояснение параметров
a_1, a_2	Характеристики влияния факторов, способствующих созданию привлекательного внешнего образа предприятий
b_1, b_2	Характеристики, обобщающая различные причины увольнения или перехода на другое предприятие
c_1, c_2	Характеристики эффективности капиталовложений первого и второго предприятий соответственно
d_1, d_2	Коэффициенты затрат первого и второго предприятия на сотрудников

Обозначения параметров	Пояснение параметров
r_1, r_2	Коэффициенты прироста суммы кредитов первого и второго предприятия
q_1, q_2	Характеристика влияния факторов, затрудняющих получение кредитов первым и вторым предприятием соответственно
h_1, h_2	Параметры, характеризующие приток сотрудников из одного предприятия в другое

Отметим, что некоторые нестационарные обобщения моделей (1), (2) рассмотрены в [5, 6]. Кроме того, в [5] предложено обобщение модели (1) на управляемый случай, предложен критерий качества управления. В настоящей работе рассматривается построение управляемой модели, обобщающей модель (2). А именно, рассматривается модель вида

$$\begin{aligned}
 \dot{y}_1 &= a_1 y_2 y_3 - b_1 y_1 + h_1 y_4 + u_1, \\
 \dot{y}_2 &= c_1 (y_2 + y_3) - d_1 y_1 y_3 + u_2, \\
 \dot{y}_3 &= r_1 y_2 - q_1 y_3 + u_3, \\
 \dot{y}_4 &= a_2 y_5 y_6 - b_2 y_4 + h_2 y_1 + u_4, \\
 \dot{y}_5 &= c_2 (y_5 + y_6) - d_2 y_4 y_6 + u_5, \\
 \dot{y}_6 &= r_2 y_5 - q_2 y_6 + u_6,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где функции управления обозначены через $u_i, i=1, \dots, 6$. Пояснения параметров модели представлены в таблице 2. Ограничения для модели (3) при $t \in [0, T]$ задаются в виде

$$\begin{aligned}
 y_1(0) &= y_{10}, y_2(0) = y_{20}, y_3(0) = y_{30}, y_4(0) = y_{40}, y_5(0) = y_{50}, y_6(0) = y_{60}, \\
 y_1(T) &= y_{11}, y_2(T) = y_{21}, y_3(T) = y_{31}, y_4(T) = y_{41}, y_5(T) = y_{51}, y_6(T) = y_{61}. \\
 0 \leq u_1 &\leq u_{11}, 0 \leq u_2 \leq u_{21}, 0 \leq u_3 \leq u_{31}, 0 \leq u_4 \leq u_{41}, 0 \leq u_5 \leq u_{51}, 0 \leq u_6 \leq u_{61}.
 \end{aligned}$$

Критерий качества управления можно задать в виде

$$J(u) = \int_0^T \sum_{i=1}^6 \omega_i u_i(t) dt.$$

Минимизация $J(u)$ соответствует минимизации потерь от регулирования основных переменных, к которым относятся численности сотрудников, размеры капиталов и кредитов первого и второго предприятий. Задача оптимального управления заключается в поиске минимума функционала $J(u)$ рассматриваемых ограничениях (и соответственно в поиске оптимальных траекторий). Для приближенного поиска оптимальных траекторий в задачах подобного рода достаточно высокую эффективность демонстрируют методы машинного обучения и глобальной параметрической оптимизации. Для модели (3) предложен подход к построению алгоритма синтеза управлений $u_i, i=1, \dots, 6$ на основе машинного обучения с использованием полиномиальных параметрических аппроксимирующих моделей. Отметим, что перспективным направлением изучения является построение и анализ таких моделей

социально-экономических процессов, которые содержат в описании меньше управляющих функций по сравнению с моделью (3).

Список литературы

1. Шаповалов В.И., Каблов В.Ф., Башмаков В.А., Авакумов В.Е. Синергетическая модель устойчивости средней фирмы // Синергетика и проблемы теории управления. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. С. 454–464.
2. Гурина Т.А., Дорофеев И.А. Существование гомоклинической бабочки в модели устойчивости средней фирмы // Динамические системы. 2010. Вып. 28. С. 63–68.
3. Мулкиджан А.С., Климачкова Т.С. Исследование динамической модели развития предприятия // Материалы научно-практ. семинара молодых ученых и студентов «Системы управления, технические системы: устойчивость, стабилизация, пути и методы исследования». Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2017. С. 116–120.
4. Гладких О.Б., Лисовский Е.В., Людаговская М.А., Оборотов А.В., Петрова С.Н. Построение и компьютерное моделирование трехмерных динамических моделей с хаотическими режимами // Нелинейный мир. 2019. Т. 17. № 5. С. 67–75.
5. Дружинина О.В., Воронцова В.Л., Зайцев Д.С., Кабанов М.А., Шмелькова А.А. Построение и анализ многомерных нелинейных динамических моделей социально-экономических процессов // Нелинейный мир. 2021. Т. 19. № 4. С. 5–14.
6. Петрова С.Н., Коржавина Н.В., Дуплинский Д.А., Медяев И.Н., Воронцова В.Л. Синтез и анализ нелинейных нестационарных моделей развития и взаимодействия предприятий // Материалы VII Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии» (г. Елец, 22-23 апреля 2021 г.). Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2021. С. 40–46.
7. Шестаков А.А. Обобщенный прямой метод Ляпунова для систем с распределенными параметрами. М.: Изд. Группа URSS, 2007.
8. Меренков Ю.Н. Устойчивоподобные свойства дифференциальных включений, нечетких и стохастических дифференциальных уравнений. М.: РУДН, 2000.
9. Дружинина О.В., Масина О.Н. Методы анализа устойчивости динамических систем интеллектуального управления. М.: Изд. группа УРСС, 2016.
10. Данилов Ю.А. Лекции по нелинейной динамике. М.: КомКнига, 2006.
11. Demidova A.V., Druzhinina O.V., Masina O.N., Petrov A.A. Computer research of the controlled models with migration flows // CEUR Workshop Proceedings. 2020. V. 2639. P. 117–129.

**СЕКЦИЯ 2. ТЕХНОЛОГИИ И СИСТЕМЫ ПРОГРАММИРОВАНИЯ.
ИНФОРМАЦИОННЫЕ И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В НАУКЕ И
ОБРАЗОВАНИИ**

**СПОСОБЫ ДОРАБОТКИ ТИПОВОГО ФУНКЦИОНАЛА КОНФИГУРАЦИЙ,
ПОСТРОЕННЫХ НА БАЗЕ 1С**

Корниенко Д.В.¹, Строев С.П.²

¹Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

²Орловский государственный университет им. И.С. Тургенева, Орел, Россия

e-mail: ¹dmkornienko@mail.ru, ²stroewsp@mail.ru

Аннотация. Статья посвящена описанию основных механизмов доработки типового функционала программных продуктов линейки 1С. Особое внимание уделено описанию работы с расширением конфигурации, которое обладает рядом преимуществ при разработке и расширении возможностей кастомного продукта. Описаны виды назначений расширения конфигурации. Дополнительно были продемонстрированы положительные и отрицательные стороны каждого способа доработки.

Ключевые слова: 1С:Предприятие, расширение конфигурации, кастомизация, доработка функционала.

**WAYS TO REFINE THE TYPICAL FUNCTIONALITY OF CONFIGURATIONS BUILT
ON THE BASIS OF 1C**

Kornienko D.V.¹, Stroeve S.P.²

¹Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

²Orel State University, Orel, Russia

e-mail: ¹dmkornienko@mail.ru, ²stroewsp@mail.ru

Abstract. The article is devoted to the description of the main mechanisms for refining the typical functionality of 1C software products. Particular attention is paid to the description of working with the configuration extension, which has a number of advantages in developing and expanding the capabilities of a custom product. The types of configuration extension assignments are described. Additionally, the positive and negative aspects of each refinement method were demonstrated.

Keywords: 1C:Enterprise, configuration expansion, customization, functional improvement.

Широкие функциональные возможности продуктов 1С делают их востребованными в самых разных компаниях, которые остро нуждаются в автоматизации. Так как бизнес-задачи и потребности у заказчиков разные, то универсального решения, которое устроило бы всех сразу, не существует. Несмотря на то, что программные продукты 1С стандартизованы и обладают огромным функционалом, может потребоваться их доработка. Необходимость в доработке конфигурации 1С возникает не только на этапе внедрения проекта,

но и в ходе его использования. Причины могут быть разными: изменилось законодательство, структура предприятия, открылись новые офисы и удаленные филиалы. Также коррективы приходится вносить по мере выхода новых релизов программы. В доработке типовой конфигурации нуждается большинство компаний, так как базовая версия ориентирована на организации с усредненными потребностями. Разработчики создавали ее с тем учетом, чтобы охватить как можно больше клиентов. В реальности возникают сложные и нестандартные ситуации, которые невозможно игнорировать и которые требуют решения на уровне кода и структуры данных.

По умолчанию функционал типовой программной конфигурации находится на поддержке. Это удобно, так как в будущем не возникнет проблем с получением обновлений. Их можно будет установить быстро, всего в несколько кликов. В такую структуру нельзя вносить изменения традиционным способом, сделать это можно только с помощью расширений и внешних обработок. Если изменения радикальные и затрагивают логику работы программы, специалистам придется снять программу с поддержки, а заказчику готовиться к тому, что процесс обновления заметно усложнится. Особенно критично это для конфигураций «1С:Бухгалтерия» и «1С:Зарплата и управление персоналом», так как часто меняется законодательство, затрагивающее их работу, они регулярно требуют обновлений.

Процесс внесения изменений в конфигурации программы 1С в каждой компании отличается из-за особенностей ведения бизнеса. Доработка конфигурации 1С направлена на максимальную оптимизацию программы для ведения учета компании под соответствующую специфику деятельности. 1С достаточно гибкая система, и в ней имеются настройки для существенного изменения типового решения. Однако любая доработка должна быть правильной и иметь объективную оценку уровня необходимого внедрения в систему. По возможности нужно избегать внесения в систему серьезных изменений. Несмотря на заложенный в программах потенциал по их изменению, доработчик должен понимать уровень своей ответственности. За глубокой доработкой идут определённые последствия по дальнейшему использованию и обновлению программы. Новый функционал может не удовлетворить пользователя из-за появления иных сложностей в работе с программой.

Вариантов доработок несколько. Поэтому заказчику необходимо разобраться в плюсах и минусах различных вариантов, а также понять, почему они перестают работать и как снизить вероятность появления ошибок.

Доработки конфигурации 1С могут быть реализованы следующим образом:

- Внешние доработки: печатные формы, отчеты и т.д.
- Расширения.
- Изменения кода типовой конфигурации.

Внешние доработки (печатные формы, отчеты и т.д.) – один из самых простейших и стабильных способов доработки. При таком способе доработки, обновление самой конфигурации – простейший процесс, который можно сделать даже без участия человека.

Расширения конфигурации позволяют значительно упростить адаптацию типового прикладного решения к потребностям конкретного внедрения, конкретного заказчика. Часто заказчик хочет что-то добавить или что-то изменить в типовой конфигурации «под себя». Стратегия, предлагаемая расширениями, заключается в том, что изменять типовую конфигурацию не нужно. Все изменения выполняются в расширении, которое, по сути, тоже является конфигурацией. После этого, в режиме 1С:Предприятие, расширение просто подключается к типовой конфигурации. Платформа автоматически, в режиме 1С:Предприятие, объединяет расширение с типовой конфигурацией. В результате заказчик работает с изменённым, по его желаниям, типовым решением. Когда поставщик выпускает новую версию типовой конфигурации, выполняется её автоматическое обновление, поскольку режим поддержки типовой конфигурации не менялся. Она осталась на полной поддержке поставщика. А при запуске обновленного прикладного решения платформа снова автоматически объединит измененную типовую конфигурацию с расширением. И заказчик продолжит работать с измененным, по его желаниям, типовым решением. Расширения незаменимы тогда, когда прикладное решение работает в режиме разделения данных. Например, в модели сервиса. Один из абонентов хочет иметь пару дополнительных отчетов. В то время как остальные абоненты хотят работать с неизменной типовой конфигурацией. Тогда именно для этого абонента можно разработать расширение, в котором и реализовать все его пожелания. Абонент подключит себе это расширение и будет работать с изменённой конфигурацией. В то время как для остальных абонентов никаких изменений не произойдет. Потому что все расширения подключаются и запускаются в разрезе текущих значений разделителей. При этом существует возможность применить расширение и для всех областей разделённой информационной базы. Другая ситуация – это доработки типовой конфигурации под конкретного заказчика у него на внедрении. Или же доработки типовой конфигурации, которые выполняют для себя IT специалисты заказчика собственными силами. Если все эти доработки выполнить в расширении, то типовая конфигурация останется на полной поддержке, что значительно упростит ее дальнейшее сопровождение. Важной характеристикой расширения является его назначение. Оно выбирается из нескольких фиксированных значений, предусмотренных в платформе. Назначение должно соответствовать той функциональности, которая реализована в расширении, потому что порядок применения расширений к информационной базе определяется именно их назначением. В первую очередь применяются расширения с назначением Исправление, затем Адаптация, после этого Дополнение. Такой подход позволяет избежать конфликтов между функциональностью расширений с разным назначением.

Изменения кода типовой конфигурации – серьезный шаг. Чтобы ее дорабатывать, нужно понимать, зачем, почему и какие сложности будут с обновлениями. Обновляет доработанную конфигурацию программист. При

этом важно отслеживать все изменения и не затереть код прошлых изменений. Именно при доработанной конфигурации сложнее всего обновлять программы, и это вызывает страх у пользователей. Важно отличать случаи, когда действительно нужно дорабатывать конфигурацию, а когда можно обойтись внешними доработками или расширениями. Обычно менять конфигурацию не нужно в случаях с печатными формами, кнопками. Если изменить типовую конфигурацию там, где можно этого не делать, плюсов от внешних доработок не будет. Существует и «полностью добавленный функционал» – отдельно стоящие подсистемы, которые не опираются на типовой код конфигурации и обновление его практически не затрагивает. Но все же большинство доработок обычно касаются именно функционала типовой конфигурации.

Список литературы

1. *Акатова Н. А., Акинъшин А. С.* Методика кастомизации типовых прикладных ит-решений на базе технологической платформы "1С:Предприятие 8" // Информационные системы и технологии. 2020. № 5(121). С. 36–43.
2. *Акинъшин А. С., Акатова Н. А.* Методика кастомизации типовых прикладных ИТ-решений на базе технологической платформы "1С:Предприятие 8" // StudNet. 2020. Т. 3, № 8. С. 271–282.
3. *Жунусов К. М., Кузенбаев Б. А., Анохин М. П.* Исследование проблемы обновления измененных конфигураций на платформе 1С: Предприятие // European Scientific Conference: сборник статей XXV Международной научно-практической конференции, Пенза, 7 апреля 2021 г. Пенза: Наука и Просвещение, 2021. С. 40–46.
4. 1С:Предприятие 8. Система программ. [Электронный ресурс]. URL: <https://https://v8.1c.ru> (дата обращения: 01.03.2023).
5. Информационная система 1С:ИТС. [Электронный ресурс]. URL: <https://its.1c.ru/> (дата обращения: 22.03.2023).

УЛУЧШЕНИЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ С ПОМОЩЬЮ МОРФОЛОГИЧЕСКИХ ОПЕРАТОРОВ

Макаров О.С.¹, Щенникова Е.В.²

*^{1,2}ФГБОУ ВО «НИИ Мордовский государственный университет
им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия*

e-mail: ¹makaroff29799@gmail.com, ²schennikova8000@yandex.ru

Аннотация. Статья посвящена улучшению затемненных изображений с низкой контрастностью. На основании закона Вебера–Фехнера и основных морфологических операциях были разработаны алгоритмы обработки изображений, позволяющие выявить неразличимые детали в темных зонах изображений. Первый метод полагается на применение операций сужения и расширения, второй метод использует операцию открытия путем реконструкции. Результаты предложенных алгоритмов, реализованных в системе MATLAB, представлены для визуального сравнения.

Ключевые слова: улучшение изображений, контраст, морфологические операции, сужение, расширение, открытие путем реконструкции.

IMAGE ENHANCEMENT USING MORPHOLOGICAL OPERATORS

*Makarov O.S.¹, Shchennikova E.V.²**^{1,2}Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia*e-mail: ¹makaroff29799@gmail.com, ²schennikova8000@yandex.ru

Abstract. This article is about improving dark images with low contrast. Based on the Weber–Fechner law and basic morphological operations, image processing algorithms have been developed to reveal indistinguishable details in dark areas of images. The first method relies on erosion and dilation, the second method uses opening by reconstruction. The results of the proposed algorithms implemented in the MATLAB system and presented for visual comparison.

Keywords: image enhancement, contrast, morphological operations, erosion, dilation, opening by reconstruction.

Введение

В настоящее время существует несколько различных методологий для решения проблемы улучшения цифровых изображений, одной из которых является математическая морфология [3]. Она содержит набор операторов, которые для каждого пикселя в соответствии с некоторым критерием близости возвращают новый уровень серого в зависимости от его окрестности [4]. Несмотря на то, что морфологический контраст в значительной степени изучен, пока не существует методик, способных одновременно нормализовать и усилить контраст на изображениях с плохим (слишком темным или слишком ярким) освещением [2]. С другой стороны, одним из наиболее распространенных методов обработки изображений для улучшения темных областей является использование нелинейных логарифмических или степенных функций или применения фильтра гомоморфизма, работающего в частотной области [5]. Однако основной недостаток таких алгоритмов заключается в том, что глобальные свойства изображения не могут быть должным образом применены в локальном контексте, что часто приводит к низкой производительности при сохранении деталей. В данной статье предлагается способ оптимизации усиления контраста, максимизирующий среднюю локальную контрастность изображения.

Алгоритмы улучшения изображений

Изучение контраста во многом связано с особенностями зрительного восприятия. Широко известен закон Вебера-Фехнера, который устанавливает зависимость между интенсивностью раздражителя и величиной субъективного ощущения [1, 5]. В случае с контрастом изображений такой закон можно записать следующим образом:

$$C = k \cdot \log(I) + b,$$

где C – контраст изображения, I – интенсивность пикселей в изображении в градациях серого, k – масштабирующая константа, b – константа фона.

Морфологические преобразования, такие как методы сужения и расширения, используются для определения фона серого уровня и цветных

изображений. Такие алгоритмы сначала вычисляются в серой гамме, а затем распространяются на цветные изображения путем индивидуального усиления цветовых компонентов. Улучшение фонового изображения особенно важно для получения четкой и полезной информации из изображений, полученных при различных условиях, например, при плохом или слишком ярком освещении, движущихся или неподвижных изображениях и т. д.

Для достижения наилучшего усиления контрастности изображения, предлагается скомбинировать закон Вебера-Фехнера с морфологическими операциями. Для изображения рассчитываются условно минимальное (m_i) и условно максимальное (M_i) значения интенсивностей, которые затем используются в расчете критерия фона:

$$t = \frac{m_i + M_i}{2}.$$

Критерий фона t используется для выбора фоновых параметров, которые находятся между двумя уровнями интенсивности: «светлый» ($I > t$) и «темный» ($I \leq t$). Когда область темная, фоновые параметры принимают максимальные уровни интенсивности (M_i), и, наоборот, когда область светлая, используются минимальные уровни интенсивности (m_i).

Улучшение изображения можно выразить следующей формулой:

$$C(x) = \begin{cases} k_t \cdot \log(I(x)) + D_n(I(x)), & I \leq t, \\ k_t \cdot \log(I(x)) + E_n(I(x)), & I > t, \end{cases}$$

где D_n – операция расширения, E_n – операция сужения, n – размер структурирующего элемента в морфологических операциях, а коэффициент k_t выражается следующим образом:

$$k_t = \frac{\max I - t(x)}{\log(\max I + 1)} = \frac{255 - t(x)}{\log(256)}.$$

При этом критерий фона можно определить через значения минимальной и максимальной интенсивности структурирующего элемента, которые, в свою очередь, зависят от операций сужения и расширения:

$$t = \frac{E_n(I(x)) + D_n(I(x))}{2}.$$

Такой метод позволяет выявить на изображениях дополнительные детали, которые не улавливаются человеком при первом взгляде на исходное изображение. Однако есть и недостаток такого подхода, который заключается в том, что морфологическое сужение или расширение при использовании с большим размером структурирующего элемента ($n > 3$) могут генерировать нежелательные детали на изображении.

В идеальном сценарии желательно фильтровать изображение без создания каких-либо новых артефактов. В таком случае обычно применяют морфологическое преобразование с реконструкцией. Обычно выбирается именно операция открытия путем реконструкции, потому что она восстанавливает первоначальную форму объектов на изображении, остающихся после операции сужения, учитывает локальные минимумы и объединяет локальные максимумы. Эта конкретная характеристика позволяет изменять

высоту локальных максимумов при увеличении размера структурирующего элемента, тем самым помогая определять критерий фона через открытие путем реконструкции следующим образом:

$$t = \gamma_n(I(x)) = \lim_{m \rightarrow \infty} D_n^m(E_n(I(x))).$$

Открытие путем реконструкции сначала сужает входное изображение и использует его в качестве маркера, поскольку именно оно содержит исходные характеристики изображения. Далее расширение размытого изображения, т.е. маркера, выполняется итеративно до тех пор, пока не будет достигнута стабильность.

Константа фона b вычисляется путем сужения полученного выше критерия фона t :

$$b(x) = E_1(\gamma_n(I(x))).$$

Морфологическое сужение при увеличении размера структурирующего элемента будет генерировать лишние артефакты, поэтому в этом исследовании используется параметр n , равный 1.

С учетом вышеприведенных формул улучшение контраста выражается следующим образом:

$$C(x) = k(x) \log(I(x)) + E_1(\gamma_n(I))(x),$$

где

$$k(x) = \frac{\max I - E_1(\gamma_n(I))(x)}{\log(\max I + 1)} = \frac{255 - E_1(\gamma_n(I))(x)}{\log(256)}.$$

Если интенсивность фона увеличивается, изображение становится светлее из-за добавленного эффекта белизны (т.е. максимальной интенсивности) фона. Следует помнить, что целью открытия путем реконструкции является сохранение формы компонентов изображения, которые остаются после операции сужения.

Результаты

На рис. 1–3 представлены результаты улучшения изображений с использованием представленных алгоритмов, слева направо: исходное изображение, изображение после улучшения сужением и расширением, изображение после улучшения открытием путем реконструкции. Обработка изображений проводилась с использованием программного обеспечения MATLAB.



Рис. 1. Результаты обработки изображений (начало)



Рис. 2. Результаты обработки изображений (продолжение)



Рис. 3. Результаты обработки изображений (окончание)

Заключение

В статье были предложены два подхода к улучшению затемненных изображений: преобразование с помощью операций сужения и расширения, а также преобразование с помощью открытия путем реконструкции. Оба метода основываются на законе Вебера-Фехнера о логарифмической зависимости ощущения от раздражителя.

Предложенные алгоритмы усиления контрастности изображений были реализованы на программном обеспечении MATLAB, после чего результаты работы были проиллюстрированы для визуального сравнения. Преимущество данных методов, заключается в том, что они позволяют выявить не видимые до обработки детали затемненного изображения. Наконец, недостатком преобразований по усилению контраста является то, что алгоритмы могут быть удовлетворительно использованы только на затемненных изображениях с плохим освещением, что открывает поле для дальнейшей научной работы по изучению данной проблемы.

Список литературы

1. *Kudryashova A., Adzhemov A., Vlasuyk I.* Application of Weber-Fechner Law in Image Transmission in the Field of Onboard Communications // *Systems of Signals Generating and Processing in the Field of on Board Communications*. 2019. P. 1–6.
2. *Piccardi M.* Background subtraction techniques: a review // *Systems, Man and Cybernetics*. 2004. P. 3099–3104.
3. *Pu C.C.* Morphological operations in image processing and analysis // *Electronic Theses and Dissertations*. 1993.
4. *Raid A.M, Khedr W., El-dosuky M., Aoud M.* Image Restoration Based on Morphological Operations // *International Journal of Computer Science, Engineering and Information Technology*. 2014. № 4. P. 9–21.
5. *Wang W., Chen Z., Yuan X.* Simple low-light image enhancement based on Weber-Fechner law in logarithmic space // *Signal Processing: Image Communication*. 2022. V. 106. P. 137–151.

О ПРАКТИКЕ ВНЕДРЕНИЯ БЕРЕЖЛИВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ В ПРОЦЕСС ОБУЧЕНИЯ БУДУЩИХ ЭКОНОМИСТОВ

Мишина С.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: svmishina2017@mail.ru

Аннотация. В статье изложены основные этапы внедрения бережливых технологий в деятельность образовательных организаций. Предложены инструменты бережливых технологий для применения в сфере образования, рассмотрены этапы подготовки и реализации бережливых проектов, особое внимание уделено видам потерь в процессах образовательных организаций. Рекомендации определяют единые подходы к инициированию, подготовке и реализации проектов по совершенствованию процессов в образовательных организациях высшего образования.

Ключевые слова: бережливые технологии, образование, процесс обучения.

ABOUT THE PRACTICE OF INTRODUCING LEAN TECHNOLOGIES IN THE PROCESS OF TRAINING FUTURE ECONOMISTS

Mishina S.V.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: svmishina2017@mail.ru

Abstract. The article outlines the main stages of the implementation of lean technologies in the activities of educational organizations. The tools of lean technologies for application in the field of education are proposed, the stages of preparation and implementation of lean projects are considered, special attention is paid to the types of losses in the processes of educational organizations. The recommendations define common approaches to the initiation, preparation and implementation of projects to improve processes in educational institutions of higher education.

Keywords: lean technologies, education, learning process.

Концепцию бережливого производства, которую изначально использовали на промышленных предприятиях, широко стали применять в сфере услуг. В том числе данный подход является актуальным и востребованным в управлении образовательных организаций.

Основой системы бережливого производства являются лучшие мировые практики. Некоторые инструменты бережливого производства перекликаются с инструментами научной организации труда. Однако концепция бережливого производства, в отличие от научной организации труда, ставит во главу угла не человеческий фактор, а системный подход к созданию ценности для потребителя. При этом, как считают практики, внедрение методов повышения качества должно быть общенациональной идеей. Применение на практике философии бережливого производства в различных отраслях экономики нашло поддержку на государственном, региональном и муниципальном уровнях. Эксперты по бережливому производству выделяют следующие принципы бережливого управления в образовательных организациях:

1. Направленность на достижение стратегической цели.
2. Ориентация на ценности потребителей образовательных услуг.
3. Организация процессов в виде непрерывного потока создания ценности.
4. Выполнение процессов по требованию потребителя своевременно и нужного объема.
5. Непрерывное совершенствование процессов путем выявления и снижения потерь в потоке создания ценности.
6. Выявление проблем и принятие управленческих решений по их устранению в месте их обнаружения.
7. Выявление и устранение причин несоответствия качества услуги на всех этапах процессов.
8. Соблюдение стандартов по усовершенствованию процессов.

Немаловажную роль при внедрении бережливых технологий отводят руководителю образовательной организации как лидеру изменений. Кроме того, успех изменений в процессах зависит от вовлечения всех работников образовательной организации. Поэтому при внедрении бережливых технологий используется проектный подход.

Причем только при понимании всеми работниками целей и ценностей образовательной организации повышается результативность деятельности в целом. Так как в стремительно изменяющихся условиях именно эффективная командная работа создает возможности развития образовательной организации. Отметим, что бережливые проекты не всегда являются инвестиционными. Порой совершенствование процессов не требует финансовых затрат. Бережливые проекты в основном обращены на оптимизацию текущих повторяющихся процессов с целью сокращения расходов, времени протекания процессов, роста качества предоставляемых услуг и повышения удовлетворенности как потребителей, так и других участников образовательного процесса. При внедрении бережливых технологий также важно учитывать специализацию и ресурсную базу образовательной организации, вариабельность процесса (управленческого, организационного,

специализированного, обслуживающего), потенциал работников, а также другие факторы, которые влияют на эффективность внедрения улучшений. Основными преимуществами внедрения бережливых технологий являются экономия ресурсов и контроль качества процессов. Внедрение инструментов бережливых технологий в практическую деятельность образовательной организации позволяет руководителю и педагогическим работникам получить базовые навыки в области бережливого производства: выявлять и использовать преимущества бережливых технологий, определять создающую ценность деятельность и потребителя ценности, находить потери, применять методы и инструменты бережливых технологий. При этом именно система образования способна сформировать образовательную траекторию студентов по бережливому мышлению. Это в свою очередь позволит студентам изучать принципы бережливых технологий, используя инструменты как в обучении, так и в повседневной жизни, так и в дальнейшей в профессиональной деятельности.

В настоящее время в РФ разработано 11 национальных стандартов серии «Бережливое производство». Разработчиками стандартов являются представители ведущих предприятий и организаций в области применения бережливого производства. Стандарты подготовлены для использования в системах менеджмента бережливого производства, а также в других системах менеджмента и применимы для организаций различного размера и видов деятельности. ГОСТы содержат термины, определения, основные методы и инструменты бережливого производства. Национальные стандарты рекомендованы для корректного внедрения бережливых технологий в организации. Идея бережливого управления в сфере образования заключается в постоянном поиске и устранении или минимизации потерь в процессах образовательной организации. Это позволяет совершенствовать процессы и повышать эффективность деятельности образовательной организации за счет применения принципов и инструментов бережливого производства.

Чтобы управлять результатами образовательной организации, рассмотрим ее деятельность как единичный процесс.

В стандарте процесс определен как «совокупность взаимосвязанных и (или) взаимодействующих видов деятельности, использующих входы для получения намеченного результата». Любой процесс состоит из ресурсов, действий и результата. Ключевыми компонентами процесса являются: вход, выход, владелец, поставщики, потребители и показатели. Таким образом, процесс – это деятельность, результатом которой является ресурс (материальный или информационный объект), имеющий ценность для потребителя. При этом деятельность может периодически повторяться. В каждой организации процессов много, и ежедневно все работники являются их участниками. Процессы могут содержать подпроцессы, которые являются процессами следующего уровня. Разделение процесса на составляющие части называют его декомпозицией. В ходе деятельности процессы организации меняются. Именно процесс является элементом улучшений качества. При внедрении концепции бережливых технологий в образовательной организации с целью повышения эффективности деятельности следует использовать процессный подход.

В качестве рекомендации предлагаем рассмотреть следующие этапы внедрения бережливых технологий в практику образовательных организаций:

1. Планирование: выбор процесса, определение задач по изменению процесса, формирование команды. При выборе процесса следует расставить приоритеты по совершенствованию и отдать предпочтение тем процессам, которые сильнее влияют на потребителей, принесут больше пользы при минимальных затратах, не ведут к конфликтам или дорого обходятся организации.

2. Анализ процесса. После составления плана по совершенствованию необходимо подготовить схему процесса и изучить возникающие в нем проблемы. При этом важно изучить мнение заинтересованных сторон, а также опыт реализации такого же процесса в других организациях.

3. Редизайн процесса. Определение изменений, которые следует внести в процесс.

4. Привлечение ресурсов: персонала, оборудования и других.

5. Внедрение изменений в процесс. На данном этапе следует обратить внимание на обстоятельства, препятствующие внедрению. Это может быть сопротивление как руководителя, так и коллектива к изменениям. В связи с этим очень важно наладить обратную связь с теми, кого непосредственно коснутся изменения. Помимо этого, внедрения должны войти в повседневную практическую деятельность. Для этого необходимо провести подготовительные мероприятия: проинформировать об изменениях, обучить и объяснить преимущества, организовать пилотный проект. Выявление проблем и их решение осуществляется путем реализации бережливого проекта.

6. Непрерывное улучшение качества и совершенствование: регулярная оценка эффективности процесса и внесение дополнительных изменений при необходимости. При изменении процесса или создания нового следует помнить о добавлении ценности услуг. Отметим, что в случае, если обновленный процесс не позволяет достигнуть поставленных целей, то необходимо принять одно из решений: 1) не предпринимать шагов по дальнейшему изменению и оставить показатели на достигнутом уровне по причине того, что невозможно на них повлиять, 2) поставить новые цели и усовершенствовать процесс, возможно, до идеального состояния.

Список литературы

1. *Вэйдер М.* Инструменты бережливого производства. Мини-руководство по внедрению методик бережливого производства. М.: Альпина Паблишер, 2017.

2. *Джордж М.* Бережливое производство + шесть сигм в сфере услуг. Как скорость бережливого производства и качество шести сигм помогают совершенствованию бизнеса. М.: Манн, Иванов и Фербер, 2017.

3. *Прошлецова А.В., Борискова О.М.* По бережливому пути. Кемерово, 2020.

4. *Штайн Э.* Философия Lean. Бережливое производство на работе и дома. М.: Альпина Паблишер, 2017.

5. ГОСТ Р 56020-2014. Бережливое производство. Основные положения и словарь. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200110957> (дата обращения: 10.03.2023).

6. ГОСТ Р 56407-2015. Бережливое производство. Основные методы и инструменты. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200120649> (дата обращения: 20.03.2023).

7. ГОСТ Р 56906-2016. Бережливое производство. Организация рабочего пространства (5S). URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200133736> (дата обращения: 23.03.2023).

8. ГОСТ Р 56907-2016. Бережливое производство. Визуализация. URL: <http://docs.cntd.ru/document/1200133737> (дата обращения: 29.03.2023).

ОБЕСПЕЧЕНИЕ БЕЗОПАСНОСТИ ДАННЫХ НА СРЕДАХ РАЗРАБОТКИ И ТЕСТИРОВАНИЯ

Попов С.Е.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: spopoff@elsu.ru

Аннотация. В статье описываются ключевые этапы производственного процесса по созданию программного обеспечения. Рассматриваются угрозы потери контроля над реальными данными, утечки и распространения конфиденциальной информации, хищения данных на каждом из этапов разработки. Предлагаются мероприятия по изоляции стендов и изоляции данных на этапах разработки, тестирования, приемки и внедрения, эксплуатации и исправления ошибок. Описываются алгоритмы обезличивания для решения задачи обеспечения безопасности данных на средах разработки и тестирования.

Ключевые слова: этапы тестирования, стенды тестирования, изоляция данных, стандарты обезличивания.

ENSURING DATA SECURITY IN DEVELOPMENT AND TEST ENVIRONMENTS

Popov S.E.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: spopoff@elsu.ru

Abstract. This article describes the key steps in the software production process. The threats of losing control over real data, leakage and dissemination of confidential information, theft of data at each stage of development are considered. Activities are proposed to isolate stands and isolate data during the stages of development, testing, acceptance and implementation, operation and correction of errors. Depersonalization algorithms are described to solve the problem of data security in development and testing environments.

Keywords: test stages, test benches, data isolation, depersonalization standards.

Введение. В процессе промышленной разработки программного обеспечения производственный процесс делится на несколько ключевых этапов, большинство из которых требует формирования стендов с данными, отражающими реальную структуру приложения, а также полноту данных и их размер. Работа с реальными данными может нести угрозы потери контроля над объектами сети, утечки и распространения конфиденциальной информации,

хищения и модификации данных, а также несоблюдения регуляторных требований [3].

Для минимизации большинства угроз необходимо применять обезличивание либо генерацию данных.

Особенности производственного процесса в современной разработке. При использовании любой методологии разработки ПО производственный процесс состоит из последовательных этапов сбора и анализа требований, проектирования архитектуры, разработки, тестирования, приемки и внедрения, а также этапов эксплуатации программного продукта и исправления критических ошибок.

В этом процессе команда разработчика формирует для персонала и участников проекта следующие роли: владелец продукта, разработчик, тестировщик, инженер поддержки, инженер DevOps, дизайнер, архитектор и эксперт кибербезопасности.

На всех этапах производственного процесса, начиная с разработки, необходимы данные, и это обстоятельство диктует ряд требований к их безопасности [1].

*Таблица 1.
Данные в производственном процессе*

№	Этапы	Роли	Необходимость в данных
1	Сбор и анализ требований	Владелец продукта	нет
2	Проектирование архитектуры	Архитектор	нет
3	Разработка	Дизайнер Разработчик	да
4	Тестирование	Тестировщик	да
5	Приемка и внедрение	Эксперт кибербезопасности Инженер поддержки Владелец продукта	да
6	Эксплуатация	Инженер поддержки	да
7	Исправление критических ошибок	Разработчик	да

Во всех организациях, выполняющих разработку программного обеспечения на современном уровне, присутствуют стенды для этапов разработки, тестирования, приемки и внедрения, эксплуатации и исправления критических ошибок. Данные на стендах отличаются структурой, полнотой и размером.

Таблица 2.
Виды стенов при производстве ПО

Разработка	Тестирование	Приемка и внедрение	Эксплуатация	Исправление критических ошибок
Стенды разработки  DEV	Стенды тестирования  FT, ST, LT	Стенды ПСИ  UAT	Промышленные стенды  PROD	Hot Fix  HF

В производственном процессе данные делятся на промышленные, копии промышленных данных, обезличенные данные и синтетические данные.

Единственно верной практикой является изоляция промышленных стенов от стенов разработки, тестирования, приемки и Hot Fix, а стенов приемки и Hot Fix должны быть изолированы от стенов разработки и тестирования.

Кроме того, **промышленные данные** должны быть изолированы от всех других данных, а **копии промышленных данных** должны быть изолированы от данных тестирования и разработки. Данные стенов тестирования и разработки должны быть синтетическими и обезличенными [2].

Данные, требующие обезличивания. Стандарты обезличивания. Основные виды сведений ограниченного доступа это персональные данные, банковская тайна, информация, составляющая коммерческую тайну, тайна связи, врачебная тайна.

В стандарте обезличивания используются следующие атрибуты, отражающие сущность хранимой в базах данных информации.

1. Прямые идентификаторы – атрибуты, позволяющие однозначно определить физическое или юридическое лицо (подлежат обязательному обезличиванию).




2. Косвенные идентификаторы – атрибуты, позволяющие в сочетании с другими атрибутами однозначно определить физическое или юридическое лицо (допускается не обезличивать, если набор косвенных идентификаторов не приводит к определению физического или юридического лица).

3. Ценная информация – атрибуты, которые не относятся прямо или косвенно к физическому или юридическому лицу, но разглашение которым может нанести ущерб компании (подлежат обязательному обезличиванию).

Обезличивание должно быть необратимым, т.е. обезличенные данные не могут быть деобезличены даже при использовании дополнительной информации. Обезличенные данные должны сохранять ту же бизнес логику их обработки, как и соответствующие исходные необезличенные данные. Обезличенные данные должны по возможности определяться визуально, совпадение их с промышленными данными должно быть случайным и не носить системный характер, результат обезличивания должен однозначно определяться обезличиванием и не зависеть от сложности структуры данных или связей, т.е. одинаковые обезличиваемые значения после выполнения обезличивания должны оставаться одинаковыми.

В качестве алгоритмов обезличивания используются следующие действия: удаление, перемешивания, размытие даты, хеширование, преобразование на основе заданного выражения, замена константой, замена значением из справочника, замена случайным значением (замена набором символов, с вычислением контрольного разряда).

Таблица 3.
Алгоритмы обезличивания

id	Фамилия	Имя	Дата рождения	Номер паспорта	Профессия	Фото
1	Лаухин	Виктор	27.09.1992	8080 123456	Летчик	
2	Мельников	Максим	6.06.1999	3950 654321	Скалолаз	
3	Попов	Станислав	24.02.1972	3940 789456	Музыкант	

Замена на основе заданного выражения	Замена из справочника	Размытие даты (диапазон-год)	Замена случайным значением	Замена константой	Удаление
↓	↓	↓	↓	↓	↓

id	Фамилия	Имя	Дата рождения	Номер паспорта	Профессия	Фото
1	Фамилия_1	Алёша	14.04.1992	9956 951735	Инженер	
2	Фамилия_2	Илья	18.07.1998	8963 123987	Инженер	
3	Фамилия_3	Добрыня	22.22.1971	7534 953715	Инженер	

Вывод. На стендах тестирования и разработки должны быть безопасные данные. Наличие промышленных данных или их копий не допускается. При разработке необходимо использовать актуальные стандарты обезличивания, которые с помощью обезличивания и генерации данных делают возможным обеспечение безопасности данных.

Список литературы

1. Петренко В.И., Мандрица И.В. Защита персональных данных в информационных системах. СПб.: Лань, 2022.
2. СберУниверситет. Основы обеспечения безопасности данных на средах тестирования и разработки. [Электронный ресурс] URL: <https://sberuniversity.online/programs/14914/item/588123> (дата обращения 22.04.2023).
3. Перечень нормативных актов, относящих сведения к категории ограниченного доступа. [Электронный ресурс] URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_93980 (дата обращения 22.04.2023).

ИНСТРУМЕНТЫ СОЗДАНИЯ И СОПРОВОЖДЕНИЯ БАЗЫ ЗНАНИЙ ПУТЕМ ИНТЕГРАЦИИ СИСТЕМЫ WOLFRAM MATHEMATICA И ПАКЕТА NEVOD

Таранчук В.Б.¹, Савёнок В.А.²

¹Белорусский государственный университет, Минск, Беларусь

²Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, Минск, Беларусь

e-mail: ¹taranchuk@bsu.by, ²v.savenok@bsuir.by

Аннотация. Приведен пример интеграции локального интеллектуального приложения, предназначенного для извлечения временных меток из текста, на основе библиотеки Nevod, с базой знаний системы компьютерной алгебры Wolfram Mathematica, что можно интерпретировать как аналог действий по локализации баз знаний. Представлены и поясняются примеры использования инструментов анализа локальной базы знаний, её перевода из статуса виртуальный в статус реальной.

Ключевые слова: семантический анализ, Wolfram Mathematica, Wolfram Knowledgebase, сущность, временные указатели, Nevod.

TOOLS FOR CREATING AND MAINTAINING A KNOWLEDGE BASE BY INTEGRATING WOLFRAM MATHEMATICA SYSTEM AND NEVOD PACKAGE

Taranchuk V.B.¹, Savionok V.A.²

¹Belarusian State University, Minsk, Belarus

²Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Belarus

e-mail: ¹taranchuk@bsu.by, ²v.savenok@bsuir.by

Abstract. This paper presents an example of integration of a local intelligent computer system, designed to extract temporal markers from the text, based on the Nevod library with the knowledge base of Wolfram Mathematica computer algebra system, which can be interpreted as an analogue of knowledge base localization actions. Examples of the use of tools to analyze the local knowledge base, its transfer from virtual to real status are presented and explained.

Keywords: Semantic analysis, Wolfram Mathematica, Wolfram Knowledgebase, entity, temporal markers, Nevod.

Введение. Согласно оценке современного состояния области искусственного интеллекта (ИИ), приведённой в [1], идёт активное развитие множества различных направлений, таких как формальные онтологии, искусственные нейронные сети, машинное обучение, мультиагентные системы и др. Однако эта активность не приводит к совокупному повышению уровня интеллекта современных интеллектуальных компьютерных систем (ИКС).

Современные фреймворки поддержки проектирования в области ИИ в основном направлены на разработку узкоспециализированных решений, которые могут выступать в качестве отдельных компонентов ИКС. Для того чтобы получить гарантированную совместимость всех разрабатываемых

компонентов, необходимо преобразовать эти инструменты в единую технологию комплексного проектирования и поддержки полного жизненного цикла ИКС, необходима унификация и конвергенция ИКС нового поколения, а также их компонентов. В [1] приведены предложения основных мероприятий по решению ключевых методологических проблем, которые являются причиной современного состояния области ИИ. Отметим, что аналогичные проблемы решаются и в области систем компьютерной математики, при их проектировании, разработке, обновлении содержания и расширении функциональности [2, 3].

Ниже описаны методические и технические решения по интеграции ИКС знаний, обозначены и проиллюстрированы программные средства, реализованные в системе компьютерной алгебры Wolfram Mathematica (WM) на языке Wolfram Language. Приведены примеры, которые показывают совместное использование различных инструментов WM и средств независимой многоцелевой библиотеки для поиска в тексте совпадений с шаблонами Nevod [4]. Продемонстрирована интеграция с ведущим репозиторием вычисляемых знаний Wolfram Knowledgebase (WKB) – лидером хранилищ специализированных знаний, включающим тысячи областей деятельности. Также отмечены средства сервиса WKB – Wolfram Data Repository (WDR), возможности кооперативного использования и поддержания локальных приложений сопровождения баз знаний в актуальном состоянии. Интеграция упомянутых средств Nevod с WKB осуществляется на общей основе, следовательно, ориентируясь на необходимость унификации ИКС нового поколения, принятый способ может быть применён для интеграции инструментов WM с другими системами знаний.

Анализ временных указателей. Одним из направлений в области обработки текстов является выделение их смысловой составляющей – семантический анализ. В этом направлении решаются такие задачи, как поиск документов в локальных и глобальных сетях, автоматическое аннотирование и реферирование, классификация и кластеризация документов, синтез текстов и машинный перевод, анализ тональности текста, извлечение фактов (публикации упомянуты в [5]). Неотъемлемой составляющей задачи извлечения фактов и определения отношений между объектами является локализация во времени события, соответствующего факту. Информация, позволяющая локализовать событие на временной оси, передаётся посредством разнообразных по форме и содержанию текстовых выражений – временных указателей. Конечным результатом извлечения временных указателей из текста является их представление и интерпретация в рамках заданной в процессе семантического анализа формальной модели [6]. Для решения задачи извлечения временных указателей из текста широко применяется инструментарий одного из лидеров в области распознавания сущностей Microsoft.Recognizers.Text [7].

Подготовка данных для WDR. Библиотека MS Recognizers Text (MRT) предоставляет возможность распознавания сущностей в текстах различных языков и широко используется в продуктах Microsoft, например: в предустановленных шаблонах для сервиса интеллектуального понимания языка

LUIS (Language Understanding Intelligent Service), в когнитивных языковых сервисах в облачной инфраструктуре Azure – NER (Named Entity Recognition). Для поиска временных указателей в тексте в MRT применяется модуль Microsoft.Recognizers.Text.DateTime, его компонент BaseDateExtractor. Данному компоненту соответствует контрольный набор, представленный в формате JSON – файл DateExtractor.json [8]. Набор содержит 143 элемента, включающих абсолютные и относительные даты в различных вариантах записи, а также метаинформацию, которая используется для проверки корректности результатов извлечения.

В [5] путем сопоставления возможностей с MRT при решении задачи извлечения временных указателей подтверждается функциональная полнота библиотеки Nevod [4], реализующей способ поиска в тексте [9]. Для этого разработаны два программных модуля: *mMRT* (на основе MS Recognizers Text) и *mNevod* (на основе Nevod), обеспечивающие поиск и извлечение временных указателей из текста. Сравнительное тестирование программных модулей проводилось на описанном контрольном наборе с использованием при анализе итогов средств WM.

При проверке и настройке средств извлечения фактов, в частности, временных указателей, важной позицией для оценивания является ориентированность на распознавание, а не однозначную идентификацию сущностей в тексте. Исходный контрольный набор DateExtractor библиотеки MRT не позволяет в полной мере проанализировать функциональность соответствующих средств такого типа – он не учитывает возможность искажения входного текста. Представляется целесообразным составить новый контрольный набор данных, который бы учитывал данный аспект. Методика формирования представительного тестового набора изложена в [5].

Использование WM для формирования тестового набора. Ориентируясь на инструменты извлечения временных указателей в тексте, используя фрагменты из DateExtractor, подготовлен новый тестовый набор. Для корректного сравнения, в том числе с MRT, из DateExtractor исключены элементы, дающие упомянутые в [5] 1,4% нераспознанных библиотекой Nevod ситуаций. В полученный набор из 141 элемента внесены искажения (ошибки), наиболее типичные для ручного набора текста, таким образом, чтобы они затрагивали фрагменты текста, представляющие собой цель для извлечения. Благодаря расширяемости шаблонов в пакете Nevod, добавлены правила для нивелирования соответствующих ошибочных ситуаций, что в итоге позволило получить идентичные результаты в 91,4% при обработке набора программными модулями *mNevod* и *mMRT*.

Для сопоставления функциональных возможностей модулей *mNevod* и *mMRT* при решении задачи выделения временных указателей в тексте не только на основе контрольного набора DateExtractor, но и формирования других представительных наборов, в Wolfram Mathematica разработано сервисное приложение *mDataWM*. В нем реализованы программные инструменты, которые позволяют выделить подлежащий обработке набор данных от метаинформации, оценить и сопоставить качество результатов обработки

модифицированного набора модулями *mMRT* и *mNevod*, а также исказить любой набор данных и проверить работоспособность библиотек. Приложение *mDataWM* обеспечивает создание тестовых наборов на любых языках и анализ результатов их обработки.

В представленном ниже примере исходный тестовый набор *DateExtractor* размещен, используется и модифицируется в *WDR*, на его основе проводится проверка корректности извлечения временных указателей, обработки по шаблонам целевого поиска: приложения *mMRT* и приложения *mNevod*. Заметим, что результаты проверки также могут быть загружены в *WDR*.

Создание нового тематического блока *WDR* обеспечивает функция *CreateDatabin*. При дополнении *WDR* имеется возможность заранее задать семантику данных, которые будут содержаться в этом блоке [10]. Извлечение данных из *WDR* осуществляется при помощи функций *Databin* и *Normal*.

Применение *WDR* для проверки функциональной полноты средств извлечения временных указателей. Основные этапы проверки функциональной полноты средства извлечения временных указателей из текста [5] при интеграции с *WDR*: а) Сохранить тестовую выборку из тематического блока; б) Запустить проверяемое средство (например, *mNevod*, *mMRT*); в) Прочитать полученные результаты извлечения; г) Сравнить с ожидаемыми результатами из метайнформации тестового набора; д) Загрузить полученные результаты в *WDR*. Пример результата работы *mNevod* приведён на Рис. 1. Форма представления совпадает с таковой у модуля *mMRT*: для каждой входной строки *Input* модуль перечисляет извлечённые временные указатели в списке *Results* в текстовой и числовой форме.

```

Out[22]=
{<|Input → i'll go back on 15,
  Results → [{Start → 16, Length → 2, Text → 15, Date → 15.07.2022}]|>,
<|Input → i'll go back april 22,
  Results → [{Start → 13, Length → 8, Text → april 22, Date → 22.04.2022}]|>,
<|Input → i'll go back jan-1,
  Results → [{Start → 13, Length → 5, Text → jan-1, Date → 01.01.2022}]|>,
<|Input → i'll go back jan/1,
  Results → [{Start → 13, Length → 5, Text → jan/1, Date → 01.01.2022}]|>,
<|Input → i'll go back october. 2, Results →
  [{Start → 13, Length → 10, Text → october. 2, Date → 02.10.2022}]|>,

```

Рис. 1. Пример результата извлечения модулем *mNevod* (в формате WM)

Отметим, что библиотека *Nevod*, благодаря своей структуре, открывает дополнительную возможность использования *WDR*. Поскольку в *Nevod* шаблоны задаются независимо от библиотеки на специальном языке их описания, это позволяет гибко настраивать поиск и извлечение сущностей из текста [11]. В начальной версии для решения задачи извлечения временных указателей из текста использовался стандартный набор для поиска дат из библиотеки базовых шаблонов *Nevod*. При проверке функциональной полноты выявлены недостатки данного набора шаблонов, он был дополнен и включён в

качестве составляющей модуля *mNevod*. Принимая во внимание независимость шаблонов от библиотеки, представляется целесообразным размещение полученного дополненного набора шаблонов в WDR, что позволит сделать общедоступной актуальную версию набора, и в то же время упростит задачу его корректировки пользователями.

Заключение. Средствами Wolfram Mathematica модифицирован, расширен тестовый набор для проверки функциональной полноты средств извлечения временных указателей DateExtractor библиотеки MS Recognizers. Используются инструменты интеграции локальной базы знаний с ведущим репозиторием вычисляемых знаний Wolfram Knowledgebase – сервис Wolfram Data Repository (WDR). Описаны: вариант создания нового тематического блока WDR, возможность размещения в WDR не только тестового набора, но и шаблонов для модификации конфигураций средств извлечения временных указателей, основанных на библиотеке Nevod.

Список литературы

1. *Голенков В.В., Гулякина Н.А., Шункевич Д.В.* Открытая технология онтологического проектирования, производства и эксплуатации семантически совместимых гибридных интеллектуальных компьютерных систем. Минск: Бестпринт, 2021. 690 с.
2. Wolfram Mathematica: Modern Technical Computing. [Электронный ресурс] URL: <https://www.wolfram.com/mathematica/> (дата обращения 10.03.2023).
3. *Taranchuk V.B.* Integration of computer algebra tools into OSTIS applications // Open Semantic Technologies for Intelligent Systems (OSTIS-2022): Research Papers Collection. 2022. Issue 6. P. 369–374.
4. Nevod is a language and technology for pattern-based text search. [Электронный ресурс] URL: <https://github.com/nezaboodka/nevod> (дата обращения: 20.03.2023).
5. *Савёнок В.А., Таранчук В.Б.* Возможности и средства библиотеки Nevod при решении задач извлечения временных указателей в тексте // Проблемы физики, математики и техники. 2022. № 4 (53). С. 84–92.
6. *Сулейманова Е.А.* Семантический анализ контекстных дат // Программные системы: теория и приложения. 2015. Т. 6. № 4(27). С. 367–399.
7. Microsoft.Recognizers.Text provides recognition and resolution of numbers, units, and date/time expressed in multiple languages. [Электронный ресурс] URL: <https://github.com/microsoft/Recognizers-Text> (дата обращения: 15.03.2023).
8. Recognizers Test Cases Specs for Date Extractor. [Электронный ресурс] URL: <https://github.com/microsoft/Recognizers-Text/blob/master/Specs/DateTime/English/DateExtractor.json> (дата обращения: 18.03.2023).
9. Способ поиска в тексте совпадений с шаблонами: пат. 037156 Респ. Беларусь, МПК G06F 17/27, G06F 17/24 / Д.А.Сурков, К.А.Сурков, Ю.М.Четырько, И.В.Шимко, В.А.Савёнок; заявитель ООО "Незабудка Софтвр". № 201800581; заявл. 24.09.18; опубл. 31.03.20 // Офиц. бюл. / Евразийская патентная организация. 2021. №2.
10. Data Semantics | Wolfram Datadrop Quick Reference. [Электронный ресурс] URL: <https://www.wolfram.com/datadrop/quick-reference/data-semantics/> (дата обращения: 15.02.2023).
11. Nevod Basic Patterns. [Электронный ресурс] URL: <https://github.com/nezaboodka/nevod-patterns> (дата обращения: 22.03.2023).

ПРОГРАММНО-ИНСТРУМЕНТАЛЬНАЯ СИСТЕМА ОРГАНИЗАЦИИ ОБРАТНОЙ СВЯЗИ ДЛЯ ОНЛАЙН-КУРСОВ ПО ДИСКРЕТНОЙ МАТЕМАТИКЕ

Урунбаев Э.

Самаркандский государственный университет им. Шарофа Рашидова,

Самарканд, Узбекистан

e-mail: eurin1954@gmail.com

Аннотация. В работе предлагаются этапы и пути создания системы обратной связи и разработка программного обеспечения для организации онлайн-курсов по предмету дискретная математика с применением веб и сетевых технологий в образовательном процессе. Для организации самостоятельного обучения студентов разработано интерактивное программное обеспечение, которое «обучает» и контролирует выполнение всех этапов процесса практического обучения.

Ключевые слова: система обратной связи, онлайн-курс, образовательный процесс, интерактивная программа.

SOFTWARE AND INSTRUMENTAL SYSTEM FOR ORGANIZING FEEDBACK FOR ONLINE COURSES IN DISCRETE MATHEMATICS

Urunbaev E

Samarkand State University named after Sharof Rashidov, Samarkand, Uzbekistan

e-mail: eurin1954@gmail.com

Abstract. The paper proposes the stages and ways of creating a feedback system and developing software for organizing online courses on the subject of discrete mathematics using web and network technologies in the educational process. To organize self-study of students, interactive software has been developed that “teaches” and controls the implementation of all stages of the practical training process.

Keywords: feedback system, online course, educational process, interactive program.

Целью данной работы является создание системы обратной связи и разработка программного обеспечения для организации онлайн-курсов по предмету дискретная математика с применением веб и сетевых технологий в образовательном процессе.

Организация онлайн-курсов по естественным наукам в образовательных учреждениях и введение обратной связи по этим курсам является актуальной темой.

Организация системы обратной связи и разработка программного обеспечения состоит из следующих этапов:

- 1) анализ и изучение теоретической и практической базы внедрения обратной связи для онлайн-курсов на основе веб и сетевых технологий;
- 2) выбор современного языка программирования и сетевых технологий при разработке программного обеспечения;
- 3) формирование базы данных и разработка пользовательского интерфейса;
- 4) связывание языка программирования и базы данных, разработка структуры и динамики пользовательского интерфейса;

5) создание форм запросов, алгоритмов и интерфейсов статистического анализа в виде таблиц и диаграмм;

б) подготовить инструкции и рекомендации по использованию созданного программного обеспечения.

В процессе создания программного обеспечения онлайн курса по дискретной математики использовался PHP в качестве языка программирования, MySQL для баз данных, элементы дизайна CSS2, CSS3 для интерфейса, а также веб-технологии JavaScript и JQuery для динамики программного обеспечения.

Разработанная система включает в себя следующие функции:

- авторизация пользователя;
- настройка окна программы для слушателя курса, автора курса и администраторов в зависимости от типа пользователя;
- онлайн-опрос по форме курса;
- табулирование результатов ответов в цифрах и процентах;
- статистический анализ и отображение результатов на диаграммах;
- публикация дополнительных требований и предложений по курсам;
- адаптация страниц программы к печатной версии;
- предложить интерфейс программы на нужных языках;

В данной системе важную роль в организации самостоятельного обучения студентов играют создание виртуальных лабораторий, имитация процессов, автоматизированные системы обучения и контроля.

Для организация самостоятельного обучения студентов при помощи программного обеспечения разработано интерактивное программное обеспечение, которое «обучает» и контролирует выполнение всех этапов процесса практического обучения. Функциональная схема программного обеспечения имеет следующий вид (рис. 1):

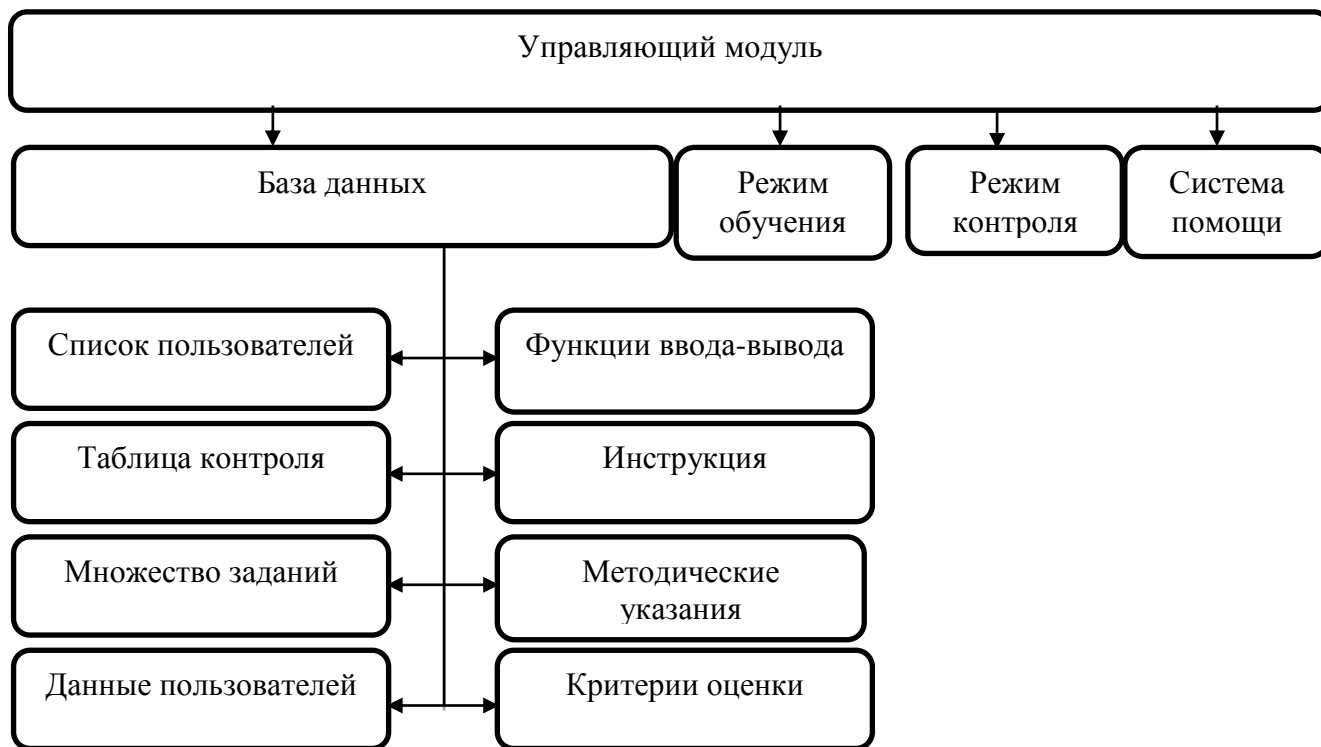


Рис. 1. Схема программного обеспечения

В базе данных хранится следующая информация:

- **список пользователей:** формируется преподавателем или пользователи регистрируются в установленном порядке;
- **контроль учета:** форма учета формируется преподавателем и фиксируются результаты режима контроля;
- **комплекс задач:** представлен преподавателем;
- **информационный лист пользователя:** собирается информация о дате, времени входа в программу, какими режимами он пользовался и какие материалы использовал;
- **критерии оценки:** сведения о проценте правильного выполнения каждого этапа задания, процент скидок, применяемых в случае ошибок и использования дополнительных средств или системы помощи;
- наиболее важные теоретические понятия, необходимые для освоения темы;
- методические рекомендации для практической работы;
- инструкции по использованию программы.

Рассмотрим работу системы через программу, созданную для обучения и контроля операций над формулами алгебры логики.

Программа имеет следующие функции для ввода, вывода и редактирования данных:

- палитры для логических операций ввода формул и вспомогательных символов;
- синтаксический анализ введенных формул;
- формирования таблицы истинности формулы;
- создание бинарных компонент формулы;
- статистическая обработка результатов.

Модуль управления управляет работой режимов использования интерактивного ПО. Предусмотрена работа в двух режимах - тренировочный и контроля.

Известно, что если пользователи хотят самостоятельно выполнить процесс построения таблицы истинности формул алгебры логики, они должны знать следующие важнейшие этапы:

- определения порядка выполнения операций в формуле и разделения ее на элементарные части;
- формирование набора значений переменных, участвующих в формуле;
- правило вычисления элементарных операций.

В тренировочном режиме пользователь программы отслеживает полные этапы процесса выполнения практических упражнений с использованием программы. При необходимости справочная система предоставляет теоретические материалы и пояснения, относящиеся к содержанию реализации каждого этапа.

Этапы, которые будут демонстрироваться в тренировочном режиме:

1. Из базы данных выбираются задания различных уровней сложности;
2. Отображается тренировочный процесс по выбранному заданию на основе программы. Для этого в диалоговом окне создаются два раздела:
 - в первом, фрагменты элементарных операций составляющие заданную формулу, фрагменты объясняются на основе комментариев;

- фрагмент каждой операции нумеруется;
- во втором, создается таблица истинности, а набор значений переменных и соответствующие им значения записываются в первой столбце таблицы;
- фрагменты элементарных операций ставятся в заглавие следующих столбцов таблицы истинности;
- результаты вычисления записываются в столбцы, соответствующие фрагментам.

В последний столбец записывается окончательный результат, т. е. значения данной формулы.

В режиме контроля результат сформированных пользователем проверяется в двух разных вариантах - тренинга и контроля.

В варианте тренинга весь процесс, указанный в режиме обучения с помощью программы, выполняется пользователем самостоятельно. Все действия, совершаемые пользователем, оцениваются на основе установленных в программе критериев, а результат выражается в процентах. Если во время выполнения упражнения произойдет обращение к системе помощи, то вычитывается баллы в установленном порядке.

В варианте контроля пользователь выбирает из базы данных подходящий для себя вариант и самостоятельно выполняет все действия построения таблицы истинности. При этом формы описанные в режиме обучения, подготавливаются программой, только поле данных в ней заполняется пользователем. При этом все действия оцениваются на основе критериев, установленных в программе, а результат выражается в процентах. При неудовлетворительном результате пользователям будет предоставлен повторные шансы, только по количеству повторений задания будут вычтены баллы.

Список литературы

1. Томсон Л., Веллинг Л. Разработка веб-приложений на PHP и MySQL. СПб.: ДиаСофт, 2003.
2. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы: учебное пособие. М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003. 288 с.
3. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. СПб: Питер, 2000. 304 с.

ПРОЕКТИРОВАНИЕ И РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗАЦИИ УЧЕТА УСПЕВАЕМОСТИ И ЛИЧНЫХ ДОСТИЖЕНИЙ СТУДЕНТОВ: СУЩНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ И ПУТИ ЕЕ РЕШЕНИЯ

Александрова Л.Н.¹, Самсонов И.Ю.²

*^{1,2}Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: ¹alexandrovaludmila@rambler.ru, ²g48sam@gmail.com*

Аннотация. В статье актуализируются вопросы проектирования и разработки автоматизированных систем, позволяющих не только организовывать сетевое образовательное взаимодействие, включающее стандартные функции, такие как предоставление учебного материала и возможность проведения диагностических

процедур, но и осуществление сбора учебных и внеучебных достижений обучающегося в виде электронного портфолио. Представлен комплекс рекомендуемых ориентиров при разработке такой системы с организационной и технической сторон.

Ключевые слова: информатизация образования, автоматизированная система учета успеваемости и личных достижений, портфолио.

DESIGN AND DEVELOPMENT OF A SYSTEM FOR AUTOMATING THE ACCOUNTING OF STUDENTS' ACADEMIC PERFORMANCE AND PERSONAL ACHIEVEMENTS: THE ESSENCE OF THE PROBLEM AND ITS SOLUTIONS

Alexandrova L.N.¹, Samsonov I. Yu.²

¹Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: ¹alexandrovaludmila@rambler.ru, ²g48sam@gmail.com

Abstract. The article actualizes the issues of designing and developing automated systems that allow not only to organize network educational interaction, including standard functions, such as the provision of educational material and the possibility of diagnostic procedures, but also the collection of educational and extracurricular achievements of the student in the form of an electronic portfolio. A set of recommended guidelines for the development of such a system from the organizational and technical sides is presented.

Keywords: informatization of education, automated system of accounting of academic performance and personal achievements, portfolio.

В соответствии с Указом Президента РФ от 09.05.2017 N 203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017 - 2030 годы» важнейшим направлением деятельности государства выступает формирование пространства знаний и предоставления доступа к нему, а также совершенствование механизмов распространения и применения знаний на практике в интересах отдельной личности, общества и государства [1]. Информатизация образования является одним из основных условий, которые учитываются при разработке образовательных стандартов [3]. Она предполагает использование определенного понятийного аппарата, который, в основном, можно считать устоявшимся. Поскольку в процессе информатизации основным продуктом потребления становится информация, знания, то технологии, направленные на обработку, передачу и преобразование информации, стали основным предметом изучения и всестороннего исследования [5].

В настоящее время информационно-коммуникационные технологии стали неотъемлемой частью процессов, протекающих в системе высшего образования. Изменение деятельности образовательной организации позволяет увеличить их потенциал за счет появления новых форм работы, в том числе через сетевое взаимодействие [4]. Неукоснительно возрастает роль дистанционных электронных ресурсов. А в связи с ограниченностью использования зарубежных ПО и сервисов становится актуальным вопрос разработки отечественных аналогов данных систем. Перед участниками образовательного процесса встает вопрос: как обеспечить эффективность

использования технологий, соответствие их запросам личности, образовательного учреждения и общества.

Одним из актуальных направлений является разработка систем автоматизации учета успеваемости и личных достижений студентов.

В настоящее время в образовательной практике существует такое понятие как учебное портфолио – один из наиболее эффективных инструментов оценки и мониторинга индивидуальных достижений студента. Портфолио представляет собой совокупность документов и работ, собранных с целью демонстрации результатов учебной и внеучебной деятельности обучающегося.

Однако в процессе формирования портфолио те, кто над ним работает, сталкиваются с рядом проблем.

1. Портфолио требует больше времени для реализации, чем традиционная система оценки учебных достижений.

2. Имеет организационные трудности, которые связаны с хранением данных.

3. Требует систематичности и хронологичности.

4. Трудоемкий процесс сбора и обработки большого объема информации и данных.

Проблему оценивания портфолио решить достаточно сложно, в связи с чем на сегодняшний день она является не до конца решенной. Это связано со следующими факторами:

1. Имеет место проблема определения точной организационной структуры и обязательного минимума-максимума элементов для оценки.

2. Распределение «веса» оценки между различными компонентами портфолио.

3. Возникает противоречие между направленностью портфолио на количественную и качественную экспертные оценки и требованиями Федерального государственного образовательного стандарта профессионального образования по формализации и стандартизации критериев.

Таким образом, выявленные проблемы определяют необходимость поиска новых путей решений в вопросе формирования портфолио на всех его этапах, приняв за основу процесс автоматизации.

Количество подобных автоматизированных систем достаточно большое, вследствие чего во многих научных публикациях предлагается их сравнительный анализ и корреляция (Т. Вакалюк, С. Ястремская, В. Томашевский, Д. Мещеряков, А. Бойченко и др.).

Анализ существующих подходов к автоматизации и информатизации образовательного процесса в вузах, с использованием готовых решений, позволил заключить, что внедрение готовых систем, в основе которых лежит решение задач на типовом уровне, приводит, как правило, к результату, обратному ожидаемому: отлаженный и устоявшийся учебный процесс приходится адаптировать под возможности системы, тем самым встречая явное и неявное сопротивление кадров, задействованных в автоматизируемом процессе [1, 3, 4].

Изучение проблемы показало, что в имеющихся системах управления учебным контентом, как правило, в достаточной мере обеспечивается доступ к учебным материалам, установлена обратная связь с педагогами, имеется возможность организации диагностических процедур. То есть мы наблюдаем классический набор функции и возможностей. Однако практически ни одна из них не имеет возможностей вести статистику учебных и внеучебных достижений обучающихся на всем протяжении обучения в форме электронного портфолио, что является актуальным в разрезе возрастающей роли многих региональных и федеральных проектов по выявлению перспективных представителей среди молодежи, имеющих лидерские качества, опыт грантовой поддержки, определенный талант в той или иной области, занимающихся волонтерской и другой социально значимой и общественной деятельностью.

В таких условиях считаем, что при разработке автоматизированной системы учета успеваемости и личных достижений студентов, следует опираться на следующие ориентиры:

- доступность работы в системе для студентов и педагогов: не только из аудиторий учебного заведения, но и с любого устройства с подключением к Интернету;

- возможность при проведении диагностических процедур за счет сетевого взаимодействия преподавателя и студентов одновременно охватить большой объем аттестуемых, а также контролировать этот процесс;

- возможность работать с большим объемом обрабатываемой информации;

- снижение количества затрачиваемого времени на аттестацию;

- обмен данными между всеми участниками образовательного процесса с учетом разграничения прав доступа;

- возможность осуществлять выбор данных по заданным критериям и формировать результат в виде документов различных форматов;

- возможность осуществления обучения по индивидуальным траекториям;

- однозначная аутентификация пользователя.

С технической точки зрения необходима проработка таких вопросов как административный блок, обеспечивающий контроль и управление web-приложением; долгосрочное хранение и обработка данных на стороне сервера с использованием баз данных, авторизация и аутентификация пользователя с применением стандартного сеансового модуля); механизмы реализации идентификации клиентов и хранения данных пользователей с помощью стандартного сеансового модуля языка PHP (session), разработка единой базы данных для комплексного управления (системы управления базами данных на платформе MySQL), обеспечение отказоустойчивости и создание в автоматическом режиме резервных копий, корректное отображение интерфейсов при просмотре из любого браузера, а также наличие мобильной версии web-приложения, обеспечить мультиплатформенность ресурса.

Таким образом, нами рассмотрены некоторые теоретические аспекты создания и применения автоматизированной системы учета успеваемости и личных достижений студентов в качестве эффективного механизма. С точки зрения актуальности, своевременности и современности она должна обладать такими качествами как удобный и интуитивно понятный интерфейс, обеспечивающий быструю навигацию по модулям приложения; безопасность данных пользователя и хранимой информации в базах данных; контроль и администрирование ресурса; кроссплатформенность, для обеспечения доступа с любого вида устройств и др. Внедрение инновационных методов и организационных форм обучения ведет к дальнейшему усложнению системы управления образовательным процессом в вузе. Эффективное решение этих задач возможно только при условии создания комплексной электронной системы управления учебным процессом.

Список литературы

1. Указ Президента РФ от 09.05.2017 N 203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы» [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://www.kremlin.ru/acts/bank/419195>
2. *Гараева Е.А.* Реализация информационно-коммуникационных технологий как приоритетное направление инновационных изменений в высшем образовании // *Современные проблемы науки и образования.* 2022. № 5. С. 69–76.
3. *Гейбука С.В., Ковшова Ю.Н.* Некоторые пути решения проблем, возникающих в процессе использования информационно-коммуникационных технологий в обучении физико-математическим дисциплинам в педагогическом вузе // *KANT.* 2020. №3 (36). С.247–251.
4. *Камнева В.В.* Использование информационно-коммуникационных технологий в системе высшего образования // *Скиф.* 2018. №3(19). С.22–28.

ЦИФРОВЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ СТУДЕНЧЕСКОГО ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРЕДПРИНИМАТЕЛЬСТВА

Воробьев С.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: vorobsv@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрена актуальная на данный момент для многих вузов тема, которая связана с развитием технологического предпринимательства среди студентов. Основное внимание уделяется наиболее распространенному направлению для старта бизнеса в рамках студенческих проектов – цифровым стартапам. Выделены приоритетные возможности развития студенческого технологического предпринимательства и определены рекомендации университетам по его совершенствованию.

Ключевые слова: технологическое предпринимательство, студенческий стартап, цифровые технологии.

DIGITAL DIRECTIONS OF STUDENT TECHNOLOGICAL ENTREPRENEURSHIP*Vorobyev S.V.**Bunin Yelets State University, Yelets, Russia*

e-mail: vorobsv@mail.ru

Abstract. The article considers an actual topic for many universities at the moment, which is related to the development of technological entrepreneurship among students. The main attention is paid to the most common direction for starting a business within the framework of student projects – digital startups. Priority opportunities for the development of student technological entrepreneurship are highlighted and recommendations to universities for its improvement are identified.

Keywords: technological entrepreneurship, student startup, digital technologies.

В развитых странах предпринимательская деятельность уже многие годы является базисом развития всей национальной экономики. Особое внимание уделяется направлению студенческого технологического предпринимательства, которое занимает значительную часть в общей структуре нового бизнеса. При этом огромное количество идей по развитию бизнес-проектов относится к сфере цифровых технологий.

Развитие технологического предпринимательства в вузах выступает одним из трендов современного высшего образования. Зарождение, так называемых, стартапов в стенах университета уже давно является общемировой практикой. Так, порядка 25% всех стартапов за рубежом рождаются в университетах. В России этот показатель пока составляет лишь 3%, что связано с дефицитом технологических предпринимателей [1].

Именно университет можно назвать идеальной площадкой для старта любого бизнес-проекта. Действительно, в рамках университета имеется наукоемкая и высокотехнологичная среда, установлено тесное рабочее взаимодействие студентов и преподавателей, имеется постоянный доступ к лабораторному оборудованию и различной технической инфраструктуре. При этом в период студенчества у молодого поколения особенно сильно проявляется способность генерации смелых идей, которые в определенных условиях смогут перерасти в перспективное и доходное дело всей жизни.

Изначально понятие «Технологическое предпринимательство» попытались определить ученые из разных стран мира в рамках первого международного симпозиума по данному направлению еще в октябре 1970 года. С того момента споры не прекращаются до сих пор. Непосредственно в России исследованием технологического предпринимательства стали заниматься сравнительно недавно. Из всего многообразия определений данного понятия будем придерживаться следующей трактовки: технологическое предпринимательство представляет собой систематическое создание нового бизнеса, в основе которого реализуется переход инновационного научного знания в экономически востребованные на рынке промышленные технологии [2].

Возникшая потребность формирования эффективных серийных технологических предпринимателей, т.е. молодых людей, способных запустить новые направления бизнеса в массовом порядке, послужила одной из причин разработки Федерального проекта, который назвали «Платформа университетского технологического предпринимательства». Он, в первую очередь, призван раскрыть предпринимательский потенциал современной молодежи путем подготовки профессионалов в сфере технологического предпринимательства. В рамках данного проекта реализуется комплекс специально организованных мероприятий, способствующих вовлечению представителей университетского сообщества в процессы развития предпринимательской деятельности. Платформа способствует достижению национальных целей развития Российской Федерации на период до 2030 года. Ее функционирование необходимо для повышения предпринимательского потенциала страны и обеспечения активного участия образовательных организаций в социально-экономическом развитии субъектов России. Основными форматами реализации проекта являются следующие мероприятия: открытие стартап-студий в университетах; создание пространства коллективной работы молодежи «Предпринимательские Точки кипения»; постоянное проведение тренингов и акселераторов; возмещение инвестиций в студенческие стартапы и другие.

Одним из наиболее популярных и востребованных среди студентов направлений федерального проекта являются цифровые технологии. В данную группу входят разделы: Информационные технологии; Программные продукты и телекоммуникационные системы; Системы обработки больших объемов данных, машинного обучения и искусственного интеллекта. Популярность этого направления подтверждается результатами Всероссийского рейтинга ТОП-1000 университетских стартапов, который формируется в рамках реализации проекта. В данном рейтинге собраны наиболее перспективные университетские стартапы, а наибольшее количество из них принадлежит именно направлению «Цифровые технологии». Большинство из них направлены на разработку всевозможных цифровых решений, улучшающих не только бизнес-процессы организаций и производственные технологии различных сфер народного хозяйства, но и способствующие оптимизации социально-экономических потребностей людей. Кроме того, достаточно большое количество проектов рейтинга ТОП-1000 в данном технологическом направлении имеют своей целью разработку программных продуктов, которые сейчас необходимы нашей стране для полноценного замещения импортного программного обеспечения.

Очевидность практической значимости и перспективности студенческого технологического предпринимательства не исключает наличие определенных сдерживающих проблем во многих регионах страны. Основными из них выступают относительно низкий спрос на отечественные разработки, малое количество и низкая доступность инновационных организаций, слабый уровень кооперации малого и среднего инновационного предпринимательства с крупным бизнесом и т.п. С учетом перечисленных проблем возникает

необходимость создания комплекса взаимосвязанных обслуживающих структур поддержки студенческого технологического предпринимательства регионального уровня.

Таким образом, в качестве наиболее важных направлений развития студенческого технологического предпринимательства можно отметить: реализацию программ обучения технологическому предпринимательству и проектному управлению на базе высшего учебного заведения с обязательным вовлечением работников предприятий реального сектора экономики; организацию плотного взаимодействия между профессиональными и бизнес-сообществами региона путем выстраивания интенсивной коммуникации между стейкхолдерами; создание в вузе предпринимательского научно-практического сообщества инновационного проектирования. В рамках представленных направлений имеют место следующие рекомендации для вузов. Во-первых, ввести для всех направлений подготовки студентов курсы по технологическому предпринимательству. Во-вторых, уделять на таких курсах больше внимания занятиям по командному обучению. В-третьих, внедрять в учебный процесс практики взаимодействия с наставниками и реальными предпринимателями. В-четвертых, адаптировать в учебный процесс формат стартап-студий с возможностью для студентов реализации себя в командной деятельности, получив практические навыки без риска потери собственных средств.

Список литературы

1. *Рубин Ю.Б.* Управление собственным бизнесом. М.: Университет Синергия, 2021.
2. *Щербакова А.А.* Инновационная экономика и технологическое предпринимательство. Вологда: Вологодский государственный университет, 2020.

РОБОТОТЕХНИКА ДЛЯ РАЗВИТИЯ РЕБЕНКА В ДОШКОЛЬНОМ ОБРАЗОВАНИИ

Гнездилова Н.А.¹, Бобровская Э.²

¹Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

²Рижское дошкольное образовательное учреждение «Иманта», Рига, Латвия

e-mail: ¹nataelez@mail.ru, ²ellabobrovaska@inbox.lv

Аннотация. В представленной статье актуализирована значимость робототехники в образовательной деятельности дошкольника. Обозначена интеграционная функция лево-технологий для социально-коммуникативного, познавательного, речевого, художественно-эстетического развития дошкольника. Представлены периоды включения дошкольника в систематическую деятельность по конструированию. Отмечено, что занятие дошкольниками робототехникой развивает у них самостоятельность в принятии решения, речь, гибкость мышления, и позволяет педагогу решить множество задач в формировании необходимых навыков.

Ключевые слова: дошкольное образование, робототехника, развитие, ребенок.

ROBOTICS FOR CHILD DEVELOPMENT IN PRESCHOOL EDUCATION

Gnezdilova N.A.¹, Bobrovskaya E.²

¹Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

²Riga preschool educational institution "Imanta", Riga, Latvia

e-mail: ¹nataelez@mail.ru, ²ellabobrovskaya@inbox.lv

Abstract. In the presented article, the importance of robotics in the educational activities of a preschooler is updated. The integration function of lego-technologies for the socio-communicative, cognitive, speech, artistic and aesthetic development of a preschooler is indicated. The periods of inclusion of a preschooler in the systematic activity of design are presented. It is noted that the occupation of preschoolers by robotics develops their independence in decision-making, speech, flexibility of thinking, and allows the teacher to solve many problems in the formation of the necessary skills.

Keywords: preschool education, robotics, development, child.

В педагогической практике современности одним из актуальных направлений развития науки и техники является технология робототехники, в сущности которой лежат междисциплинарные основы развития, обучения и воспитания ребенка, в том числе и дошкольного возраста. Технология робототехники содержит в себе основополагающие знания таких направлений как математика, информатика, физика, технология и механика. Она становится для педагога инструментом интеллектуального развития дошкольника, дает возможность в режиме игровой деятельности выполнять задачи обучения, воспитания и развития детей, прививать коммуникативные навыки при выполнении творческих заданий, активизирует познавательную, экспериментальную, исследовательскую деятельности в проектировании ребенком собственного мира.

Технология робототехники выполняет интеграционную функцию в образовательном процессе дошкольника. Результатом внедрения робототехники в виде, например, легио-технологий становится социально-коммуникативное, познавательное, речевое, художественно-эстетическое развитие ребенка.

Сотрудничество в команде с формированием навыков определения и достижения цели, проявления инициативы, лидерских качеств позволяет выполнять социально-коммуникативное развитие дошкольников.

В познавательном развитии ребенка при реализации легио-технологий раскрываются математические способности, формируются пространственное мышление и сенсорные представления, основы проектирования и конструирования, логики действий.

Общение, рассуждение помогают детям расширять свой словарный запас, что положительно сказывается на речевом развитии ребенка.

В легио-конструировании дошкольники сталкиваются с необходимостью работы с формой и цветами деталей для проектирования узоров, строений, вследствие этого осуществляется его художественно-эстетическое развитие.

Основным инструментарием педагогического взаимодействия в применении технологии робототехники становится игра.

«Игры – исследования с образовательными конструкторами стимулируют интерес и любознательность, развивают способность к решению проблемных ситуаций, умение исследовать проблему, анализировать имеющиеся ресурсы, выдвигать идею, планировать решение и реализовывать их, расширять технические и математические словари ребенка» [1].

Отмечаются различные периоды включения дошкольника в систематическую деятельность по конструированию.

Изначально конструирование в дошкольном образовании имело целью развитие конструктивного мышления и мелкой моторики.

Новые образовательные стандарты требуют иного подхода к такой деятельности. Конструирование в образовательном процессе дошкольника охватывает группы разного возраста, реализуется в игровой форме, по принципу от простого к сложному.

При работе с конструктором дошкольник, как бы не акцентируя внимания, выполняет элементарные арифметические действия, усваивает устный счет, познает состав числа, включается в ситуации публичного изложения своих действий и результатов построения мира, что развивает его качество речи и мышления.

Первоначально дошкольник играет в кубики, затем использует простейшие конструкторы, включающие элементарные геометрические фигуры, а затем включается в деятельность проектирования механизмов и программируемых конструкторов.

На всех этапах включения ребенка в конструирование важным является его работа в команде. В коллективе у дошкольника вырабатывается потребность в определении своей роли, рассмотрении обязанностей и правил поведения. При этом для ребенка важно пробовать себя в различных ролях, где могут проявляться лидерские качества и качества взаимодействия в партнерских отношениях.

Лего-конструированию дошкольники начинают заниматься в средней группе, здесь формируются навыки восприятия свойств внешнего мира.

Дошкольники старшей группы включаются в деятельность технического конструирования, где осваивают способы крепления деталей, анализируя графический замысел и проектируя общий результат своей работы.

В подготовительной группе завершается развитие конструктивной деятельности в образовательном процессе дошкольника. Процесс конструирования в этот период является более трудоемким. Ребенку предоставляется право выбора направления работы, способа творческого ее выполнения.

Системное целенаправленное включение детей дошкольного возраста в деятельность конструирования дает основания для успешного включения их в учебную деятельность в школьный период, что обеспечивается сформированностью навыков ставить цели, добиваться результатов.

Таким образом, LEGO-конструирование и робототехнику по праву можно назвать не просто средствами развития интеллектуальных и познавательных способностей детей, а многофункциональным образовательным комплексом, который позволяет педагогу решить важнейшие задачи:

- обучить детей создавать что-то новое и полезное;

- развить у дошкольников конструктивные способности;
- научить детей применять и преобразовывать модели и схемы;
- привить детям навыки совместной работы со сверстниками и взрослыми;
- научить детей добиваться конечного результата;
- развить воображение и творческое мышление дошкольников.

Робототехника показала высокую эффективность в воспитательном процессе, она успешно решает проблему социальной адаптации и развития детей практически всех возрастных групп [2].

Список литературы

1. *Бейктал Дж.* Конструируем роботов от А до Я. Полное руководство для начинающих. М.: Лаборатория знаний. 2018.
2. *Прокофьев А.С.* Робототехника в детском саду // Воспитание и обучение детей младшего возраста. 2014. № 2. С. 36.

СИСТЕМА КРИТЕРИЕВ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЛИЯНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ СИСТЕМЫ ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ НА УРОВЕНЬ РАЗВИТИЯ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Жук Л.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: krasnikovalarisa@yandex.ru

Аннотация. Современное образование предполагает интеграцию инновационных дидактических методик и цифровых технологий. Особую значимость приобретает проблема организации и сопровождения исследовательской деятельности школьников в области математики посредством интеллектуального управления. В статье представлено описание критериев эффективности влияния интеллектуальной системы обучения математике на развитие когнитивной, мотивационно-потребностной, эмоционально-волевой сфер школьников и качество их предметной подготовки.

Ключевые слова: гибридная интеллектуальная обучающая система, исследовательская деятельность в области математики, критерии эффективности функционирования ИОС.

A SYSTEM OF CRITERIA FOR EVALUATING THE EFFECTIVENESS OF THE INFLUENCE OF THE INTELLECTUAL SYSTEM OF TEACHING MATHEMATICS ON THE LEVEL OF DEVELOPMENT OF RESEARCH ACTIVITIES OF SCHOOLCHILDREN

Zhuk L.V.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia
e-mail: krasnikovalarisa@yandex.ru

Abstract. Modern education involves the integration of innovative didactic techniques and digital technologies. Of particular importance is the problem of organizing and supporting the

research activities of schoolchildren in the field of mathematics through intellectual management. The article describes the criteria for the effectiveness of the influence of the intellectual system of teaching mathematics on the development of cognitive, motivational-need, emotional-volitional spheres of schoolchildren and the quality of their subject training.

Keywords: hybrid intelligent learning system, research activity in the field of mathematics, criteria for the effectiveness of the functioning of the ILS.

Одним из важнейших условий построения учебно-воспитательного процесса в современной школе является формирование и развитие у обучающихся компетенций XXI века. Поскольку данные компетенции наиболее эффективно проявляются при самостоятельном поиске противоречий, формулировании проблем, выдвижении нестандартных идей, переносе известных способов решения в новые условия, то актуальной задачей методики обучения математике является активизация и организационно-методическое сопровождение исследовательской деятельности школьников.

В настоящее время появились интеллектуальные обучающие системы, ориентированные на учет индивидуальных возможностей пользователя, способные выстраивать индивидуальную образовательную траекторию в соответствии с уровнем его компетенций. Можно отметить целый ряд систем подобного рода, широко известных за рубежом: Math-u-See, Education Perfect, MATHia by Carnegie Learning, Wayang Outpost, Wayang Outpost, Yixue Education, Century Tech. В то же отечественный опыт применения систем искусственного интеллекта к управлению учебно-познавательной деятельностью можно считать достаточно ограниченным.

Исследование, проводимое в ЕГУ им. И.А. Бунина в течение нескольких лет, направлено на разработку и внедрение в образовательный процесс школы гибридной интеллектуальной системы как эффективного средства организационно-методического обеспечения исследовательской деятельности при обучении математике. Основной задачей является разработка технических и педагогических механизмов проектирования обучающей системы на базе методов искусственного интеллекта.

Градация уровней исследовательской деятельности выстраивалась в соответствии с такими параметрами, как полнота выполняемых исследовательских процедур, их рациональная последовательность, степень самостоятельности обучающегося на отдельных этапах исследования, и включала ориентировочно-мотивационный, репродуктивный, эмпирический, теоретический, творческий уровни.

Содержательное наполнение базы исследовательских заданий осуществлялось на основе метода фасетной классификации, при этом в качестве независимых классификационных параметров определены два фасетных признака – уровень развития исследовательской деятельности и профиль мышления обучающегося.

Генерация комплекса исследовательских заданий в ГИОС проводилась с учетом профиля мышления обучающегося, а также уровня сформированности исследовательских умений. Была реализована техническая возможность подбора экспертной системой параметров учебного процесса для выстраивания индивидуального образовательного маршрута, что позволило обеспечить

персонализированный подход к поиску решения задач и моделированию исследуемых явлений.

Для оценки эффективности влияния интеллектуальной системы обучения математике на уровень развития исследовательской деятельности школьников проводился мониторинг индивидуально-психологических особенностей обучающихся на основе системы критериев: ценностно-мотивационный, когнитивный, операционно-деятельностный, креативный, коммуникативный, рефлексивно-оценочный (рис.1).

Качество реализации каждого из критериев описывалось совокупностью параметров, фиксирующих степень соответствия объекта оценивания данному критерию. Были выделены три кластера параметров, отражающих специфику научного мышления, научной деятельности и научной коммуникации:

1) устойчивость и обобщенность мышления, соотношение между творческими и логическими актами, полнота, доказательность, понимание, операции научного мышления (индукция, дедукция, аналогия, инверсия), доминирующий профиль мышления;

2) интерес к исследовательской деятельности, творческая самостоятельность, умение собирать и обрабатывать информацию, постановка проблем, поиск противоречий, выдвижение гипотез, действие в условиях неопределенности, постановка экспериментов;

3) умение работать с научной информацией, обосновывать практическую значимость проектов, оценивать точность практического применения, межкультурный обмен, работа в команде, социальная валидация новых знаний.



Рис.1. Критерии диагностики влияния обучения в ГИОС на уровень исследовательской деятельности школьников

Диагностика элементов научности познания и качества исследовательской деятельности осуществлялась с применением комплекса квалиметрических методов, включающих анкетирование, тестирование, экспертную оценку.

Представленные критерии, показатели, методы и формы диагностики позволили обеспечить объективную оценку динамики развития исследовательской деятельности старшеклассников школьников в процессе обучения математике в ГИОС.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №19-29-14009).

Список литературы

1. Дворяткина С.Н., Жук Л.В. Многоэтапные комплексы исследовательских задач по математике в гибридной интеллектуальной образовательной среде школы // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2021. № 4 (24). С. 8–21.

2. Дворяткина С.Н., Жук Л.В. Организационно-методическое обеспечение развития исследовательской деятельности школьников в гибридной интеллектуальной образовательной среде // Ярославский педагогический вестник. 2021. № 3 (120). С. 36–45.

3. Dvoryatkina S.N., Zhuk L.V., Smirnov E.I., Khizhnyak A.V., Shcherbatykh S.V. Open innovation model of student's research activities // Journal of Teacher Education for Sustainability. 2021. V. 23. № 2. P. 77–90.

4. Меренкова В.С., Карпачева И.А. Специфика и методики исследования индивидуально- психологических особенностей старшеклассников как компонента интеллектуального управления в математическом моделировании исследовательской деятельности школьников // Психология образования в поликультурном пространстве. 2021. № 3 (55). С. 6–14.

ИГРА-ТРЕНАЖЕР «СТОПРОЦЕНТНЫЙ РОБОТ» КАК СРЕДСТВО ИНДИВИДУАЛИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

Карпачёв И.В.

МБОУ «Лицей №5 города Ельца», Елец, Россия

e-mail: ikarpachev2013@yandex.ru

Аннотация. В статье представлено описание авторской разработки игры-тренажера «Стопроцентный робот». Тренажер разработан в качестве средства обучения, позволяющего обучающемуся познакомиться с правилами вычисления процентов от числа, числа по известному проценту и сформировать умения решать задачи на проценты из различных сфер жизнедеятельности: бытовой, финансовой, научно-производственной. Игровой тренажер рассчитан на 70 минут самостоятельной работы обучающихся и позволяет каждому учащемуся двигаться в своем темпе по индивидуальной образовательной траектории.

Ключевые слова: дидактическая игра, игра-тренажер, индивидуализация обучения.

THE SIMULATOR GAME "ONE HUNDRED PERCENT ROBOT" AS A MEANS OF INDIVIDUALIZING SCHOOL EDUCATION

Karpachev I.V.

MBOU "Lyceum No. 5 of the city of Yelets", Yelets, Russia

e-mail: ikarpachev2013@yandex.ru

Abstract. The article describes the author's development of the simulator game "One hundred percent robot". The simulator is designed as a learning tool that allows the student to get acquainted with the rules for calculating percentages of a number, a number by a known percentage and to form the ability to solve problems for percentages from various spheres of life: household, financial, scientific and industrial. The game simulator is designed for 70 minutes of independent work of students and allows each student to move at his own pace along an individual educational trajectory

Keywords: didactic game, simulator game, individualization of training.

Проблема индивидуализации обучения в условиях классно-урочной системы обучения, изначально ориентированной на «среднего ученика», активно изучается в педагогических исследованиях. Активное развитие информационных образовательных технологий и их проникновение и интеграция с игровыми методами обучения [1, 3] создают новые возможности для выстраивания индивидуальных образовательных маршрутов школьников.

В данной работе представим опыт разработки игры-тренажера «Стопроцентный робот», которая разработана по учебному предмету математика (6 класс) по теме «Вычисление процентов от числа и числа по известному проценту, выражение отношения в процентах».

С позиции учителя использование тренажера ориентирована на достижение следующих целей, регламентированных Федеральным государственным образовательным стандартом основного общего образования [2]:

– образовательных: показать широту и актуальность применения процентов в жизни, совершенствование практических навыков решения основных задач на проценты и умение применять их при решении реальных жизненных задач;

– личностных: четко выражать и объяснять свои мысли (способы решений), строить продуктивное взаимодействие, воспитывать ответственность и аккуратность;

– метапредметных: уметь воспроизводить смысл понятия проценты, умение обрабатывать информацию и ранжировать ее по указанным основаниям; представлять информацию в табличной форме, формировать коммуникативную компетенцию учащихся; выбирать способы решения задач в зависимости от конкретных условий; осуществлять рефлекссию способов и условий действия, контроль и оценку процесса и результатов деятельности;

– предметных: уметь в процессе реальной ситуации использовать определения следующих понятий: «среднее процент», «перевод процента в десятичную дробь», «обращение десятичной дроби в проценты», решать задачи.

С позиции обучающегося игра-тренажер позволяет достигнуть следующих результатов:

– познавательных: в игровой форме для того, чтобы заработать баллы и сделать виртуальные покупки обучающийся сможет воспроизводить смысл понятия проценты для того, чтобы справиться с базовыми заданиями стопроцентного робота (я смогу переводить проценты в десятичную дробь; я смогу находить проценты от числа; я смогу находить число по его проценту; я смогу выражать отношение в процентах; я смогу находить на сколько процентов первое число больше второго; я смогу находить на сколько процентов второе число меньше первого; я смогу структурировать собственные знания о процентах при решении банковской задачи, данной роботом – финансистом; - я смогу обрабатывать информацию о процентах и ранжировать ее по указанным основаниям, чтобы помочь восстановить потерянную цепочку данных роботу-коллекционеру; я смогу выбирать способы решения задания в зависимости от конкретной ситуации, в которую попал робот-обыватель; я смогу моделировать разные типы задач для того, чтобы помочь роботу-биохимику);

– коммуникативных: я смогу найти альтернативные способы решения поставленных роботами задач, организовать учебное сотрудничество с учителем;

– регулятивных: я смогу самостоятельно определять последовательность промежуточных целей с учетом получения баллов во время игры, составлять план и последовательность действий, контролировать и оценивать процесс и результаты деятельности;

– личностных: я смогу оценить усвоенный материал, исходя из социальных и личностных ценностей, пополнить свой кругозор.

Игра – тренажер «Стопроцентный робот» в формате общения с друзьями-роботами в социальной сети позволяет обучающемуся познакомиться с правилами вычисления процентов от числа, числа по известному проценту и сформировать умения решать задачи на проценты из различных сфер жизнедеятельности: бытовой, финансовой, научно-производственной. В случае затруднений Стопроцентный робот, Робот-финансист, Робот-коллекционер, Робот – домашний помощник, Робот-биохимик подскажут путь решения (на рис.1. представлены авторские графические объекты – роботы-помощники), но для этого придется потратить баллы, набрать которые можно, выполняя задания различного уровня. Чем меньшим числом подсказок воспользуется обучающийся, тем быстрее он накопит количество баллов, необходимое для приобретения предметов, которые он сможет увидеть в верхней навигационной панели в разделе «Магазин». Количество приобретенных предметов иллюстрирует достигнутый уровень ученика в решении задач на проценты.

Игровой модуль рассчитан на 3 урока и позволяет каждому учащемуся двигаться в своем темпе по индивидуальной образовательной траектории.

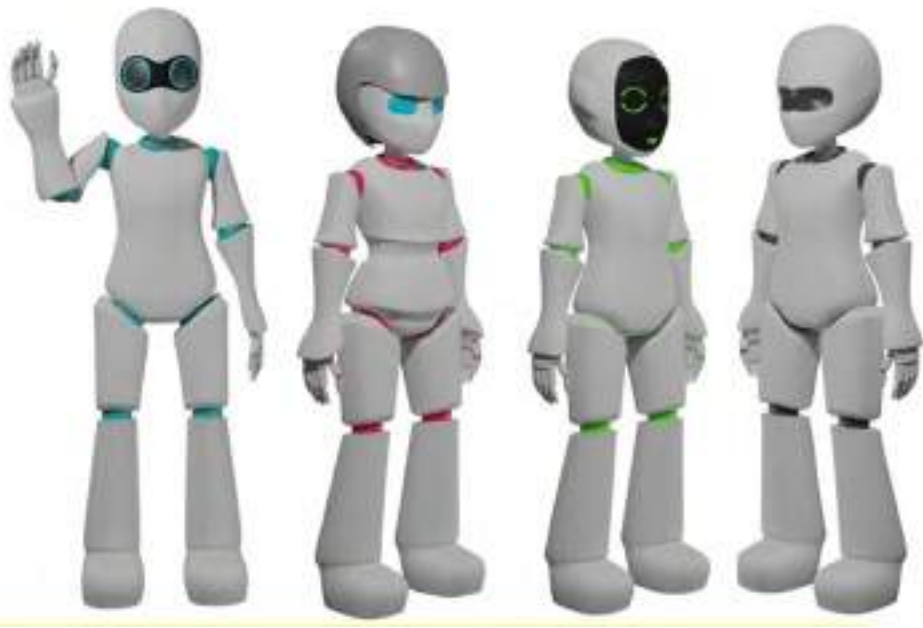


Рис.1. Авторские графические объекты «Роботы – помощники»

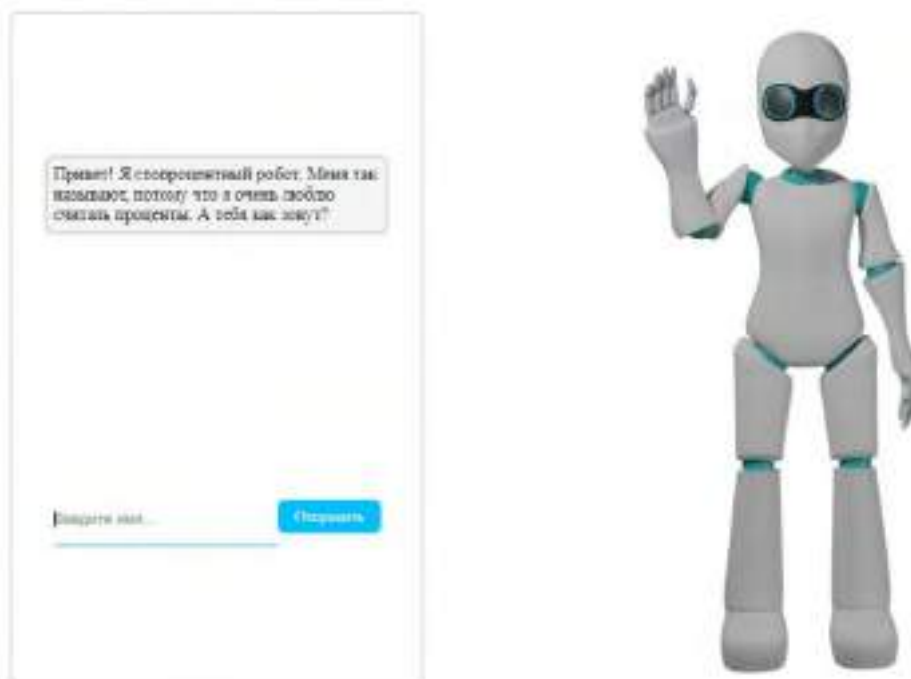


Рис. 2. Стартовая страница

Работа с тренажером начинается со стартовой страницы-регистрации (рис.2) и аннотации для школьников.



Рис. 3. Пример задания игры-тренажера

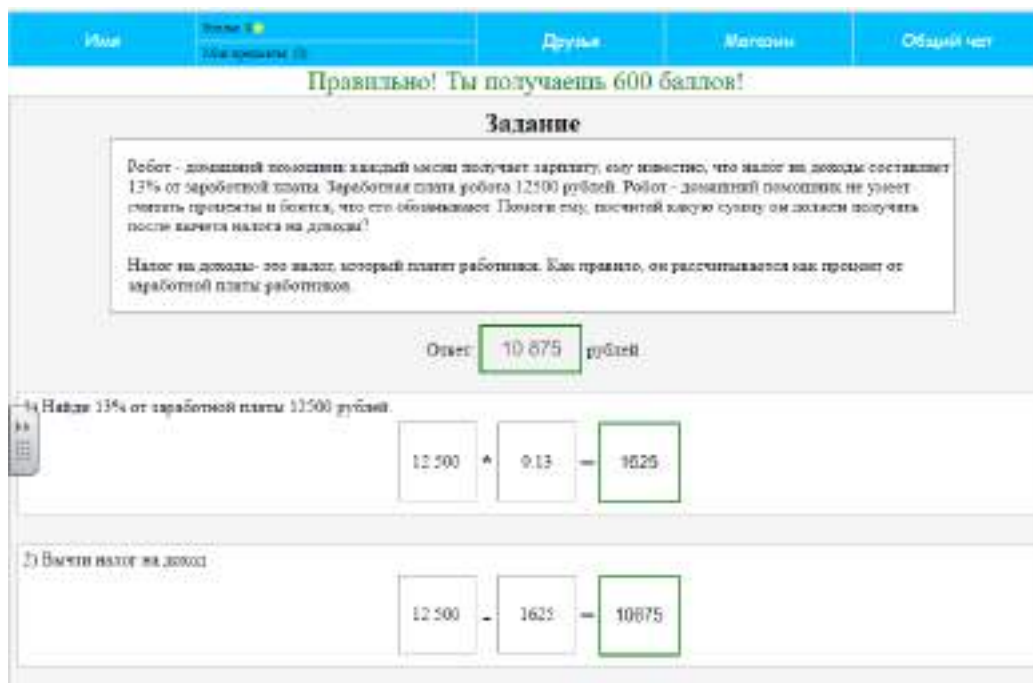


Рис. 4. Пример задания игры-тренажера

Аннотация для школьников:

«Дорогой друг, игра – тренажер «Стопроцентный робот» в формате общения с друзьями-роботами в социальной сети позволит тебе научиться решать задачи на проценты в увлекательной форме. Стопроцентный робот и его друзья не только познакомят тебя с правилами вычисления процентов, но и научат решать задачи на проценты из различных сфер жизнедеятельности: бытовой, финансовой, научно-производственной.

В случае затруднений Стопроцентный робот, Робот-финансист, Робот-коллекционер, Робот – домашний помощник, Робот-биохимик подскажут тебе путь решения, но для этого придется потратить баллы, набрать которые ты сможешь, выполняя задания различного уровня. Чем меньшим числом подсказок ты воспользуешься, тем быстрее наберешь количество баллов, достаточное для приобретения предметов в магазине. Изучай правила, решай задачи и первым приобрети все предметы в магазине».

Примерное время для прохождения этапов игрового модуля общей трудоемкостью около 70 минут составляет: стопроцентный робот – 10 минут; робот-финансист – 6 минут; робот-коллекционер – 10 минут; робот-обыватель – 6 минут; робот-биохимик – 10 минут.

Общий чат: робот-финансист – 4 минуты; робот-обыватель – 4 минуты; робот-финансист – 4 минуты; робот-биохимик – 10 минут.

Организационные блоки – 6 минут.

На рисунках 3 и 4 представлены скриншоты рабочих страниц игры-тренажера.

Тренажер «Стопроцентный робот» реализован с помощью языка гипертекстовой разметки HTML, стилей CSS и языка программирования JavaScript. Запуск данного тренажера возможен в любой операционной системе, в связи с тем, что для его разработки использовались стандартные технологии, которые поддерживаются всеми браузерами, что делает данное приложение кроссплатформенным.

Игра-тренажер «Стопроцентный робот» внедрена и успешно используется в опыте работы учителей математики МБОУ Лицея № 5.

Список литературы

1. *Архипова А.И., Губа Н.В.* Игровые технологии инновационной компьютерной дидактики в обучении математике как средства интеллектуальной рекреации и мотивации учения // Школьные годы. 2015. № 62. С.22–35.
2. *Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования* [Электронный ресурс]. URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/> (дата обращения: 12.02.2023).
3. *Шашкина М.Б., Багачук А.В.* Игровые технологии в обучении математике в условиях реализации ФГОС // Математика в школе. 2019. № 1. С. 44-51.

РАЗВИТИЕ ЦИФРОВОЙ ГРАМОТНОСТИ ПЕДАГОГА: ПРИКЛАДНОЙ АСПЕКТ

Карпачёва И.А.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: ikar1971@yandex.ru

Аннотация. В статье актуализирована задача развития цифровой грамотности учителя в условиях непрерывного развития информационных технологий и технологий искусственного интеллекта.

Одним из условий внедрения интеллектуальных обучающих систем, в частности, системы интеллектуального управления проектно-исследовательской деятельностью старшеклассников по математике, выступает мотивационная и техническая готовность учителя. Приводятся результаты оценки индикатора «отношение к технологиям» цифровой грамотности с помощью адаптированной методики НАФИ. Формулируется вывод о необходимости подготовки учителей в рамках дополнительного профессионального образования (повышения квалификации).

Ключевые слова: цифровая грамотность учителя; гибридная автоматизированная обучающая система.

DEVELOPMENT OF DIGITAL LITERACY OF A TEACHER: APPLIED ASPECT

Karpacheva I.A.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia, Yelets, Russia

e-mail: ikar11971@yandex.ru

Abstract. The article actualizes the task of developing digital literacy of teachers in the conditions of continuous development of information technologies and artificial intelligence technologies.

One of the conditions for the introduction of intelligent learning systems, in particular, the system of intelligent management of project and research activities of high school students in mathematics, is the motivational and technical readiness of the teacher. The results of the evaluation of the indicator "attitude to technology" of digital literacy using the adapted methodology of NAFI are presented. The conclusion is formulated about the need to train teachers in the framework of additional professional education (advanced training).

The reported study was funded by RFBR, project number 19-29-14009/

Keywords: digital literacy of the teacher; hybrid automated learning system.

Цифровая грамотность педагога предполагает постоянно развитие в связи с непрерывным развитием цифровых инструментов и информационных технологий. Обобщение результатов исследований [2–4] позволили определить перечень цифровых навыков, отражающих ее структуру: общие (работа в поисковых системах, владение офисными программами, приложениями и пр.); комплементарные, связанные с решением новых задач (например, коммуникации посредством использования мессенджеров и пр.); специальные, связанные с использованием новейших сервисов и инструментов.

Согласно позиции ООН, применительно к человеку любой профессии, цифровая грамотность – это «способность безопасно и надлежащим образом управлять, понимать, интегрировать, обмениваться, оценивать, создавать информацию и получать доступ к ней с помощью цифровых устройств и сетевых технологий для участия в экономической и социальной жизни» [5].

Понятие «цифровая грамотность» и его структура, применительно к педагогической деятельности, изучаются в исследованиях российских и зарубежных ученых. Как правило, данное понятие рассматривается во взаимосвязи с понятием «цифровая компетентность / компетенция».

В частности, работах зарубежных исследователей (R. Tammaro, I.S. Iannotta, C. Ferrantino) цифровая грамотность расстраивается как умения и навыки, используемые в повседневной жизни или профессиональной деятельности, а цифровую компетентность, по мнению авторов отличает уверенное и критичное использование цифровых технологий в профессиональной или учебной деятельности [7].

Жанфранко Полици, рассматривая цифровую грамотность как вариант медиаграмотности, выделяет в ее структуре практические навыки (операционные, информационные и творческие), необходимые для использования во всех сферах жизнедеятельности [6].

Наиболее полное исследование цифровой грамотности педагогов проведено национальным агентством финансовых исследований (НАФИ). Опираясь на подход, предложенный группой специалистов в рамках Саммита G20 (2017 год), исследователи аналитического центра провели исследование цифровой грамотности российских педагогов по следующим индикаторам: информационная, компьютерная, коммуникативная грамотность, медиаграмотность и отношение к технологиям. Оценка индикаторов осуществляется с помощью следующих показателей: знания (когнитивный), навыки (технический), установки (этический) [4].

В контексте нашего исследования, особый интерес представляет содержание и методика изучения индикатора «отношение к технологиям». Условием функционирования, разрабатываемой научным коллективом гибридной интеллектуальной обучающей системы, нацеленной на интеллектуальное управление проектно-исследовательской деятельностью обучающихся по математике [1, 2], выступает, прежде всего, мотивационная готовность учителей к ее использованию. Действительно, индикатор «отношение к технологии» раскрывается через показатели следующим образом:

- 1) когнитивный – понимание технологических трендов;
- 2) технический – готовность работать с новыми и современными технологиями (в т.ч. приложения, автоматизированные системы, ГИОС и пр.);
- 3) этический – понимание пользы технологических инноваций как для развития общества, так и себя лично.

Т.е. отражает мотивационную и техническую готовность педагогов.

Адаптировав методику вычисления индекса «отношение к технологии», разработанную специалистами НАФИ [3], мы оценили его непосредственно к применению учителями технологий ГИОС. В исследовании приняли участие 64

учителя математики общеобразовательных организаций региона. Все они имеют опыт работы в старших классах.

Результаты исследования:

– практически все педагоги (около 81%) слышали о наличии данных технологий; примерно 41% опрошенных педагогов имеют самое общее представление о ГИОС, лишь 17% имеют опыт работы с подобными системами;

– большинство опрошенных (89%) хотели бы познакомиться с принципами работы ГИОС и рекомендациями по ее использованию в образовательном процессе; 9% отметили, что принципы работы систем для них не важны и достаточно познакомиться с методическими аспектами их применения);

– около 40% учителей математики, принявших участие в опросе, отметили, что считают, что способны самостоятельно разобраться с особенностями использования ГИОС в образовательном процессе, но при этом более 80% из них не исключают участие в программе повышения квалификации; 60% опрошенных однозначно ответили, что хотели бы пройти программу повышения квалификации по вопросам применения ГИОС в процессе обучения.

Вышеизложенное свидетельствует о том, что развитие цифровой грамотности педагогов в части использования потенциала гибридных автоматизированных обучающих систем, актуальная педагогическая задача. Одним из путей ее решения может стать целенаправленная подготовка учителей в рамках дополнительного профессионального образования (повышения квалификации). При этом, программа повышения квалификации должна включать, как минимум, три модуля:

1) общетеоретические и историко-педагогические аспекты разработки и внедрения ГИОС;

2) технологические основы работы с ГИОС (в нашем случае в сфере организации исследовательской деятельности обучающихся);

3) методические аспекты включения ГИОС в образовательный процесс и самообразование обучающихся (исследовательскую деятельность).

Таким образом, результаты оценки мотивационной и технической готовности учителей математики к использованию гибридных интеллектуальных обучающих систем показывают, что большинство педагогов имеют самое общее представления о данном цифровом инструментарии и практически не имеют опыта их использования. Следовательно, актуальна задача развития у педагогов цифровой грамотности в части индикатора «отношение к технологиям». Данный шаг является важным условием внедрения функционирования в образовательном процессе общеобразовательной школы систем интеллектуального управления деятельностью школьников, в частности, управления проектно-исследовательской деятельностью по математике.

Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ в рамках научного проекта № 19-29-14009.

Список литературы

1. *Дворяткина С.Н., Карпачёва И.А., Меренкова В.С.* Методологическое единство и основы интеллектуального управления процессом обучения в триаде "педагог – компьютер – обучающийся" // Психология образования в поликультурном пространстве. 2021. № 4 (56).
2. *Дворяткина С.Н., Смирнов Е.И., Щербатых С.В.* Интеллектуальное сопровождение проектно-исследовательской деятельности школьников в гибридной среде обучения математике. Елец, 2021.
3. *Колыхматов В.И.* Цифровые навыки современного педагога в условиях цифровизации образования // Ученые записки университета имени П.Ф. Лесгафта. – 2018. № 9 (163). С. 152–158.
4. *Аймалетдинов Т.А., Баймуратова Л.Р., Зайцева О.А., Имаева Г.Р., Спиридонова Л.В.* Цифровая грамотность российских педагогов. Готовность к использованию цифровых технологий в учебном процессе. М.: Издательство НАФИ, 2019.
5. A Global Framework of Reference on Digital Literacy Skills for Indicator. United Nations, Unesco Institute for statistics. 2018.
6. *Polizzi G.* Digital literacy and the national curriculum for England: Learning from how the experts engage with and evaluate online content. Computers & Education. 2020. Vol. 152. P. 103859. [Электронный ресурс]. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0360131520300592> (дата обращения: 12.04.2023).
7. *Tammaro R., Iannotta I.S., Concetta F.* Improving Digital Literacy In Primary Education. 11th International Conference on Education and New Learning Technologies, 2019. P. 9922–9927. [Электронный ресурс]. URL: https://www.researchgate.net/publication/334676625_improving_digital_literacy_in_primary_education (дата обращения: 22.03.2023).

НЕКОТОРЫЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ SMART-ТЕХНОЛОГИЙ В ОБРАЗОВАТЕЛЬНОМ ПРОЦЕССЕ

Сафронова Т.М.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: stm657@mail.ru

Аннотация. В статье рассматривается проблема применения SMART-технологий в образовательном процессе. Дается характеристика понятия «SMART-технологии», а также неразрывно связанных с ним в образовательном процессе понятий «SMART-образование», «SMART-среда», «SMART-обучение». Описываются различные перспективы применения умных технологий в образовательном процессе. Выделяются положительные и отрицательные стороны использования обозначенных технологий в обучении, а также существенные факторы, тормозящие решение рассматриваемой проблемы.

Ключевые слова: SMART-технологии, SMART-обучение, SMART-образование, SMART-среда, образовательный процесс.

SOME ASPECTS OF APPLICATION OF SMART TECHNOLOGIES IN THE EDUCATIONAL PROCESS

Safronova T.M.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: stm657@mail.ru

Abstract. The article deals with the problem of using SMART technologies in the educational process. The concept of "SMART-technologies" is characterized, as well as the concepts "SMART-education", "SMART-environment", "SMART-learning", which are inextricably linked with it in the educational process. Various prospects for the use of smart technologies in the educational process are described. The positive and negative sides of the use of the designated technologies in education, as well as significant factors hindering the solution of the problem under consideration, are highlighted.

Keywords: SMART technologies, SMART learning, SMART education, SMART environment, educational process.

Современный этап развития системы российского образования характеризуется активным внедрением различных инноваций, в том числе нововведений, связанных с использованием информационных и цифровых технологий. «В ... сфере образования инновации внедряются весьма интенсивно в рейтинге Measuring Innovation in Education, составленном Организацией экономического сотрудничества и развития: среди 29 стран-участниц Россия вошла в первую пятерку по общему уровню инновационности национальной системы образования. Изменения в системе отечественного образования обусловлены в первую очередь мерами государственной политики, образовательными реформами и вводимыми стандартами» [1, стр.183]. «Список ... основных инноваций отечественного школьного образования, в частности, включает активизацию использования компьютера как источника информации в процессе обучения и обеспечение доступа к Интернету в классе» [2, стр. 205].

На сегодняшний день достаточное количество отечественных и зарубежных исследователей дают положительную оценку применению в образовательном процессе SMART-технологий, называя их действенным инструментом для обучения и развития мотивации. Отметим, что в современной системе образования понятие «SMART-технологии» неразрывно связано с такими понятиями, как: «SMART-образование», «SMART-обучение», «SMART-среда». Коротко охарактеризуем эти понятия.

SMART-образование, или умное образование, – новая концепция, направленная на совершенствование процессов развития, обучения и воспитания за счет создания SMART-среды и активного использования мобильного доступа для получения новых знаний и компетенций. Такой подход к модернизации образовательного процесса обеспечивает: мобильное образование; обучение в комфортной обстановке (в любое время и в любом месте) в интерактивной образовательной среде; обучение с помощью актуального контента, находящегося в свободном доступе; дистанционное обучение; возможность организации самостоятельной (познавательной, исследовательской) деятельности обучающихся.

SMART-обучение – это новая модель образовательного процесса, при которой:

- изменяются роли педагога и обучающегося: педагог – наставник по обучению, обучающийся – «добыватель», «открыватель» знаний;
- развивается мотивационная сфера личности обучающегося;
- обеспечивается индивидуализация обучения;
- предоставляется свободный доступ к качественным электронным учебным ресурсам (отечественным и зарубежным);
- создается творческая образовательная среда (SMART-среда) – совокупность условий, обеспечивающих адаптацию обучающихся в окружающем мире и, как следствие, рост качества образования;
- применяются активные методы обучения;
- используются SMART-технологии, выступающие в роли инструмента формирования умной виртуальной среды обучения, позволяющие адаптировать различные SMART-устройства (например, интерактивные доски, телефоны, планшеты, телевизоры и др.) к потребностям пользователя, способствующие персонализации обучения с учетом возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся.

В настоящее время «одним из критериев качества системы образования является скорость обновления знаний и технологий. Очевидно, что SMART-технологии в этом вопросе занимают одну из ведущих позиций» [3, с. 20]. В этой связи можно утверждать, что появляется актуальная задача – формирование современной эффективной образовательной системы на базе умных технологий.

Относительно перспектив применения в образовательном процессе SMART-технологий учеными даются различные и неоднозначные прогнозы.

Большинство исследователей утверждают, что эти технологии имеют большой потенциал и их внедрение в образование позволит повысить его качество за счет:

- обеспечения доступности образования (в любое время, в любом месте);
- ускорения процесса обновления знаний (мгновенное реагирование обозначенных технологий на любые изменения внешней среды);
- организации персонализированного обучения, учитывающего особенности, интересы и потребности обучающегося;
- ускорения процесса усвоения знаний;
- развития у обучающихся самостоятельности и мотивированности, исследовательских компетенций;
- мониторинга прогресса качества знаний каждого обучающегося относительно самого себя.

Однако исследователи приводят и ряд аргументов, говорящих не в пользу положительного решения идеи о внедрении умных технологий в учебный процесс. Среди них выделим следующие:

- недостаточное оснащение школ современным SMART-оборудованием;
- не представляется возможным гарантировать комфортный (в любое время и в любом месте) равный доступ к электронным учебным ресурсам всем обучающимся в силу различия их финансовых возможностей, не

всегда позволяющих решить проблему приобретения персональных SMART-устройств;

- неграмотное, непродуманное использование SMART-технологий приводит к тому, что SMART-устройства чаще отвлекают, а не привлекают к учебе;
- неграмотное дозирование SMART-технологий в учебном процессе приводит не к развитию, а к угасанию коммуникативных навыков обучающихся, к дезадаптации в реальной жизни;
- необходимы качественные электронные учебные ресурсы, находящиеся в свободном доступе в сети Интернет.

На сегодняшний день в нашей стране внедрение SMART-технологий в образовательный процесс учебных заведений происходит медленно и бессистемно. Это обусловлено многими объективными и субъективными факторами, главными среди которых, с нашей точки зрения, являются:

- отсутствие теоретической модели (концепции) образовательного процесса, ориентированного на активное применение SMART-технологий;
- отсутствие методических подходов к организации образовательной деятельности педагога и обучающегося в умной виртуальной среде.

Несмотря на перечисленные выше трудности и факторы, тормозящие решение рассматриваемой проблемы, актуальность применения SMART-технологий в образовательном процессе обосновывается их огромным потенциалом и целым рядом положительных перспектив, в том числе ростом качества образования.

Список литературы

1. Королева Д.О., Хавенсон Т.Е. Портрет инноватора образования XXI века // Вопросы образования. 2015. № 1. С. 183–200.
2. Королева Д.О. Всегда онлайн: использование мобильных технологий и социальных сетей современными подростками дома и в школе // Вопросы образования. 2016. № 1. С. 205–224.
3. Аханова М.А. SMART-технологии как средство повышения качества образования // Электронное образование: перспективы использования SMART-технологий: Материалы III Международной научно-практической видеоконференции / Под ред. С. М. Моор. Тюмень: ТюмГНГУ. 2016. С. 20–22.

ВОЗМОЖНОСТИ ИНФОРМАЦИОННО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ РЕСУРСОВ ПРИ ОРГАНИЗАЦИИ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ШКОЛЬНИКОВ

Симоновская Г.А.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: Simonovskaj_g@mail.ru

Аннотация. Дополнительное математическое образование всегда было востребованным. Организация школьных математических кружков, сообществ, факультативов является актуальным направлением и сегодня. Но цифровизация

образования вносит свои коррективы и в организацию дополнительного математического образования школьников. Новые направления, содержание и организация данного вида работы требует осмысление имеющего опыта, внедрения новых технологий. В статье представлены общие направления организации дополнительного математического образования в условиях информационной трансформации образования.

Ключевые слова: дополнительное математическое образование, информационно-образовательные ресурсы.

POSSIBILITIES OF INFORMATION AND EDUCATIONAL RESOURCES IN THE ORGANIZATION OF ADDITIONAL EDUCATION FOR SCHOOLCHILDREN

Simonovskaya G.A.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: Simonovskaj_g@mail.ru

Abstract. Additional mathematical education has always been in demand. The organization of school math clubs, communities, electives is an actual direction today. But the digitalization of education makes its own adjustments to the organization of additional mathematical education of schoolchildren. New directions, content and organization of this type of work require an understanding of the existing experience, the introduction of new technologies. The article presents the general directions of the organization of additional mathematical education in the conditions of information transformation of education.

Keywords: additional mathematical education, information and educational resources.

Математика является важным предметом, который составляет основу многих научных и технических областей. Поэтому весьма важно, чтобы учащиеся получили прочное математическое образование в школе. Однако среди педагогов и родителей растет беспокойство по поводу того, что нынешняя учебная программа по математике в школах недостаточна для подготовки учащихся к успешной сдаче итоговой аттестации и продолжению дальнейшего обучения.

Это привело к более широкому внедрению в школах дополнительных программ математического образования, направленных на более глубокое понимание учащимися математических понятий и того, как они применяются в различных областях.

Дополнительное образование является составной частью общего образования школьников [2].

Значимость дополнительного математического образования трудно переоценить. Дополнительные программы математического образования необходимы по нескольким причинам. Во-первых, они позволяют учащимся глубже понять математические концепции. На традиционных уроках математики основное внимание часто уделяется запоминанию формул и решению задач без понимания лежащих в их основе принципов. Дополнительные программы математического образования, с другой стороны, направлены на то, чтобы помочь учащимся понять, почему и как заниматься математикой, что может привести к улучшению навыков решения задач и более

глубокому пониманию предмета. Во-вторых, эти программы могут помочь учащимся связать математику с реальными приложениями. На традиционных уроках математики учащимся часто преподают абстрактные понятия, которые трудно применить в реальных жизненных ситуациях. Дополнительные программы математического образования направлены на восполнение этого пробела, показывая учащимся, как математические понятия используются в различных областях, таких как инженерия, финансы и информатика.

В условиях цифровизации можно выделить несколько направлений математического образования в школах.

1. Анализ данных. С ростом доступности данных учащиеся должны научиться анализировать и интерпретировать данные с использованием таких математических инструментов, как статистика, вероятность и визуализация.

2. Алгоритмы и программирование. Учащиеся должны освоить базовые навыки программирования и понять, как работают алгоритмы. Это поможет им развивать вычислительное мышление и решать задачи в различных областях.

3. Кибербезопасность. Поскольку цифровизация несет с собой новые риски и проблемы, учащиеся должны узнать о шифровании, аутентификации и других методах защиты данных и систем.

4. Искусственный интеллект: учащиеся должны узнать о принципах машинного обучения и глубокого обучения, а также о том, как они используются в различных областях, таких как здравоохранение, финансы и транспорт.

5. Цифровое моделирование и симуляции: учащиеся должны уметь создавать модели и симуляции сложных систем, используя математические инструменты, такие как дифференциальные уравнения, теория графов и теория сетей.

Возможностей для дополнительного математического образования вне школы так же предостаточно, в зависимости от интересов и целей. Например:

– онлайн-курсы на бесплатных платформах, которые охватывают широкий спектр математических тем, от базовой арифметики до продвинутого исчисления и линейной алгебры;

– общедоступные курсы по математике, организуемые при высших учебных заведениях, где появляется возможность пообщаться с другими любителями математики;

– математические клубы и организации (математические клубы и общества: Московское математическое общество, Санкт-Петербургское математическое общество и др.);

– чтение и самостоятельная работа (существование множество книг, журналов и онлайн-ресурсов для самостоятельного изучения математики, от классических текстов, таких как «Элементы» Евклида, до современных исследовательских работ в таких передовых областях, как криптография и теория игр) [1].

Преимущества дополнительного математического образования многочисленны. Во-первых, это может привести к повышению успеваемости. Учащиеся, получающие дополнительное математическое образование, как

правило, имеют лучшие навыки решения задач и более глубокое понимание математических концепций, что может привести к более высоким оценкам по математике и другим предметам. Во-вторых, дополнительное математическое образование может подготовить студентов к будущей карьере в областях STEM. Эти программы могут дать учащимся навыки и знания, необходимые для достижения успеха в таких областях, как инженерное дело, математика, информатика и финансы, которые часто требуют прочной основы математики.

Следует отметить, что дополнительные программы математического образования необходимы для более глубокого понимания учащимися математических концепций и их применения в различных областях. Хотя при реализации этих программ могут возникнуть проблемы, преимущества, которые они предлагают, делают их ценным дополнением к любой школьной программе. Предоставляя учащимся прочную основу по математике, мы можем подготовить их к будущим успехам в учебе и карьере в областях, требующих сильных математических навыков.

В целом дополнительное математическое образование в условиях цифровизации должно быть направлено на развитие у учащихся аналитических навыков и навыков решения проблем, вычислительного мышления и способности использовать математические инструменты для решения реальных задач.

Список литературы

1. *Афонина Н.* Дополнительное образование детей в современной системе образования // Образовательный портал «Справочник». [Электронный ресурс]. – Режим доступа: – URL: https://spravochnik.ru/pedagogika/dopolnitelnoe_obrazovanie_detey_v_sovremennoy_sisteme_obrazovaniya/ (дата обращения: 03.04.2023).

2. Федеральный закон «Об образовании в Российской Федерации» № 273-ФЗ от 29 декабря 2012 года (с изменениями 2020 года). М.: Юридическое издательство. 2020. Ст. 110.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОГО АППАРАТА ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОГО ЗДОРОВЬЯ ШКОЛЬНИКОВ

Рыманова Т.Е.¹, Черноусова Н.В.²

*^{1,2}Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: ¹barkarelez@mail.ru, ²chernousovi@mail.ru*

Аннотация. Настоящая публикация посвящена вопросам здоровья и сбережения. Особое внимание уделяется проблеме интеллектуального здоровья подрастающего поколения. Представленная математическая интерпретация, позволяющая получить соответствующие значения, помогает выстроить индивидуальную образовательную траекторию для каждого школьника.

Ключевые слова: здоровье, интеллектуальное здоровье, математическая интерпретация.

THE USE OF MATHEMATICAL APPARATUS FOR THE STUDY OF INTELLECTUAL HEALTH OF SCHOOLCHILDREN

Rymanova T.E.¹, Chernousova N.V.²

^{1,2}Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: ¹barkarelez@mail.ru, ²chernousovi@mail.ru

Abstract. This publication is devoted to the issues of health savings. Special attention is paid to the problem of intellectual health of the younger generation. The presented mathematical interpretation, which allows to obtain the appropriate values, helps to build an individual educational trajectory for each student.

Keywords: health, intellectual health, mathematical interpretation.

Российское государство в настоящий момент столкнулось с геополитическими вызовами различного характера. В сложившихся условиях с одной стороны необходим рывок в научно-технической и экономической сферах, с другой – сохранение менталитета и интеллектуального потенциала народа. Последнее на сегодняшний день еще недооценено. Тем не менее вопросы, связанные с интеллектуальной деятельностью, требуют более пристального изучения, так как результаты такого труда определяют стратегическое развитие любого государства в долгосрочной перспективе. В контексте выше сказанного дилемма сохранения здоровья нации приобретает особую актуальность. Для решения обозначенных проблем реализуется ряд федеральных проектов, в том числе программа сохранения и укрепления здоровья населения. Как показывают результаты исследований и социально-значимый опыт такую работу необходимо осуществлять со школьной скамьи.

Анализ различного рода источников по данной проблематике позволяет рассматривать здоровье человека, в том числе и ребенка, как интеграционную систему, характеризующую его жизнеспособность, включающую целый ряд компонентов, находящихся в отношении корреляции. Такой подход предоставляет возможность констатировать, что здоровье как состояние индивидуума должно включать такие составляющие, как стоматическое, физическое, психическое, нравственное и, непременно, интеллектуальное. Первое определяет текущее состояние организма, в основе которого лежит генотип индивидуума, и напрямую связанное с уровнем развития системы здравоохранения. Физическое здоровье отвечает за потенциал человека в области адаптационных реакций. Психический компонент характеризует наличие (или отсутствие) у индивидуума психически неадекватных проявлений. Психологическое здоровье личности демонстрирует возможность раскрытия собственного потенциала человека в когнитивной сфере. Нравственное здоровье представляет систему ценностей и ориентиров, определяющих душевное состояние личности и ее социокультурное состояние.

Если взять во внимание предложенный подход рассмотрения здоровья как интегрированного комплекса, позволяющего оценить состояние личности, то объект исследования, по нашему мнению, целесообразно представить в виде

правильного гексаэдра (рис. 1). Где отдельные составляющие (ячейки) характеризуют определенные компоненты общего понятия «здоровье».

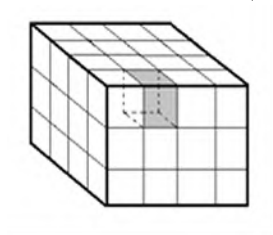


Рис.1. Структурные компоненты «здоровья»

Такая модель позволяет наглядно оценить здоровье личности как систему. Нарушение любого ее компонента ведет к разрушению всей конструкции.

Необходимо заметить, что в настоящее время государством много делается по улучшения стоматического здоровья населения, в том числе и детей. Вопросы исследования физического состояния подрастающего поколения довольно хорошо изучены. Их диагностика и методика адаптированы [1], что позволяет выяснить индекс здоровья для каждого обучающегося.

В данной проблематике особое место занимает интеллектуальное здоровье, под которым будем понимать состояние субъекта, обеспечивающее протекание мыслительных процессов, в том числе познавательных, с помощью которых происходит реализация конкретной стратегии и тактических операций решения актуальных задач различного характера.

Для его определения, по нашему мнению, можно предложить следующую формулу:

$$P_{\text{инт}} = \sum \text{ИП} + U_{\text{пи}} + B_{\text{об}} + U_{\text{обр}},$$

где $P_{\text{инт}}$ – показатель интеллектуального здоровья, $U_{\text{пи}}$ – уровень познавательного интереса, $B_{\text{об}}$ – средний балл обучаемости, $U_{\text{обр}}$ – уровень образованности, $\sum \text{ИП}$ – сумма показателей развития интеллектуальных процессов. В отечественной дидактике проблема обучаемости достаточно хорошо исследована. Образованность, как характеристика личности, представляет интегративность культуры, познавательных процессов и синтеза современных знаний из разных научных областей [2]. Интерес к познанию является связующим звеном между уровнем обучаемости, образованностью и процессами интеллектуальной сферы [5]. Таким образом, предлагаемое соотношение демонстрирует конкатенацию указанных выше структурных компонентов.

Одним из важных компонентов предложенной зависимости является гносеологический интерес. В ранее опубликованных работах [3], [4] была представлена математическая интерпретация данного качества личности [4, с. 167]:

$$I = \int_0^{\infty} u_n(t) dt = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_0^b u_n(t) dt.$$

Заметим, что сам интеграл отражает интегративность понятия «познавательный интерес». Нижний предел указывает, что это образование не является врожденным, а развивается в течение жизни человека, последнее

подтверждает верхний предел. Отметим, что $u_n(t)$ представляет зависимость диалектики гносеологического интереса от времени, которая является функцией. Раскрытие несобственного интеграла согласно определению, демонстрирует индивидуальность данного процесса. Таким образом, математический аппарат позволяет увидеть диалектику исследуемого личностного образования.

Основы интеллектуального здоровья закладываются у человека в детские годы, в школе создается его фундамент, так как основная задача институтов образования в этот период формирование у обучающихся системы научных знаний и способов их получения, что в последствие будет определять акмеологическое развитие личности. Рассмотренный подход на основе математического аппарата позволяет определить основные тенденции работы в этом направлении.

Список литературы

1. *Базарный В.Ф.* Здоровье и развитие ребенка: экспресс-контроль в школе и дома. М.: Изд-во Аркти, 2005.
2. *Рыманова Т.Е.* Образованность подрастающего поколения как залог национальной безопасности страны // Н.И. Лобачевский и математическое образование в России: материалы Международного форума по математическому образованию, 18-22 октября 2017 г. (XXXVI Международный научный семинар преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов). Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2017. Т.1. С.74-79.
3. *Рыманова Т.Е., Черноусова Н.В.* Использование математического аппарата при моделировании диалектики познавательного процесса // Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии: материалы VII Международной научно-практической конференции – Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2021. С.163-169.
4. *Рыманова Т.Е., Черноусова Н.В.* Моделирование гносеологических процессов средствами математики // Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии: материалы VIII Международной научно-практической конференции. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2022. С. 171.
5. *Rymanova T. E., Savvina O. A. Safronova T. M., Chernousova N.V.* Cognitive interest as a key indicator of adolescent personality development // Laplage em Revista. 2021. Т.7. № 3. 645-656.

ОРГАНИЗАЦИЯ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ СРЕДНЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ИНФОРМАТИКИ

Черноусова О.Ю.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: chernousova.oy@mail.ru

Аннотация. В статье рассмотрены основные формы учебно-исследовательской деятельности студентов среднего профессионального образования, используемые при

изучении информатики. Результаты проведенного анализа могут найти применение в учебном процессе.

Ключевые слова: исследовательская деятельность, учебно-исследовательская деятельность, проект, руководитель проекта, конференция, практическая деятельность, информатика.

ORGANIZATION OF TRAINING AND RESEARCH ACTIVITIES OF STUDENTS OF SECONDARY VOCATIONAL EDUCATION IN THE STUDY OF INFORMATICS

Chernousova O.Yu.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: mail@mail.ru

Abstract. The article considers the main forms of educational and research activities of students of secondary vocational education used in the study of computer science. The results of the analysis can be used in the educational process.

Keywords: research activity, educational and research activity, project, project manager, project executor, conference, practical activity, informatics.

В XXI веке одной из главных задач образовательных учреждений среднего профессионального образования (СПО) является подготовка востребованных кадров, которые способны творчески мыслить, успешно трудиться и развиваться в активно-развивающемся мире. Для того, чтобы профессиональная деятельность специалиста была успешной, его подготовка должна опираться на логическое мышление, непрерывное самообразование и знакомство с методами и формами учебно-исследовательской деятельности. Поэтому ее развитие является одним из важнейших требований современного этапа развития студентов среднего профессионального образования [1]. «Учебно-исследовательская деятельность должна стать основой современной подготовки студентов ВУЗов, т.к. современное общество нуждается в специалистах способных к восприятию новых идей, принятию нестандартных решений, к активному участию в инновационных процессах, и готовых компетентно решать исследовательские задачи» [1].

Информационное образование занимает одно из центральных мест на всех ступенях обучения, в том числе и при подготовке учащихся в учреждениях СПО. Обучение информатике позволяет любому специалисту повысить свои профессиональные навыки, что в свою очередь делает его востребованным на трудовом рынке, а исследовательская деятельность при этом помогает развивать у студентов самостоятельность, активность, целеустремленность и познавательный интерес к предмету; систематизировать, обобщать и углублять знания в информатике; применять их на практике. Рассматривая направления подготовки 09.02.07 Информационные системы и программирование и 09.02.06 Сетевое и системное администрирование, на изучение общеобразовательной дисциплины «Информатика» приходится 156 часов аудиторных занятий, 78 часов отводится на лекции и 78 – на практические работы, что крайне мало для успешного развития исследовательской деятельности.

Работа по исследовательской деятельности может проводиться индивидуально (с успешными, одаренными детьми), но может иметь локальный и фронтальный характер.

Выделяют следующие формы учебно-исследовательской работы (рис.1):

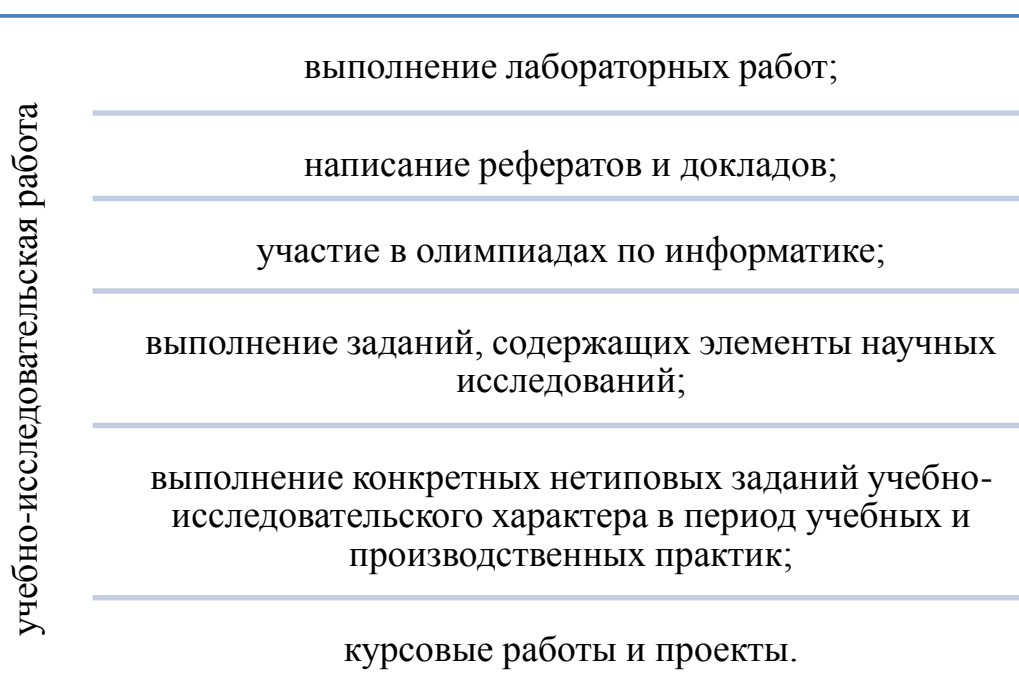


Рис. 1. Формы учебно-исследовательской работы

А учитывая вышесказанное, мы делаем вывод, что высшей и завершающей период обучения формой учебно-исследовательской работы студентов является выпускная квалификационная работа [2].

Подготовительным этапом учебно-исследовательской деятельности является привлечение и выявление учащихся желающих заниматься проектной деятельностью. Данный этап целесообразно начинать с первокурсниками, т.к. есть возможность продолжить работу на 2-4 курсах, а это в свою очередь позволяет скорректировать или расширить тему исследования.

Темы исследования могут быть самыми различными:

- разработка системы инвентаризации технического оборудования учебных заведений;
- разработка автоматизированной системы для формирования расписания экзаменов;
- проектирование и разработка автоматизированной системы учета аппаратных и программных средств организации;
- создание автоматизированной системы тестирования знаний студентов;
- создание мобильного приложения «Автомобильные коды городов» и т.д.

Следующий этап исследования – это работа над проектом и его практическая реализация [3].

Рассмотрим пример исследовательской деятельности студента СПО, в которой требовалось разработать систему инвентаризации технического оборудования учебного заведения.

Целью работы является разработка системы инвентаризации технического оборудования на объектно-ориентированном языке программирования C# и использования базы данных Access. В ходе выполнения исследования было создано приложение, меню которого представлено на рисунке 2.

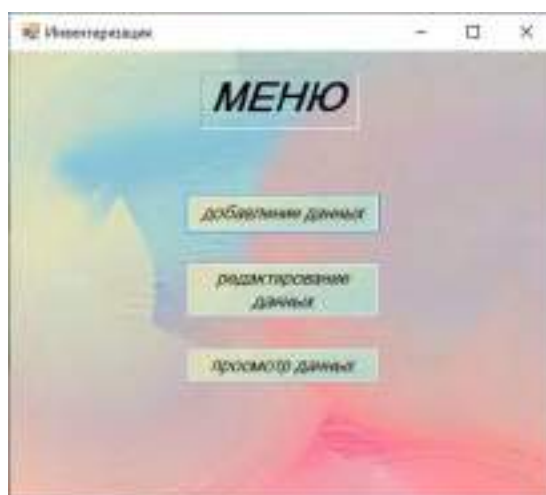


Рис. 2. Пример учебно-исследовательской деятельности

Данная программа обладает только самыми основными функциями для инвентаризации оборудования, но в дальнейшем ее функциональные возможности можно будет расширить.

Рассмотрим еще один пример исследовательской деятельности студента, в ходе которого необходимо было разработать автоматизированную систему тестирования, взятую из предметов школьной программы, изучаемых учащимися школ и студентами (рис. 3).

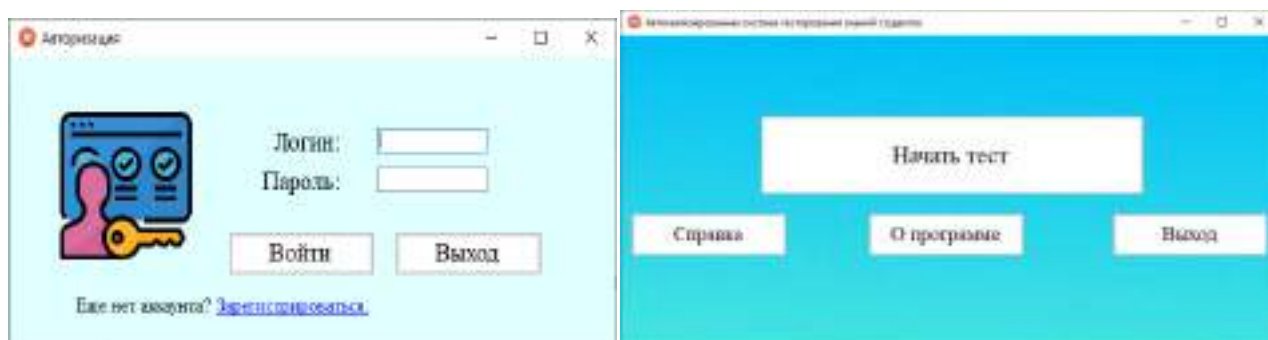


Рис. 3. Пример учебно-исследовательской деятельности

Созданный программный продукт оптимизирует процесс проверки знаний, повышает эффективность этого процесса и сокращает время, затрачиваемое на проверку знаний обучающихся.

По завершению учебно-исследовательской деятельности, которая была организована в разных формах, должен получиться готовый продукт (веб сайт,

мультимедийная презентация, компьютерная игра, мультипликационный фильм, научная статья).

Представление учебно-исследовательской работы и ее защита – это финальный этап работы. Традиционный опыт наших студентов по публичной защите исследовательских работ проходит на различных конференциях, конкурсах, олимпиадах регионального и международного уровня. Здесь студенты получают возможность преодолеть страх перед публикой и впервые встретиться с большой аудиторией.

Итогом нашей совместной со студентами работы выступает готовая научно-исследовательская статья, которая проходит все этапы ученических исследовательских конференций, высшим уровнем которых, несомненно, выступает публикация в сборнике научных трудов, который включен в Российский индекс научного тестирования и размещен в Научно-электронной библиотеке eLibrary.ru.

Список литературы

1. Деятельностное понимание культуры как вида человеческого бытия: Материалы VIII Международной научной конференции (г. Нижневартовск, 4 марта 2011 года) / Отв. ред. Е.В.Гутов. Нижневартовск: Изд-во Нижневарт. гуманит. ун-та. 2011.

2. Педагогические исследования и современная культура: Сборник научных статей Всероссийской интернет-конференции с международным участием / Ред. совет: Т.Б. Алексеева, И.В. Гладкая, Е.Н. Глубокова, И.Э. Кондакова, Н.М. Федорова. СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена. 2014.

3. *Белкин А.С.* Ситуация успеха. Как ее создать: кн. для учителя. Екатеринбург. 1997.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ИСКУССТВЕННЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В МНОГОУРОВНЕВЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМАХ

Зайцев Д.С.

*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: dimanz1997@bk.ru*

Аннотация. В статье анализируется использование искусственных нейронных сетей (ИНС) в многоуровневых образовательных системах. Отмечается, что в условиях стремительного технологического развития актуальной задачей системы образования является подготовка высококвалифицированных специалистов, способных быстро адаптироваться к меняющимся условиям. Для решения данной задачи оптимальным является внедрение в образовательный процесс систем искусственных нейронных сетей, которые способны обеспечить индивидуализацию образования и расширить возможности реализации интеллектуального и творческого потенциала обучающихся. Рассматриваются разновидности ИНС по типу обучения и обучающему правилу, а также алгоритм создания ИНС. Выявляются направления использования искусственных нейронных сетей в образовательных системах: однозначная идентификация личности обучаемого при проведении текущей, промежуточной и итоговой аттестации для достоверной оценки результатов обучения; отслеживание поведения обучающихся во время занятий; персонифицированный подбор

образовательных программ для каждого обучающегося с учетом сведений о пройденных тестах, интересах и социальном положении, результатов предыдущих занятий, психологического портрета и других параметров; оценка знаний обучающихся на основе базы экспертных оценок; прогнозирование экзаменационной оценки, обеспечивающее индивидуализацию подготовки обучающихся. Приводятся особенности нейросетевой реализации каждого подхода. Изучается проблема разработки интеллектуальных обучающих сред, обладающих способностью настраиваться на различные предметные области и создавать индивидуальные траектории обучения, соответствующие интеллектуальным способностям, уровню подготовки и психологическим особенностям учащихся, приводится вариант ее решения посредством создания гибридной многоуровневой образовательной системы. Отмечаются эффекты внедрения искусственных нейронных сетей в образовательные системы.

Ключевые слова: образовательные системы, искусственные нейронные сети, нейросетевое моделирование, индивидуализация обучения.

THE USE OF ARTIFICIAL NEURAL NETWORKS IN MULTI-LEVEL EDUCATIONAL SYSTEMS

Zaitsev D.S.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: dimanz1997@bk.ru

Abstract. The article analyzes the use of artificial neural networks (ANN) in multi-level educational systems. It is noted that in the context of rapid technological development, the urgent task of the education system is to train highly qualified specialists who can quickly adapt to changing conditions. To solve this problem, it is optimal to introduce systems of artificial neural networks into the educational process, which are able to ensure the individualization of education and expand the possibilities of realizing the intellectual and creative potential of students. Types of ANN by type of training and training rule, as well as algorithm of ANN creation are considered. Directions of use of artificial neural networks in educational systems are revealed: unambiguous identification of the trainee's identity during current, intermediate and final certification for reliable assessment of training results; monitoring the behavior of students during classes; personalized selection of educational programs for each student, taking into account information about the passed tests, interests and social situation, the results of previous classes, psychological portrait and other parameters; assessment of students' knowledge on the basis of expert assessments; prediction of the examination grade, which ensures individualization of training of students. The features of the neural network implementation of each approach are presented. The problem of developing intelligent learning environments with the ability to tune into various subject areas and create individual learning trajectories corresponding to the intellectual abilities, training level and psychological characteristics of students is studied, an option is given to solve it by creating a hybrid multi-level educational system. The effects of introducing artificial neural networks into educational systems are noted.

Keywords: educational systems, artificial neural networks, neural network modeling, individualization of training.

Всеобщая цифровизация и стремительное технологическое развитие актуализируют потребность в подготовке специалистов высокой квалификации, способных быстро адаптироваться к меняющимся условиям [1]. Однако традиционная система образования требует пересмотра акцентов при формулировании целей и содержания современного образования. В частности, необходимо перенести акцент с механического освоения алгоритмов на развитие навыков самообучения, критического мышления, умения эффективно использовать цифровые инструменты и сервисы в повседневной работе, а также творчески применять знания в стремительно меняющейся цифровой среде.

Для решения данной задачи оптимальным представляется внедрение в образовательный процесс систем искусственного интеллекта, способных автоматизировать ряд процессов и обрабатывать огромные массивы данных, в том числе неструктурированных [2]. В частности, искусственные нейронные сети (далее – ИНС) способны обеспечить индивидуализацию образования и расширить возможности реализации интеллектуального и творческого потенциала обучающихся, что делает актуальным исследование перспектив их применения в образовательных системах [3].

Целью работы является изучение особенностей использования ИНС в многоуровневых образовательных системах. Для ее достижения были использованы аналитический, синтетический, индуктивный и дедуктивный методы обработки тематических исследований, научных публикаций и релевантных литературных источников.

ИНС представляют собой сложные математические модели, которые имеют как программное, так и аппаратное воплощение [4]. Они основаны на принципах функционирования биологических нейронных сетей. Преимуществом ИНС является их способность к обучению. Основными направлениями применения ИНС являются распознавание образов и аудиозаписей, прогнозирование и машинный перевод. Алгоритм создания нейросети имеет следующий вид: сбор и подготовка набора данных, используемых для обучения нейросети; выбор оптимальной топологии; подбор характеристик и параметров обучения, определение настроек; непосредственно обучение на предоставленных данных; проверка качества обучения; корректировка сети; вербализация результатов работы ИНС.

Одним из направлений использования ИНС в образовательной системе является идентификация пользователей в условиях дистанционного обучения [5]. Однозначная идентификация личности обучаемого требуется при проведении текущей, промежуточной и итоговой аттестации для достоверной оценки результатов обучения. Работа нейросети, созданной для идентификации санкционированных пользователей, включает следующие этапы:

1. Создание базы эталонов биометрических характеристик. Для этого необходимо провести сканирование лица человека при помощи 2D/3D датчика, зафиксировать персональные биометрические данные и преобразовать результаты сканирования в пакет цифровых данных, которые будут добавлены в базу.

2. Процедура аутентификации пользователя. Включает сканирование лица при помощи 2D/3D датчика, преобразование результатов сканирования в цифровой вид и сопоставление полученных данных с информацией, хранящейся в эталонной базе. Если два цифровых набора полностью совпадают, то ИНС делает вывод о санкционированности доступа. Для полноценной реализации задачи идентификации пользователя подтверждение личности должно повторяться несколько раз в течение сеанса.

Помимо идентификации личности пользователя, ИНС могут отслеживать поведение обучающихся во время сдачи экзаменов и выявлять подозрительные действия [6]. На занятиях нейросети могут контролировать состояние обучающихся, определяя уровень вовлеченности в образовательный процесс и снижая оценки за нецелевое поведение.

Значимую роль в развитии образования играют интеллектуальные (далее – ИОС) и адаптивные обучающие системы (далее – АОС) [7]. ИОС представляют собой обучающие системы со сложной структурой, которые посредством программного компонента определяют формы обучения, формат и возможности дальнейшей учебной деятельности обучающихся. Основными этапами работы ИОС являются формирование обучающего курса и поддержка в решении текущих задач.

АОС отличаются от ИОС наличием обратной связи и способностью приспосабливаться к модели конкретного обучаемого и содержанию обучения. Они анализируют знания учащегося на всех этапах освоения материала и формируют персональную траекторию обучения, учитывая психофизические особенности.

ИНС позволяет подбирать программу для каждого обучающегося с учетом сведений о пройденных тестах, интересах и социальном положении, результатов предыдущих занятий, психологического портрета и других параметров [8]. После сбора информации ИНС создает психологический портрет обучающегося и на его базе формирует рекомендательную систему по предложению программ. Непрерывное обучение ИНС позволяет повышать точность рекомендаций на основе выявления новых запросов пользователей. Помимо этого, нейросеть может отслеживать все изменения в предметной области и требования, предъявляемые работодателями, постоянно оптимизируя программы и подстраивая их под текущие условия рынка труда и общественные запросы.

Также нейросети могут применяться для оценки знаний обучающихся на основе базы экспертных оценок [9]. Несмотря на необходимость обработки большого объема поступающей от эксперта информации, применение ИНС обеспечивает возможность анализа данных, получаемых на основе модельных экспериментов, что ориентирует нейросеть на поиск компромиссных в части трудоемкости решений, базирующихся на экспертных сведениях и анализе данных. Помимо этого, на базе нейросети прямого распространения может быть построена нейросетевая модель прогнозирования экзаменационной оценки, обеспечивающая индивидуализацию подготовки обучающихся [10].

Одной из наиболее актуальных проблем разработки ИНС для образовательных систем является разработка интеллектуальных обучающих сред, обладающих способностью настраиваться на различные предметные области и создавать индивидуальные траектории обучения, приспособленные к интеллектуальным способностям, степени подготовленности и психологической специфике учащихся [11]. Вследствие базирования на нечеткой логике принятия решений при интеллектуальной поддержке образовательного процесса становится невозможным формирование графа решений, включающего коэффициенты уверенности для вершин выводов, для определения значений которых необходим не только преподавательский опыт, но и учет персональных особенностей учащихся. В результате граф решений трансформируется в ряд нечетких продукционных правил, в которых отсутствуют значения коэффициентов уверенности. Последние возможно сформировать только в ходе обучения, после того, как учащиеся изучат материал и пройдут проверку знаний. Следствием этой проблемы является невозможность проведения анализа альтернатив в развитии образовательных сценариев с применением стратегии широкого поиска. Решение данной проблемы требует создания многоуровневых образовательных систем на основе ИНС, включающих базу знаний, подсистему приобретения знаний, механизм нечеткого логического вывода, подсистему объяснения и интеллектуальный интерфейс. Такая гибридная система позволит полноценно реализовать индивидуализацию образовательного процесса.

Таким образом, внедрение ИНС в систему образования позволяет повысить продуктивность образовательного процесса и качество образовательных услуг. Перспективными применительно к образовательным системам являются задачи прогнозирования и распознавания, решаемые посредством ИНС. При использовании ИНС могут быть построены ИОС и АОС, в которых программы обучения будут формироваться персонально, с учетом знаний учащихся и уровня их восприятия обучающего материала. Это позволит формировать персональные образовательные траектории, в основе которых будет лежать психофизическая специфика обучаемых. Формализация интеллектуальных процессов, которые осуществляют преподаватели и учащиеся, даст возможность частично автоматизировать функции преподавателя и сократить затраты на ручной труд, что сделает проще контроль за образовательным процессом и повысит его эффективность.

Список литературы

1. *Казарина В.В.* Барьеры внедрения искусственного интеллекта в образование: мифы и реальность // Педагогический ИМИДЖ. 2021. Т. 15. № 4 (53). С. 382–397.
2. *Елтунова И.Б., Нестеров А.С.* Использование алгоритмов искусственного интеллекта в образовании // Современное педагогическое образование. 2021. № 11. С. 150–154.
3. *Дружинина О.В., Масина О.Н., Петров А.А.* Разработка инструментального обеспечения модулей гибридной интеллектуальной обучающей среды на основе построения нейросетевых и нечетких моделей // Continuum. Математика. Информатика. Образование. 2023. №1(29). С. 57–69.

4. Нейронные сети: распознавание образов и изображений с помощью ИИ [Электронный ресурс] URL: <https://center2m.ru/ai-recognition> (дата обращения: 04.04.2023).

5. Козлова О.А., Протасова А.А. Использование нейронных сетей в дистанционных образовательных технологиях для идентификации обучающихся // Открытое образование. 2021. Т. 25. № 3. С. 26–35.

6. Филатова О.Н., Булаева М.Н., Гуцин А.В. Применение нейросетей в профессиональном образовании // Проблемы современного педагогического образования. 2022. № 77-3. С. 243–245.

7. Попова Ю.Б. От LMS к адаптивным обучающим системам // Системный анализ и прикладная информатика. 2019. № 2. С. 58–64.

8. Жадаев Д.С., Кузьменко А.А., Спасенников В.В. Особенности нейросетевого анализа уровня подготовки студентов в процессе адаптивного тестирования их профессиональных компетенций // Вестник Брянского государственного технического университета. 2019. № 2 (75). С. 90–98.

9. Петров А.А., Дружинина О.В., Масина О.Н. Моделирование систем оценивания знаний в рамках гибридной интеллектуальной обучающей среды. // Современные информационные технологии и ИТ-образование. 2021. Т. 17. № 1. С. 179–189.

10. Гончаров К.Д., Федяев О.И. Нейросетевое прогнозирование успеваемости по ментальным характеристикам студентов // Современные информационные технологии в образовании и научных исследованиях (СИТОНИ-2019): материалы VI Международной научно-технической конференции / под общ. ред. В.Н. Павлыша. Донецк: ДНТУ. 2019. С. 289–298.

11. Басалин П.Д., Белокрылов П.Ю., Плехов А.С., Тимофеев А.Е., Яшунин Д.А. Интеллектуальные образовательные технологии в учебном процессе // Образовательные технологии и общество. 2019. Т. 22. № 4. С. 186–196.

ПОДХОД К НЕЙРОСЕТЕВОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ПРОЦЕССА ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ С УЧЕТОМ КЛАССИФИКАЦИИ НА ОСНОВЕ МУЛЬТИНОМИАЛЬНОЙ ЛОГИСТИЧЕСКОЙ РЕГРЕССИИ

Маторин Д.Д.¹, Черепков А.Ю.²

*^{1,2}Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: ¹dmitr.matorin@yandex.ru, ²cherepkov.andrey@mail.ru*

Аннотация. В статье предлагается подход к нейросетевому моделированию процесса оценивания знаний студентов с учетом классификации на основе мультиномиальной логистической регрессии (МЛР). В частности, показано, каким образом нейронная сеть может быть использована для прогнозирования уровня знаний студентов по четырехбалльной шкале. Приводится пример кода на языке Python для реализации такого оценивания и определяются лучшие практики выбора признаков и настройки гиперпараметров для оптимизации работы модели. Предложенный подход направлен на эффективное прогнозирование уровня знаний студентов. Рассматриваются перспективы исследований в этой области, включая использование МЛР и нейронных сетей для решения других задач классификации в образовании. В целом, данное исследование демонстрирует потенциал МЛР и нейронных сетей для улучшения оценки образования и успеваемости студентов.

Ключевые слова: мультиномиальная логистическая регрессия, нейросетевое моделирование, оценка знаний студентов, многоклассовая классификация, образование, прогностическое моделирование, успеваемость студентов, процесс оценивания.

AN APPROACH TO NEURAL NETWORK MODELING OF THE PROCESS OF ASSESSING STUDENTS' KNOWLEDGE TAKING INTO ACCOUNT CLASSIFICATION BASED ON MULTINOMIAL LOGISTIC REGRESSION

Matorin D.D.¹, Cherepkov A.Y.²

^{1,2}Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: ¹dmitr.matorin@yandex.ru, ²cherepkov.andrey@mail.ru

Abstract. The article proposes an approach to neural network modeling of the process of assessing students' knowledge taking into account classification based on multinomial logistic regression (MLR). In particular, it is shown how a neural network can be used to predict the level of knowledge of students on a four-point scale. An example of Python code for implementing such an evaluation is provided, and best practices for feature selection and hyperparameter tuning to optimize model performance are identified. The proposed approach is aimed at effectively predicting the level of students' knowledge. Potential future research directions in this area are also discussed, including the use of MLR and neural networks to solve other classification problems in education. Overall, this study demonstrates the potential of MLR and neural networks to improve education assessment and student performance.

Keywords: multinomial logistic regression, neural network modeling, student knowledge assessment, multiclass classification, education, predictive modeling, student performance, assessment process.

Моделирование систем оценивания знаний и их дальнейшее применение в гибридных интеллектуальных обучающих средах является актуальным направлением исследований [1, 2]. Для моделирования таких систем возможно использовать интеллектуальные инструменты, связанные со статистическими методами анализа данных [3].

Мультиномиальная логическая регрессия (МЛР) является методом, используемым для моделирования взаимосвязи между целевой переменной (выходом) и одним или несколькими входными признаками с помощью статистического анализа [3, 4]. Этот метод используется для прогнозирования и выявления значимости влияния входных характеристик на целевую переменную. Наиболее распространенным видом МЛР является линейная регрессия, которая предполагает линейную связь между входными признаками и целевой переменной.

В [5] рассматривается использование МЛР для оценивания знаний учащихся по математике. В ходе исследования были собраны данные об успеваемости студентов и таких факторах, как возраст, пол, социально-экономический статус и уровень образования.

Результаты исследования показали, что МЛР может обеспечить более полное понимание факторов, влияющих на успеваемость учащихся по математике. В [6] сравнивается использование логистической регрессии и нейронных сетей для прогнозирования успеваемости студентов по математике и выявляются факторы, которые существенно влияют на успеваемость студентов. В [7] представлено использование МЛР для прогнозирования успеваемости студентов. В ходе исследования установлено, что такие факторы, как социально-экономический статус и предыдущая академическая успеваемость, оказывают значительное влияние на успеваемость студентов. В [8] изучены подходы к разработке нейросетевых архитектур для моделирования образовательных процессов. В указанной работе рассмотрены модели для анализа педагогических данных с помощью нейронных сетей, многоуровневых структур и МЛР.

Чтобы использовать МЛР для решения задачи нейросетевой классификации по четырехбалльной шкале знаний студентов, необходимо определить входные признаки. Входные признаки могут включать такие переменные, как демографические данные студента, его успеваемость и другую информацию. Входные признаки предназначены для обучения нейронной сети с функцией активации в выходном слое.

Такая функция активации, как `softmax`, позволяет найти вероятность того, что студент относится к каждой из четырех категорий. Согласно сущности алгоритма МЛР, осуществляется «подгонка» модели к обучающим данным. После обучения модели можно использовать ее для прогнозирования вероятности попадания нового студента в каждую из четырех категорий на основе их входных характеристик. Полученные вероятности можно использовать для отнесения студента к соответствующей категории.

Как известно, метод МЛР используется для классификации более чем двух классов. В рассматриваемом примере метод МЛР можно использовать в сочетании с нейросетевой моделью для прогнозирования вероятности попадания студента в каждую из четырех категорий по четырехбалльной шкале знаний. Реализуемая классификация по четырехбалльной шкале соответствует четырем различным классам или уровням знаний.

Для модели нейронной сети входные данные представляют собой характеристики успеваемости студента в учебной деятельности, такие как результаты тестов, домашние задания, посещаемость и другие данные. Результатом работы модели является распределение вероятности по четырем классам, указывающее на вероятность принадлежности студента к каждому классу. Архитектура нейронной сети представлена на рис. 1.

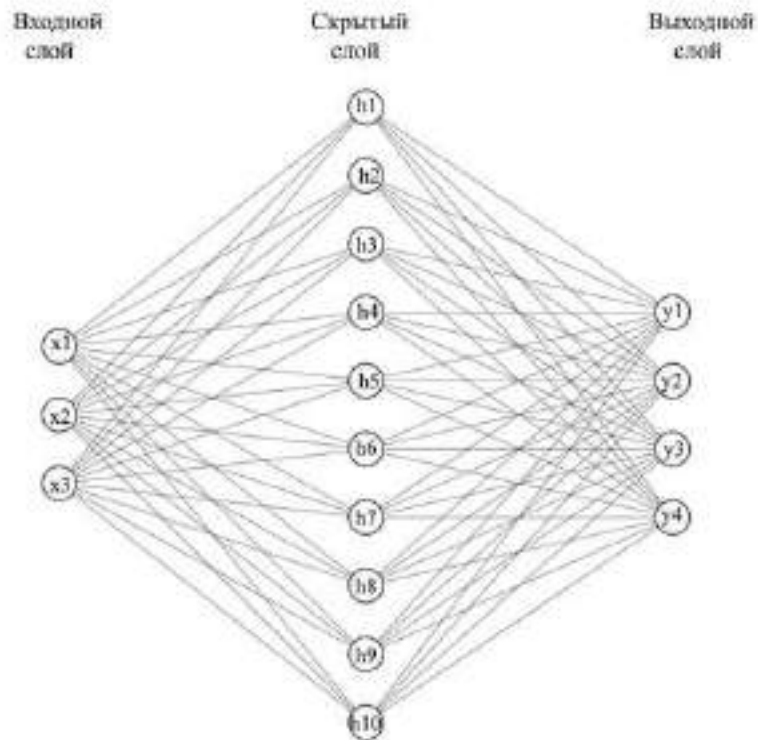


Рис. 1. Архитектура нейросети для оценивания знаний по четырехбалльной шкале

Фрагмент кода для реализации модели МЛР с использованием нейронной сети с входным слоем из 3 нейронов, выходным слоем из 4 нейронов и скрытым слоем из 10 нейронов приведен на листинге 1.

```
import numpy as np
from sklearn.model_selection import train_test_split
from sklearn.linear_model import LogisticRegression
from sklearn.metrics import classification_report
from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import Dense

# Define input features and output labels
X = np.array([[0.5, 0.3, 0.2], [0.8, 0.1, 0.1], [0.2, 0.4,
0.4], [0.4, 0.4, 0.2], [0.6, 0.2, 0.2]])
y = np.array([2, 5, 3, 2, 4])

# Split data into training and testing sets
X_train, X_test, y_train, y_test = train_test_split(X, y,
test_size=0.2)

# Define the neural network model
model = Sequential()
model.add(Dense(10, input_dim=3, activation='relu'))
model.add(Dense(4, activation='softmax'))

# Compile the model
```

```
model.compile(loss='categorical_crossentropy',
              optimizer='adam', metrics=['accuracy'])

# Train the model
model.fit(X_train, y_train, epochs=50, batch_size=5)

# Predict the test data
y_pred = model.predict(X_test)

# Convert predictions from probabilities to class labels
y_pred_classes = np.argmax(y_pred, axis=1)

# Print the classification report
print(classification_report(y_test, y_pred_classes))
```

Листинг 1. Пример кода для реализации модели мультиномиальной логистической регрессии

В компьютерной программе, предназначенной для прогнозирования уровня знаний студента по четырехбалльной шкале, сначала определяются входные признаки (X) и выходные метки (y). Затем данные разделяются на обучающий и тестовый наборы с помощью функции `train_test_split` из библиотеки `scikit-learn`. Далее определяется модель нейронной сети с помощью класса `Sequential` из `Keras API`, добавляется входной слой с 3 нейронами, скрытый слой с 10 нейронами и выходной слой с 4 нейронами, что соответствует 4-балльной шкале знаний. Используется функция активации `relu` для скрытого слоя и функция активации `softmax` для выходного слоя.

Разработка модели выполняется с помощью функции потерь `categorical_crossentropy` в качестве функции потерь и оптимизатора `Adam`. Затем модель подгоняется к обучающим данным, после этого выполняется прогнозирование вероятностей и преобразование предсказанных вероятностей в метки классов с помощью `argmax`. Наконец, создается отчет о классификации для удобства оценивания качества модели на тестовом наборе.

Использование метода МЛР в ходе нейросетевого моделирования направлено на повышение точности и эффективности образовательного процесса оценки с учетом получения важных данных о результатах обучения студентов. Метод МЛР и нейросетевое моделирование могут иметь широкий спектр применения в образовании – от прогнозирования успеваемости студентов до улучшения стратегий преподавания. Поскольку сфера образования продолжает интегрировать технологии и подходы, основанные на данных, эти методы будут играть все более важную роль в формировании будущего обучения и образования.

В качестве примеров возможного применения сочетания «МЛР–нейросетевое моделирование» следует отметить следующие направления: оценка экзаменов с учетом того, возможна классификация экзаменационных оценок студентов по отдельным категориям на основе особенностей их ответов и успеваемости; классификация обучающихся по различным стилям обучения;

разработка рекомендаций по выбору дисциплин на основе классификации обучающихся по различным категориям интересов; классификация учебных материалов; прогнозирование уровня вовлеченности студентов.

Список литературы

1. *Петров А.А., Дружинина О.В., Масина О.Н.* Моделирование систем оценивания знаний в рамках гибридной интеллектуальной обучающей среды // *Современные информационные технологии и ИТ-образование*. 2021. Т. 17. № 1. С. 1–14.
2. *Druzhinina O.V., Karpacheva I.A., Masina O.N., Petrov A.A.* Development of an integrated complex of knowledge base and tools of expert systems for assessing knowledge of students in mathematics within the framework of a hybrid intelligent learning environment // *International Journal of Education and Information Technologies*. 2021. V. 15. P. 122–129.
3. *Орлов А. И.* Искусственный интеллект: статистические методы анализа данных. М.: Ай Пи Ар Медиа, 2022.
4. *Bouchard K. L., Fernández C.* An efficient EM algorithm for multinomial logistic regression with missing covariates // *Computational Statistics & Data Analysis*. 2019. V. 135. P. 58-75.
5. *Rosales D. R., González J. C.* Assessing student knowledge in mathematics using multinomial logistic regression analysis // *Journal of Education and Practice*. 2016. V. 7(6). P. 225-236.
6. *Sari S., Yilmaz H.* A comparative analysis of logistic regression and artificial neural networks on student performance prediction // *Education and Information Technologies*. 2020. V. 25(2). P. 1335-1351.
7. *Ma Y., Chen P.* Multinomial logistic regression model for predicting student academic performance // *Education Sciences*. 2019. V. 9(1). P. 12.
8. *Маторин Д.Д., Черепков А.Ю., Зайцев Д.С.* Нейросетевые архитектуры для моделирования образовательных процессов // *Нейрокомпьютеры: разработка, применение*. 2023. Т. 25. № 1. С. 63–71.

АВТОМАТИЗАЦИЯ ТРУДА ПРЕПОДАВАТЕЛЯ С ПОМОЩЬЮ PYTHON

Сидоров А.В.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: dirnusir@mail.ru

Аннотация. В работе рассматривается вопрос улучшения эффективности и увеличения скорости работы преподавателя в современном вузе с помощью автоматизации различных рутинных операций. Показано, что для этих целей может быть использован язык программирования Python, имеющий богатый выбор различных библиотек, предназначенных для решения самых разных задач.

Ключевые слова: автоматизированные инструменты, Python, инновации в образовании.

AUTOMATING THE TEACHER'S WORK WITH PYTHON*Sidorov A.V.**Bunin Yelets State University, Yelets, Russia*

e-mail: dirnuser@mail.ru

Abstract. The paper deals with the issue of improving the efficiency and increasing the speed of the teacher's work in modern universities by automating various routine operations. It is shown that for these purposes the Python programming language can be used, which has a rich selection of different libraries designed to solve a variety of tasks.

Keywords: automated tools, Python, innovation in education.

В настоящее время с развитием информационных технологий и компьютеризации общества, в образовании возрастает необходимость в автоматизации учебного процесса. Преподаватели сталкиваются с проблемой нехватки времени на решение повседневных задач, связанных с управлением данными и обработкой информации, на подготовку материалов для занятий, созданием учебных планов, разработкой учебных программ, ОПОП и т.п. С другой стороны, образовательная деятельность увеличивает не только временные, физические, профессиональные, социальные нагрузки на преподавателя, но и нагрузки на его личность; труд преподавателя в этих условиях становится все более высокотехнологичным, требующим большой интеллектуальной и эмоциональной отдачи [1].

В этом контексте внедрение автоматизированных инструментов, основанных на различных программных продуктах, может существенно увеличить эффективность работы преподавателей и улучшить качество образования. Среди различных программных пакетов и языков программирования язык программирования Python является одним из наиболее популярных языков программирования в мире, благодаря своей простоте и гибкости [2]. В этой статье рассматриваются различные способы использования Python для автоматизации работы преподавателя, такие как создание инструментов для управления данными, генерации тестовых заданий и автоматизации проверки заданий студентов и приводится собственный пример использования возможностей Python для экономии времени преподавателя.

Использование современных компьютерных технологий для автоматизации труда преподавателя – это актуальная тема, которая привлекает внимание исследователей и практиков в образовательной сфере. При этом существует большое число работ, посвященных вопросам использования компьютерных технологий непосредственно в образовательном процессе, при взаимодействии со студентами такие как использование электронных учебников, интерактивных инструментов, программное обеспечение, например, для создания презентаций, использование онлайн-тестирования и автоматизированных систем оценки и т.п. [3]. Так, например, в работе [4] рассматривается использование цифровых технологий для автоматизации учебного процесса. Авторы описывают различные аспекты, которые можно

автоматизировать с помощью цифровых технологий, такие как создание электронных учебников, проведение онлайн-тестирования и использование автоматизированных систем оценки. Статья описывает различные программные и аппаратные инструменты, которые можно использовать для автоматизации учебного процесса, такие как Learning Management System (LMS), системы видеоконференций и автоматизированные системы оценки. Авторы также обсуждают вопросы безопасности и конфиденциальности при использовании цифровых технологий в учебном процессе.

С другой стороны, в литературе недостаточно освещены вопросы автоматизации различных рутинных операций труда преподавателя, которые отнимают достаточно много времени, например, при составлении рабочих программ учебных дисциплин и их аннотаций, разработке учебных планов, ОПОП и т.п.

В качестве примера рассмотрим задачу подготовки аннотаций рабочих программ учебных дисциплин при разработке основных образовательных программ высшего образования. Данная задача включает в себя подготовку текстового документа, в котором приводятся основные сведения по всем дисциплинам учебного плана, сформированные по определенному шаблону, включающему, например, шифр и название дисциплины, согласно учебному плану, трудоемкость, компетенции, формируемые дисциплиной, ее содержание и виды промежуточной аттестации. Данная информация при этом содержится в учебном плане, который, как правило находится в файле Excel, и в текстовых файлах формата Word с рабочими программами каждой дисциплины. Таким образом, подготовка документа с аннотациями рабочих программ учебных дисциплин требует выполнения большого количества повторяющихся операций, заключающихся в поиске, копировании и вставке требуемой информации в итоговый текстовый документ. Лучшим решением данной задачи будет программирование данной последовательности в виде цикла в каком-нибудь языке программирования.

В качестве языка программирования для решения данной задачи был выбран Python. Он содержит многочисленные библиотеки и модули для решения различных задач от работы с файлами в разнообразных форматах, до анализа данных и машинного обучения. В частности, для обработки данных, которые находятся в табличном формате, как например учебный план, подходит библиотека Pandas, которая позволяет загружать информацию из csv файлов, как например Excel файлы, и производить эффективную выборку требуемой информации, включая названия учебных дисциплин, их код и трудоёмкость.

В результате парсинга данных из файла учебного плана может быть создана структура данных типа список с названиями учебных дисциплин, из которой может быть организован список с названиями файлов, содержащими рабочие программы этих дисциплин. Далее по этому списку организовывается цикл, стандартными средствами Python, предназначенными для работы с файлами. На каждой итерации происходит открытие файла со следующей рабочей программой. Документы с рабочими программами также как правило являются

хорошо структурированными и в них может быть собрана информация о разделах учебных дисциплин, формах промежуточной аттестации с помощью библиотеки `re`, предназначенной для работы с регулярными выражениями. Далее собранная информация записывается в итоговый файл. Таким образом решение указанной задачи при использовании Python занимает существенно меньшее время.

В заключение можно отметить, что автоматизация труда преподавателя с помощью языка программирования Python может значительно упростить и ускорить процесс выполнения различных рутинных операций труда преподавателя и тем самым освободить время для более творческой деятельности.

Список литературы

1. *Творогова Н. Д., Кулешов В. А.* Преподаватель отечественного вуза перед вызовами современности // Вестник Московского университета. Серия 14: Психология. 2017. № 3. С. 3-21.
2. *Розов К. В., Подсадников А. В.* Язык программирования Python в педагогическом вузе: от основ до искусственного интеллекта // Информатика и образование. 2019. № 6(305). С. 26-33.
3. *Ratheeswari K.* Information Communication Technology in Education. // Journal of Applied and Advanced Research. 2018. Vol. 3(45). P. S45-S47.
4. *Svetsky S. Moravcik O.* The Implementation of Digital Technology for Automation of Teaching Processes // Future Technologies Conference (FTC), San Francisco, CA, USA, 2016. P. 340-348.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ПЛАТФОРМ КАК СРЕДСТВО ИНТЕНСИФИКАЦИИ УЧЕБНОГО ПРОЦЕССА СТУДЕНТОВ СПО

Атаманов Д.А.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия

e-mail: denatamanov@yandex.ru

Аннотация. В статье актуализируется проблема использования современных образовательных онлайн платформ в учебной деятельности студентов среднего профессионального образования с целью интенсификации получения нового материала. Дается краткий обзор особенностей учебного процесса у студентов СПО, возникающие при этом проблемы и их решение посредством использования различных курсов. Приведен топ популярных образовательных платформ, представленных на Российском рынке.

Ключевые слова: образовательная платформа, интенсификация, учебный процесс.

THE USE OF EDUCATIONAL PLATFORMS AS A MEANS OF INTENSIFYING THE EDUCATIONAL PROCESS OF SPO STUDENTS

Atamanov D.A.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia

e-mail: denatamanov@yandex.ru

Abstract. The article actualizes the problem of using modern online educational platforms in the educational activities of students of secondary vocational education in order to intensify the acquisition of new material. A brief overview of the features of the educational process among students of the vocational school, the problems that arise and their solution through the use of various courses is given. The top popular educational platforms presented on the Russian market are given.

Keywords: educational platform, intensification, educational process.

Сегодня с помощью новых технологий образование становится более доступным и разнообразным для студентов СПО. Одним из инновационных подходов является использование образовательных платформ, которые предоставляют уникальные возможности для получения знаний и расширения кругозора. Такие платформы обычно представляют собой веб-ресурсы, на которых размещаются электронные курсы и другие материалы для обучения. В современных реалиях использование образовательных платформ приобретает важное значение для студентов и преподавателей, так как позволяет интенсифицировать учебный процесс, то есть ускорять за счет использования современных технологий и методов активизации личностных качеств студентов.

Использование образовательных платформ позволяет студентам учиться более эффективно благодаря разнообразию обучающих материалов, которые могут быть представлены на таких платформах. Это могут быть видеоуроки, онлайн-курсы, интерактивные тесты, учебные пособия и многое другое. Кроме того, образовательные платформы могут помочь студентам развить такие навыки, как самоорганизация, самодисциплина и умение работать в онлайн-среде, что важно для их будущей карьеры.

Стоит отметить, что учебный процесс в подготовке специалистов среднего звена имеет свои особенности, отличающиеся от педагогического процесса студентов, получающих высшее образование. К основным отличиям можно отнести более короткий срок обучения и большую практическую направленность в преподаваемых дисциплинах [1]. В силу того, что учебные предметы в СПО предусматривают решение множества практических заданий, студенты должны вкладывать много времени и энергии, чтобы успешно освоить материал. Кроме этого, не мало важную роль в формировании подачи учебного материала играет наличие студентов различных возрастных групп, которые, в свою очередь, обладают различным опытом и теоретической базой.

Опираясь на описанные выше особенности, образовательные платформы разработаны с учетом возможности индивидуализировать обучение студента.

Каждый обучающийся может выбрать для себя наиболее подходящий темп и способ изучения материала, что позволяет ему более продуктивно получать новые знания и умения. Кроме того, образовательные платформы могут предоставлять студентам дополнительные материалы и ресурсы, которые не входят в обязательную учебную программу, что в свою очередь, может помочь им углубить свои знания и навыки.

Важно отметить, что использование образовательных платформ не заменяет традиционное обучение, а дополняет его. Таким образом, студенты могут получить наилучший результат, комбинируя различные формы обучения и используя возможности, предоставляемые образовательными платформами.

Одним из основных критериев для студентов и преподавателей СПО является доступность материала. Различные образовательные платформы, представленные на Российском рынке, могут предложить как платные онлайн-курсы, так и бесплатные. При этом в бесплатных вариантах материальная база и иной функционал, который может предложить платформа, в большинстве случаев не урезан. Однако платные варианты могут предложить такие особенности как: связь с консультантом, получение сертификата, диплома и т.п.

Для более наглядной демонстрации особенностей образовательных платформ представим краткое описание наиболее популярных на Российском рынке платформ с бесплатными и платными курсами.

1. «**Udemy**» – это масштабная образовательная платформа, на которой размещены сотни тысяч бесплатных и платных онлайн-курсов от признанных экспертов в самых актуальных областях. Здесь можно найти учебные материалы по всевозможным академическим дисциплинам, а также ИТ-области, бизнесу, финансам, дизайну, маркетингу и другим направлениям. Курсы представлены на русском, английском и десятках других языков, поэтому есть возможность выбрать наиболее удобный вариант.

2. «**Stepik**» – образовательная платформа, которая предлагает курсы, разработанные университетами и экспертами в различных областях, таких, как программирование, бизнес, физика и многое другое [2]. Платформа позволяет создавать собственные платные и бесплатные курсы с возможностью разбивки материала на уроки с теоретическим и практическим заданием, тестированием с выбором ответов и выгрузкой в систему файлов с решенными задачами. Преподаватель может зарегистрировать на созданный им курс студентов и отслеживать их прогресс прохождения курсов в реальном времени.

3. «**Интуит**» представляет собой образовательную платформу, предоставляющую учебные материалы широкого спектра в более чем 40 категориях. Материал на платформе может быть представлен в виде лекций, видео, тестов и контрольных работ. В конце прохождения курса обучающийся может пройти экзамен и получить сертификат.

Из платных образовательных платформ стоит отметить такие как: Skillbox, GeekBrains, SkillFactory.

Популярность использования образовательных ресурсов как средства дополнительного образования подкрепляется различными исследованиями. Так, компания Brand Analytics, занимающаяся системой мониторинга и анализа

социальных медиа и СМИ на рынках России и СНГ, ежегодно проводить исследование пользовательских запросов. По последним полученным данным поиском образовательных курсов заинтересовалось более двух миллионов человек [3].

В заключении можно сказать, что использование образовательных платформ является неотъемлемой частью современной системы образования и является эффективным средством интенсификации учебного процесса студентов среднего профессионального образования. Будущее образования связано с развитием и внедрением новых технологий, и образовательные платформы будут играть важную роль в этом процессе.

Список литературы

1. Романова О.А., Травкин П.В. Практико-ориентированное обучение в среднем профессиональном образовании. М.: Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики», 2021.

2. Леоке И.В., Ушакова Г.Н. Использование в образовательном учреждении обучающей платформы Stepik// Молодежная наука: тенденции развития. 2021. № 4. С. 31–35.

3. Топ-20 российских образовательных онлайн-платформ, 2022. [Электронный ресурс] URL: <https://br-analytics.ru/blog/top-20-education-2021-2022/> (дата обращения 24.03.2023)

**СЕКЦИЯ 3. ИНФОРМАЦИОННЫЕ, ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ И
НАУКОЕМКИЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИНЖЕНЕРНЫХ РАЗРАБОТКАХ**

**К ВОПРОСУ РЕКОНСТРУКЦИИ УСТРОЙСТВ РЕЛЕЙНОЙ ЗАЩИТЫ
НА ПОДСТАНЦИИ ПС 500 КВ «ЕЛЕЦКАЯ»**

Зайцева И.Н.¹, Мосин Д.А.²

¹*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия*

²*ФЛ ОАО «ФСК ЕЭС» - ВЕРХНЕ-ДОНСКОЕ ПМЭС, Тамбов, Россия*

e-mail: ¹*irina-zai@yandex.ru*, ²*startcd@yandex.ru*

Аннотация. Рассматриваются вопросы технического перевооружения ПС 500 кВ «Елецкая» с заменой микроэлектронных устройств релейной защиты и автоматики на микропроцессорные. Дана краткая характеристика микропроцессорных комплексов устройств релейной защиты оборудования ПС 500кВ «Елецкая». Рассмотрены некоторые технические задачи, которые требовали решения в ходе реконструкции устройств релейной защиты. Перечислены основные преимущества нового микропроцессорного оборудования.

Ключевые слова: подстанция, реконструкция, устройства РЗА, МЭК-61850, микропроцессорный комплекс.

**TO THE QUESTION OF RECONSTRUCTION OF RELAY PROTECTION DEVICES AT
SUBSTATION 500 KV "YELETSKAYA"**

Zaitseva I.N.¹, Mosin D.A.²

¹*Bunin Yelets State University, Yelets, Russia*

²*PMES (Verkhne-Donskoye and Severnoye PMES), Tambov, Russia*

e-mail: ¹*irina-zai@yandex.ru*; , ²*startcd@yandex.ru*

Abstract. The issues of technical re-equipment of the 500 kV "Eletskaaya" substation with the replacement of microelectronic relay protection and automation devices with microprocessor ones are considered. A brief description of the microprocessor complexes of relay protection devices for the equipment of the SS 500kV Eletskaaya is given. Some technical problems that needed to be solved during the reconstruction of relay protection devices are considered. The main advantages of the new microprocessor equipment are listed.

Keywords: substation, reconstruction, relay protection and automation devices, IEC-61850, microprocessor complex

В настоящее время происходит смена технологического уклада, в том числе и в электроэнергетике. Построение электросетевого комплекса основывается на принципах цифровизации энергообъектов [1]. Поэтому совершенствование систем защиты и управления подстанцией является актуальной задачей.

Подстанция 500 кВ Елецкая – является крупным питающим центром западной части Липецкой области. Мощность ПС 500 кВ «Елецкая» составляет

1200 МВА. Объект является одним из ключевых в Липецкой энергосистеме. Подстанция обеспечивает выдачу мощности 6 и 7-го энергоблоков Нововоронежской АЭС, питает электроэнергией потребителей Елецкого, Долгоруковского, Задонского, Становлянского и Измалковского районов области, а также газораспределительные станции, обеспечивает транзит между Липецкой, Орловской и Брянской энергосистемами.

В объеме реконструкции устройств РЗА ПС 500 кВ Елецкая были выполнены основные виды работ:

1. Демонтаж на ПС 500 кВ Елецкая в ОПУ:

– на существующих панелях защит № 27, 41, выводятся из работы реле ДЗТ-23; № 77 выводятся из работы ОМП типа ИМФ-3Р;

– в существующих шкафах № 22 выводятся из работы коммутаторы типа EDS-316, № 19 выводятся из работы коммутаторы типа EDS-309;

– панели № 50, 51 типа ПДЭ 2006, № 37 ДЗОШ 2 с.ш. 500 кВ 1-й комплект, № 104 типа ДФЗ-503, № 105 типа ПДЭ-2004, № 105 типа ПДЭ-2002, № 107 типа ПДЭ-2001, № 108 типа ПДЭ-2005;

2. Демонтаж, с переводом в ЗИП Верхне-Донского ПМЭС, на ПС 500 кВ Елецкая в здании РБ:

– панели № 274, 270, 288, 280 типа ПДЭ-2802, панели № 285, 281 типа ШДЭ-2801 выводятся из работы, демонтируются с сохранением.

3. Демонтаж кабелей токовых и оперативных цепей, взамен которых прокладываются новые.

4. Монтаж оборудования согласно ведомости объемов основных строительно-монтажных работ.

5. Разработка проектной документации.

В соответствии с техническим заданием были применены комплексы микропроцессорных (МП) устройств релейной защиты для оборудования ПС 500 кВ Елецкая. Микроэлектронные защиты заменялись на современные микропроцессорные, изготовленные отечественным производителем. Новые защиты (микропроцессорные терминалы) выполнены в типовых шкафах РЗА и АСУ ТП, согласно стандарту организации, с целью унификации обслуживания устройств релейной защиты на подстанциях. Монтаж шкафов терминалов производился поэтапно, в условиях действующей подстанции без ограничения электроснабжения потребителей.

Использование МП техники в устройствах РЗА дает существенные преимущества, такие как:

– в одном устройстве существует возможность осуществления как функции РЗА, так и ряда вспомогательных функций – регистрации процессов (осциллографирование), определения места повреждения;

– реализация новых принципов действия, а также улучшенных характеристик при использовании традиционных принципов действия;

– удобство при наладке и эксплуатации, значительно сокращенные сроки вывода на проверку;

– высокий коэффициент готовности в сочетании с возможностями большого числа комбинаций разнообразных функций;

- наличие систем самодиагностики, функционального или тестового контроля;
- разнообразные интерфейсы связи человек-машина приближают микропроцессорные устройства к пользователю и позволяют интегрировать МП устройства РЗА в ССПИ;
- малые массогабаритные показатели;
- низкие значения потребляемой мощности по цепям постоянного и переменного тока, переменного напряжения.

Были применены шкафы типового применения типа ШЭТ. Например, ШЭТ 320.02-0 предназначен для защиты защит ЛЭП 330 – 750 кВ для архитектуры I типа, включает один ИЭУ [3].

Основные функции МП ИЭУ в составе шкафа:

- продольная дифференциальная защита (ДЗЛ);
- ступенчатые защиты (ДЗ, ТНЗНП, МТЗ, МФТО, ОУ, АУ, БНН, БК);
- логика связи (ЛС) (осуществляет передачу дискретных сигналов ТУ/ТО по цифровому каналу с использованием возможностей МП ИЭУ);
- избиратель поврежденных фаз (ИПФ);
- токовая защита ошиновки (ТЗО);
- защита от неполнофазного режима (ЗНР);
- определение места повреждения (ОМП);
- регистратор аварийных событий (РАС).

В ходе реконструкции все терминалы защит по протоколу верхнего уровня МЭК-61850 были интегрированы в существующую сеть системы сбора и передачи информации (ССПИ). Для местной службы сигналы о срабатывании или неисправности защит были выведены на АРМ дежурного оперативного персонала, что существенно увеличило быстроту оценки режима работы подстанции.

В итоге было смонтировано 13 комплектов современного микропроцессорного оборудования (рис.1).



Рис. 1. Микропроцессорное оборудование РЗА

В ходе интеграции новых защит в существующие схемы подстанции пришлось решать ряд технических задач. Проанализируем одну из таких задач. Стандарт на типовые шкафы накладывает ограничения на состав защит в шкафу [2]. На ЛЭП 500 кВ автоматика управления выключателем (АУВ) ранее уже была выполнена на микропроцессорных терминалах, что привело к перераспределению функции однофазного автоматического повторного включения (ОАПВ). До настоящего времени функцию ОАПВ у производителя терминалов защит выполняла основная и резервная защита линии, то в данном стандарте выполнение функции ОАПВ переложено на автоматику управления выключателем (АУВ также включает в себя функцию трех фазного АПВ (ТАПВ)). Производителем терминалов предусмотрена такая возможность. На защитах ЛЭП осталась функция пуска ОАПВ, само ОАПВ было реализовано на гибкой логике в терминале АУВ. Сейчас все современные микропроцессорные терминалы в своем составе содержат гибкую программируемую логику, через которую можно реализовывать взаимодействие внутренних и внешних защит и связей. В большинстве случаев, в ходе реконструкции, на гибкой логике пришлось реализовывать схему сигнализации о срабатывании и неисправностях защиты действующую в схему центральной сигнализации подстанции.

В результате реконструкции была повышена надежность защит автотрансформаторов, защит шин 500 кВ, защит ЛЭП 220 кВ и 500 кВ. Значительно повышена надежность электроснабжения пяти районов, где живут 111 тыс. человек, а также объектов газотранспортной отрасли.

Новое микропроцессорное оборудование РЗА произведено в России и обладает высокой эксплуатационной надежностью, гибкой логикой работы, удобным интерфейсом в отличие от использовавшихся ранее микроэлектронных устройств. Срок его службы составляет более 25 лет, при этом постоянное техническое обслуживание не требуется, защита имеет встроенную функцию самодиагностики, что позволяет оперативно обнаруживать и устранять внутренние неисправности.

Список литературы

1. Концепция «Цифровая трансформация 2030». ПАО «Россети». [Электронный ресурс] URL: <https://integral-russia.ru/2020/07/20/kontseptsiya-tsifrovoj-transformatsii-2030-pao-rosseti-polnyj-tekst/> (дата обращения 26.03.2023)
2. Правила технического обслуживания устройств релейной защиты, автоматики, дистанционного управления и сигнализации подстанций 110-750 кВ. [Электронный ресурс] URL: <https://www.fsk-ees.ru/upload/docs/sto56947007-33.040.20.141-2012.pdf> (дата обращения 26.03.2023).
3. СТО 56947007-33.040.20.282-2019 Типовые шкафы ШЭТ РЗА ЛЭП 110 – 750 кВ. Архитектура I типа. [Электронный ресурс] URL: https://www.fsk-ees.ru/upload/docs/STO_56947007-33.040.20.276-2019.pdf (дата обращения 26.03.2023).

ПОСТРОЕНИЕ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ КОНТРОЛЯ ШИРИНЫ РЕЛЬСОВОЙ КОЛЕИ ПРИ ОТСТУПЛЕНИЯХ ОТ НОРМАТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОГО ПУТИ

Корольков Е.П.¹, Дружинина О.В.², Людаговская М.А.³

^{1,2,3}Российский университет транспорта, Москва, Россия

²Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»

Российской академии наук, Москва, Россия

e-mail: ¹epkorolk@rambler.ru, ²ovdruzh@mail.ru,

³m.ludagovskaya@gmail.com

Аннотация. В статье рассматриваются аспекты построения и анализируются возможности применения математической модели для контроля ширины рельсовой колеи при отступлениях от нормативных параметров железнодорожного пути. Предложен подход к разработке алгоритмов диагностирования на основе модели контроля ширины рельсовой колеи в рамках интеллектуальной системы мониторинга технического состояния пути. Результаты могут найти применение в автоматизированных системах мониторинга, а также при решении задач прогнозирования технического состояния элементов транспортной инфраструктуры.

Ключевые слова: математическая модель, техническая диагностика, железнодорожный путь, ширина рельсовой колеи, синусоидальные неровности, контроль параметров.

CONSTRUCTION OF A MATHEMATICAL MODEL FOR CONTROLLING THE WIDTH OF THE RAIL TRACK WITH DEVIATIONS FROM THE STANDARD PARAMETERS OF THE RAILWAY TRACK

Korolkov E.P.¹, Druzhinina O.V.², ³Liudagovskaya M.A.

^{1,2,3}Russian University of Transport, Moscow, Russia

²FRC CSC RAS, Moscow, Russia

e-mail: ¹epkorolk@rambler.ru, ²ovdruzh@mail.ru,

³m.ludagovskaya@gmail.com

Abstract. The article discusses development aspects and analyzes the possibilities of applying a mathematical model to control the width of the rail track with deviations from the standard railway track parameters. An approach to developing diagnostic algorithms based on a model for monitoring track gauge width within the framework of an intelligent system for monitoring track technical condition is proposed. The results can be applied to automated monitoring systems as well as to forecasting the technical condition of transportation infrastructure elements.

Keywords: mathematical model, technical diagnostics, railway track, track gauge width, sinusoidal undulation, parametric control.

Безопасность движения железнодорожного транспорта существенно связана с обеспечением высокого уровня текущего содержания пути, а также со своевременным выявлением и диагностированием дефектов верхнего строения железнодорожного пути [1–3]. Вопросам, связанным с совершенствованием

текущего содержания пути и с прогнозированием его технического состояния, связаны различные научно-исследовательские работы. Например, в [4] изучены вопросы прогнозирования развития отступлений от норм содержания рельсовой колеи до неисправности, влияющей на перевозочный процесс. В [5] предложено построение математической модели отступлений рельсовых нитей и ширины колеи в плане. В [6] на примере конкретных данных по оценке состояния железнодорожного пути проанализированы зависимости интенсивности накопления остаточных деформаций верхнего строения железнодорожного пути от пропущенного тоннажа. Примеры рассмотрены с учетом изучения математической модели прогнозирования с использованием местного и среднесетевого трендов, при этом верификация модели прогнозирования осуществлена на основе сравнительного анализа прогнозных и фактических расчетов. В [7] изучены вопросы, связанные с такой разработкой системы содержания и ремонта железнодорожного пути для опытного полигона, которая предполагает применение методов интеллектуальных методов. В [8] рассмотрен подход к прогнозированию ресурса верхнего строения пути в процессе эксплуатации.

Как показывает анализ транспортных происшествий, около семидесяти процентов случаев схода вагонов происходит именно из-за состояния верхнего строения пути, при этом существенная часть сходов является следствием недостаточного уровня текущего содержания пути, при котором не обеспечивается своевременное выявление и замена дефектных рельсов и шпал, а часть сходов связана с нарушениями технологии и правил безопасности при проведении ремонтных работ. Следует отметить, что около четверти сходов происходит по причине неудовлетворительного обслуживания и ремонта подвижного состава. Следует отметить, что типология расстройств железнодорожного пути регламентируется в [2].

Согласно правилам технической эксплуатации ширина пути в прямых и кривых и кривых радиуса более 350 м принята равной 1520 мм, а в соответствии с инструкцией [3] отступления от номинальной ширины подразделяются на четыре степени, регламентируемые скоростью движения поездов. Данные по величинам отступлений, соответствующим различным степеням отступлений, контролируемых путеизмерителем, содержатся в [3].

Согласно таблице 1, отступления I и II степеней не требуют ограничения скорости движения и их устранения за исключением просадок величиной 15 мм на длине 30 м. Однако на практике фиксируются случаи, когда и при наличии отступлений 1 и 2 степеней происходят сходы вагонов, при этом скоростной режим не нарушается. Для изучения и прогнозирования таких случаев необходима разработка соответствующих математических моделей, описывающих ширины рельсовой колеи при отступлениях от нормативных параметров железнодорожного пути. Подход к моделированию с применением концепции синусоидальных неровностей железнодорожного пути развит в [5]. В этой статье содержится обоснование выбора и аналитического построения функции ширины колеи для анализа и предупреждения ситуаций, когда

фиксируемые отступления не превышают II степени, но то же время не исключаются предпосылки для возникновения сходов.

Итак, в рассматриваемой модели для контроля ширины колеи с отступлениями обеих рельсовых нитей в прямых участках пути, со сдвигом одной нити относительно другой, мы учитываем случай, когда все отступления, контролируемые путеизмерителем, не превышают величин отступлений II степени. Предполагается, что уровни нити являются одинаковыми, а скорость движения пассажирских поездов составляет 101–140 км/ч и скорость движения товарных поездов составляет 81–90 км/ч.

Таблица 1.

Понятия, связанные с рихтовочными линиями, и характер отступлений I и II степени

Рихтовочные линии	Соответствуют прямым, лежащим на внутренних боковых гранях рельсов пути на 13 мм [1] ниже поверхности катания колеса по рельсу.
Рельсовая нить	Соответствует фактическому расположению рихтовочной нити.
Отступления I степени	К I степени относятся отступления, не требующие выполнения работ по их устранению, поэтому они не учитываются при расшифровке путеизмерительных лент. Установленные скорости движения поездов при таких отступлениях не уменьшаются [3].
Отступления II степени	Ко II степени относятся отступления, также не требующие уменьшения установленной скорости движения поездов, но оказывающие влияние на плавность движения подвижного состава и интенсивность расстройств пути, особенно при частом повторении таких отступлений на километре. Они служат показателем необходимости проведения профилактических работ по выправке пути, поэтому учитываются при расшифровке путеизмерительных лент, а результаты расшифровки используются при планировании работ [3].

В таблице 2 представлены модельные уравнения и параметры с учетом того, что неровность каждой нити будем описывать синусоидой. Уравнения рельсовых нитей записываются с учетом взаимно перпендикулярных осей, а именно с учетом оси Ox , отвечающей оси пути, и оси Oh . Предполагаем, что ось синусоиды сдвинута относительно рихтовочной линии на величину Δ . Уравнение левой, по ходу движения, нити рельсов представлено в 1 строке таблицы, а уравнение правой, по ходу движения, нити рельсов представлено

во 2 строке таблицы. Уравнение, характеризующее изменение ширины колеи, формируется с помощью соотношения

$$h = h_+ + |h_-|$$

и представлено в 3 строке таблицы. Фигурирующие в уравнениях величины пояснены в таблице 2.

Таблица 2.

Модельные уравнения и параметры

Уравнение левой (по ходу движения) нити рельсов	$h_+ = 760 + \Delta + A \sin(\pi x / l)$, где A – амплитуда неровности, Δ – суммарное отклонение рельсовых нитей от номинальной ширины пути, l – длина волны неровности.
Уравнение правой (по ходу движения) нити рельсов	$h_+ = 760 + \Delta + A \sin(\pi x / l + \varphi)$, где A – амплитуда неровности, Δ – суммарное отклонение рельсовых нитей от номинальной ширины пути, l – длина волны неровности, φ – фаза смещения рельсовых нитей относительно друг друга
Уравнение, характеризующее изменение ширины колеи	$h = 1520 + 2\Delta + A(\sin(\pi x / l) + \sin(\pi x / l + \varphi))$

Для получения условий, накладываемых на такой важный модельный параметр, как фаза смещения, использованы следующие неравенства:

$$h \geq 1520 - \beta, \quad h \leq 1520 + \alpha,$$

где α – уширение колеи, β – сужение колеи. С учетом указанных неравенств нетрудно получить, что при $\Delta \geq (\alpha - \beta) / 4$ выполнены соотношения

$$2A \cos(\varphi/2) \geq \beta - 2\Delta, \quad 2A \cos(\varphi/2) \leq \beta + 2\Delta,$$

а в противном случае имеют место соотношения

$$2A \cos(\varphi/2) \geq -(\alpha - 2\Delta), \quad 2A \cos(\varphi/2) \leq \alpha - 2\Delta.$$

Полученные неравенства позволяют осуществлять поиск фазы смещения при зафиксированных значениях амплитуды неровности, уширения, сужения и сдвига синусоиды по отношению к рихтовочной линии. В свою очередь, найденная фаза смещения при подстановке в $h(x)$ дает возможность находить приближенное описание линии, отвечающей изменению ширины колеи при соответствующих степенях отступлений. В настоящей работе проанализированы возможности описания таких линий при изменении фазы смещения рельсовых нитей. Предложен алгоритм построения зависимостей, характеризующих ширину колеи в зависимости от фазы с учетом данных, полученных путеизмерителем.

Рассмотренная модель поиска фазы смещения (МПФС) может быть использована в подсистемах поддержки принятия решений ЕКП УРРАН для прогнозирования неблагоприятных событий на железнодорожном пути [9] (рис.1). В таком случае главной задачей алгоритма диагностирования пути будет являться классификация участка пути в информационной системе как имеющего или не имеющего опасный отказ. При наличии данных путеизмерения, собранных за период в несколько лет, возможно построить и обучить модель простой искусственной нейросети прямого распространения с одним скрытым слоем с величинами A , Δ , l , φ в качестве входных параметров и численным классификатором в качестве выхода нейросети (0 – участок пути с отсутствием опасного отказа, 1 – участок пути с опасным отказом).



Рис. 1. Обобщенная схема системы УРРАН, включающая в себя прогнозный модуль на основе модели поиска фазы смещения

Для анализа точности прогноза в результате реализации алгоритма классификации необходимо на основе зафиксированной информации о событиях на железнодорожном пути установить: 1) количество участков пути, верно определенных в категорию «1»; 2) количество участков пути, верно определенных в категорию «0»; 3) количество участков пути, имеющих статус «0», но классифицированных алгоритмом как «1»; 4) количество участков пути, имеющих статус «1», но классифицированных алгоритмом как «0». Общая точность алгоритма в таком случае будет определяться как отношение количества верных прогнозов к общему числу прогнозов.

Рассмотренный подход к анализу данных путеизмерения направлен на выявление неявных угроз на участках пути, которым по результатам проверки были присвоены оценки «хорошо» и «удовлетворительно». Этот подход может найти применение при совершенствовании систем мониторинга верхнего строения пути, а также при решении задач прогнозирования технического состояния элементов транспортной инфраструктуры.

Список литературы

1. Черкашин Ю.М. Безопасность движения железнодорожного подвижного состава. М.: Интекст, 2010.
2. Правила технической эксплуатации железных дорог Российской Федерации (Утверждены приказом Минтранса от 21 декабря 2010 г. № 286, зарегистрированы в Минюсте России 28.01.2011 № 19627).
3. Инструкция по текущему содержанию пути, утвержденная распоряжением ОАО «РЖД» № 2288р от 14.11.2016
4. Локтев А.А., Сычев П.В. Прогнозирование развития отступлений от норм содержания рельсовой колеи до неисправности, влияющей на перевозочный процесс // Наука и техника транспорта. 2018. № 4. С. 17–26.
5. Корольков Е.П. Математическая модель отступлений рельсовых нитей и ширины колеи в плане // Наука и техника транспорта. 2020. № 4. С. 8–9.
6. Дружинина О.В., Локтев А.А., Дмитришко А.В., Сычев П.В. Исследование математической модели прогнозирования технического состояния железнодорожного пути // Транспорт: наука, техника, управление. 2019. № 4. С. 3–11.
7. Ашитиз Е.С. Разработка системы интеллектуального содержания и ремонта пути для опытного полигона Рыбное-Челябинск // Бюллетень Объединенного ученого совета ОАО РЖД. 2012. № 5. С. 21–27.
8. Абдурашитов А.Ю., Сычев П.В. Прогнозирование ресурса верхнего строения пути в процессе эксплуатации // Внедрение современных конструкций и передовых технологий в путевое хозяйство. 2017. № 1. С. 62–67.
9. Дружинина О.В., Людаговская М.А. Анализ данных и нейросетевое моделирование в диагностике технического состояния железнодорожного пути // Транспорт: наука, техника, управление. 2022. № 6. С. 19–25.

ГЕОПОРТАЛЫ В УПРАВЛЕНИИ ПРИРОДНО-СОЦИАЛЬНО-ПРОИЗВОДСТВЕННЫМИ СИСТЕМАМИ: РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РАЗРАБОТКЕ

Ямашкин С.А., Ямашкина Е.О., Никулин В.В.

*Мордовский государственный университет имени Н.П. Огарева,
Саранск, Россия*

e-mail: yamashkinsa@yandex.ru

Аннотация. Данная статья посвящена проектированию системе рекомендаций для проектирования и развертывания геопортальных систем для управления природно-социально-производственными системами. Описаны структурные составляющие системы: подсистема анализа данных, подсистема хранения данных и интерфейсы геопортала. Основное внимание уделено проектированию и развертыванию эффективных интерфейсов геопортальных систем, удовлетворяющих требованиям простоты и интуитивности использования, быстрого и точного доступа к информации, масштабируемости и безопасности данных. Также рассмотрены вопросы обучения пользователей геопортальных систем и качественного тестирования и оптимизации интерфейсов. Результаты данной работы могут быть использованы для эффективного проектирования и развертывания геопортальных систем.

Ключевые слова: система рекомендаций, геопортальная система, проектирование, развертывание, анализ данных, рекомендательная система.

GEOPORTALS IN THE MANAGEMENT OF NATURAL-SOCIAL-PRODUCTION SYSTEMS: RECOMMENDATIONS FOR DEVELOPMENT

Yamashkin S.A., Yamashkina E.O., Nikulin V.V.
Ogarev Mordovia State University, Saransk, Russia
e-mail: yamashkinsa@yandex.ru

Abstract. This article is devoted to the design of a recommendation system for the design and deployment of geoportal systems for managing natural-social-production systems. The structural components of the system are described: data analysis subsystem, data storage subsystem and geoportal interfaces. The main attention is paid to the design and deployment of effective interfaces for geoportal systems that meet the requirements of simplicity and intuitiveness of use, fast and accurate access to information, scalability and data security. The issues of training users of geoportal systems and quality testing and optimization of interfaces are also considered. The results of this work can be used for efficient design and deployment of geoportal systems.

Keywords: recommendation system, geoportal system, design, deployment, data analysis, recommendation system.

Геопорталы – это геоинформационные системы, которые позволяют визуализировать и обрабатывать геопространственные данные с целью решения задач управления природно-социально-производственными системами (ПСПС). Создание и развертывание геопортальных систем является сложной технической задачей, требующими от специалиста определенных навыков и квалификации [1]. Одним из ключевых вспомогательных элементов при создании геопортальных систем может являться система рекомендаций [2]. Она помогает определить, какие инструменты и технологии лучше всего подойдут для проектирования и развертывания конкретной геопортальной системы.

Цель данной работы заключается в разработке системы рекомендаций для проектирования и развертывания геопортальных систем для решения задач управления ПСПС. Система состоит из трех основных компонентов: подсистемы анализа данных, подсистемы хранения данных и интерфейсов геопортала. Каждый из этих компонентов играет ключевую роль в обеспечении качественной работы геопортала и обеспечении доступа к географической информации.

Подсистема анализа данных. Для эффективной работы системы рекомендаций необходимо определить предпочтения и потребности каждого пользователя, и на основе полученных данных рекомендовать наиболее подходящие для него данные и сервисы.

Подсистема анализа данных должна соответствовать следующим требованиям:

- 1) быстрая и точная обработка данных;
- 2) гибкость и масштабируемость для работы с различными форматами данных;
- 3) использование методов и алгоритмов анализа данных для получения полезной информации.

Для анализа данных в геопортальной системе для решения задач управления ПСПС необходимо выбрать оптимальный алгоритм и метод анализа для каждого конкретного набора данных [3]. Можно использовать такие методы, как статистический анализ, анализ временных рядов, кластерный анализ и другие. Кроме того, для работы с большими данными можно использовать параллельные вычисления и облачные технологии.

Проведение мониторинга и создание отчетов являются важными элементами работы подсистемы анализа данных. Это позволяет следить за изменением данных в реальном времени, а также анализировать производительность и эффективность системы.

Подсистема хранения данных. Информация, полученная в результате анализа данных, должна быть сохранена в базу данных для дальнейшего использования [4, 5]. Данные должны храниться в удобном и доступном формате, который позволит обеспечить быстрый и эффективный доступ к ним.

Таким образом, подсистема хранения данных должна удовлетворять следующим требованиям:

- 1) быстрый и эффективный доступ к данным;
- 2) безопасность данных и защита от несанкционированного доступа;
- 3) резервное копирование и восстановление данных в случае сбоев в работе системы.

Для обеспечения безопасности данных необходимо использовать современные методы шифрования и авторизации доступа к информации. Для защиты от внешних атак и внутренних угроз необходимо применение комплексных мер защиты. Система резервного копирования и восстановления данных является важным элементом хранения данных в геопортальной системе. Регулярное сохранение резервных копий данных обеспечивает надежность и безопасность работы системы.

Интерфейсы геопортала. Интерфейсы геопортала для решения задач управления ПСПС должны предоставлять пользователям возможность получать рекомендации и настройки для выбора наиболее подходящих данных и сервисов. Проектирование и развертывание интерфейсов влияют на эффективность и доступность информации, а также облегчают процесс принятия решений. Интерфейсы геопортальных систем должны удовлетворять следующим требованиям:

- 1) простота и интуитивность использования для пользователей;
- 2) быстрый и точный доступ к информации;
- 3) возможность взаимодействия с другими приложениями и программными системами.

Успешное развертывание интерфейсов геопортальных систем требует качественного тестирования и оптимизации интерфейсов. Это позволяет гарантировать быстрый и точный доступ к информации, гибкость и масштабируемость для работы с различными устройствами, а также безопасность и защиту данных.

Помимо проектирования и развертывания интерфейсов, важной частью работы является обучение пользователей геопортальных систем. Это помогает

пользователям понимать цели и задачи системы, эффективно использовать интерфейс и максимально использовать предоставляемые функции. Интерфейсы должны удовлетворять требованиям простоты и интуитивности использования, быстрого и точного доступа к информации, гибкости и масштабируемости для работы на различных устройствах.

Примером успешного использования геопорталов на реальных проектных задачах может служить геопортал «Природное и культурное наследие Республики Мордовии», представленный на рис. 1. Данный портал создан с целью сохранения и представления данных о природных и культурных объектах Республики Мордовия, в том числе для обеспечения туристического потенциала региона. Благодаря системе геопортала данные легко доступны и удобны для использования как местным жителям, так и туристам.

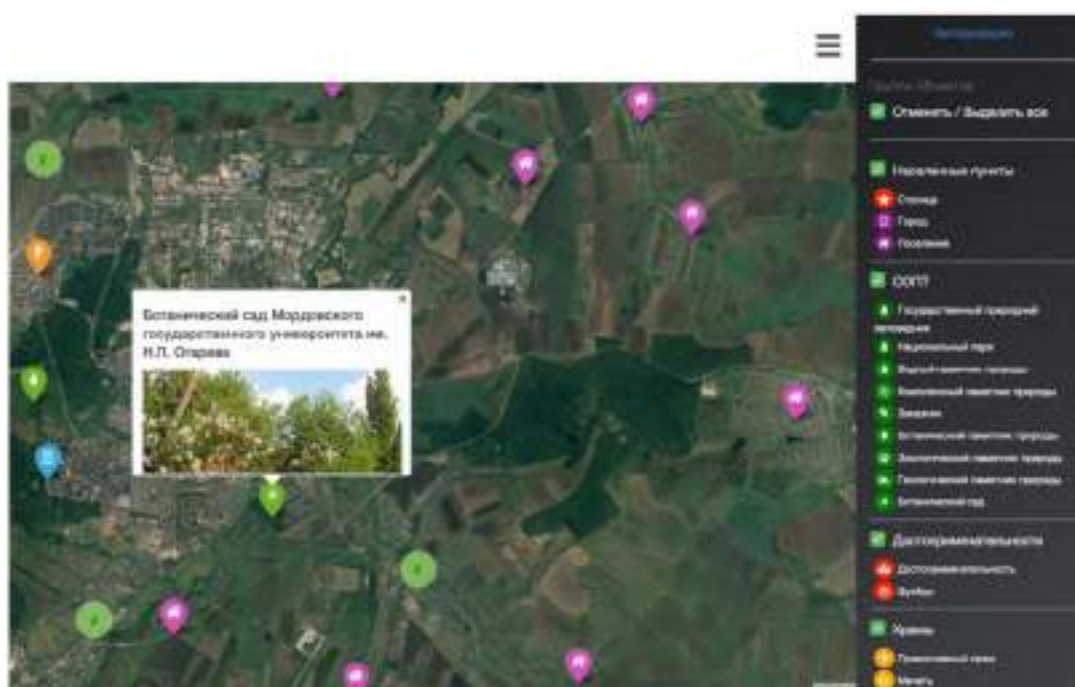


Рис. 1. Веб-интерфейс геопортала «Природное и культурное наследие Республики Мордовии»

Таким образом, в данной работе была рассмотрена система рекомендаций для проектирования и развертывания геопорталов на примере управления системами природного и культурного наследия. Для эффективной работы геопортальных систем необходимо учитывать требования простоты и интуитивности использования, быстрого и точного доступа к информации, гибкости и масштабируемости. Для обеспечения эффективного проектирования и развертывания интерфейсов, следует учитывать потребности пользователей и удобство разрабатываемого интерфейса. Результаты данной работы могут быть использованы в процессе проектирования и развертывания геопортальных систем, обеспечивая их эффективность и точность в работе с географическими данными.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-27-00651.

Список литературы

1. Кошкарев А.В., Антипов А.Н., Батуев А.Р., Ермошин В.В., Каракин В.П. Геопорталы в составе инфраструктур пространственных данных: российские академические ресурсы и геосервисы // География и природные ресурсы. 2008. № 1. С. 21–32.
2. Dareshiri S., Farnaghi M., Sahelgozin M. A recommender geoportal for geospatial resource discovery and recommendation // Journal of Spatial Science. 2019. Т. 64. № 1. С. 49–71.
3. Xia Z.G., Clarke K.C. Approaches to scaling of geo-spatial data // Scale in remote sensing and GIS. Routledge, 2023. С. 309–360.
4. Ямашкин С.А., Ямашкин А.А. Интеграция, хранение и обработка больших массивов пространственно-временной информации в цифровых инфраструктурах пространственных данных // Современные наукоемкие технологии. 2021. № 5. С. 108–113.
5. Ямашкин С.А., Ямашкин А.А., Ямашкина Е.О., Никулин В.В. Направления разработки новых алгоритмов анализа пространственных данных // Материалы всероссийской с международным участием научной конференции «L Огарёвские чтения» (06-11 ноября 2021 г.). Саранск: Национальный исследовательский Мордовский государственный университет им. Н.П. Огарёва, 2022. С. 502–507.

**ПРОБЛЕМЫ РЕАЛИЗАЦИИ ИНТЕГРИРОВАННЫХ СРЕД
В ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЕ УНИВЕРСИТЕТА**

Таров Д.А.

Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия
e-mail: tarov_rabota@rambler.ru

Аннотация. Статья посвящена исследованию проблем эксплуатации интегрированных сред в информационной системе университета. К таким проблемам автор относит как, собственно, задачу разработки и эксплуатации сложного, надежного, защищенного, высокопроизводительного распределенного многопользовательского программного комплекса, так и корректное совмещение разнообразных аппаратных и программных платформ посредством проводных и беспроводных сетей в условиях кроссплатформенности и предлагает пути их решения.

Ключевые слова: интегрированная среда, информационная система, информационная среда университета.

**PROBLEMS OF THE IMPLEMENTATION OF INTEGRATED ENVIRONMENTS
IN THE INFORMATION SYSTEM OF THE UNIVERSITY**

Tarov D.A.

Bunin Yelets State University, Yelets, Russia
e-mail: tarov_rabota@rambler.ru

Abstract. The article is devoted to the study of the problems of operation of integrated environments in the information system of the university. The author refers to such problems both, in fact, the task of developing and operating a complex, reliable, secure, high-

performance distributed multi-user software system, and the correct combination of various hardware and software platforms through wired and wireless networks in cross-platform conditions and suggests ways to solve them.

Keywords: integrated environment, information system, university information environment.

Разработка сложных информационных систем, реализующих корпоративные информационные системы и, как их частный случай, информационные системы университетов и включающие в себя те или иные программы и программные комплексы, т.е. интегрированные среды, в подавляющем большинстве случаев основана на клиент-серверной технологии, что, в свою очередь, в силу особенностей технологии порождает некоторые проблемы, к которым отнесем:

1. Собственно, прикладную задачу разработки и реализации сложного, надежного, защищенного, высокопроизводительного распределенного многопользовательского программного комплекса.

2. Корректное совмещение разнообразных аппаратных и программных платформ посредством проводных и беспроводных сетей.

Под интегрированной средой будем понимать программу или программный комплекс, содержащий все необходимые программные компоненты и функционирующий внутри информационной системы, т.е. берущие из нее входные данные и предоставляющий свои результирующие данные как промежуточные данные информационной системы [1].

Особо следует отметить указанную выше проблему кроссплатформенности, получившую особенную актуальность после взрывного распространения различных мобильных устройств, реализованных в настоящее время на нескольких программно-аппаратных платформах. К ним относятся ныне широко распространенные смартфоны, планшеты и ноутбуки, программные комплексы которых построены не только на основе MS Windows, но и на основе Android, iOS, различных дистрибутивах Linux. Однако, следует отметить, что все это разнообразие относится к клиентской части системы. Серверная же часть строится на решения MS Windows и вариациях Linux, что отчасти облегчает разработку и реализацию информационной системы университета.

Исторически сложилось, что большинство университетов имеют автоматизированные места сотрудников (АРМ), построенные на основе устаревших, маломощных рабочих станций под управлением той или иной версии MS Windows. Это утверждение также справедливо и по отношению к компьютерным классам, в которых проводятся лабораторные занятия.

Что касается серверных платформ, на которых реализуется серверная часть клиент-серверной информационной системы университета, размещены и функционируют базы данных, то они построены на более свежих и мощных, а также чаще обновляемых, программно-аппаратных платформах. Это, в свою очередь, порождает проблему обратной совместимости, когда программное обеспечение, в силу устаревания аппаратной части, либо не может быть

обновлено до свежих версий, либо попросту не может быть установлено, что может приводить к не полной совместимости программного обеспечения рабочих станций сотрудников с программным обеспечением, установленным на серверах и имеющих более свежие версии. Кроме того, устаревшие по отношению к серверам рабочие места сотрудников, к которым относятся также компьютеры, установленные в компьютерных классах, снижают эффективность работы всей информационной системы университета в целом, т.к. серверные платформы, обладающие более высокой производительностью, вынуждены протаивать из-за длительного времени обработки данных рабочими станциями. Оптимальным решением вышеназванной проблемы может быть только своевременное обновление аппаратного комплекса рабочих станций сотрудников, однако, мы понимаем, что подобное малореализуемо из-за высокой затратности. Частично это проблему можно решить путем добавления в информационную систему университета некоторого промежуточного звена, играющего роль буфера, хранящего операции как с клиентских компьютеров, так и с серверных платформ, а также стандартизированного универсального протокола для связи как между серверами баз данных и серверами приложений, так и между серверами приложений и рабочими станциями сотрудников, особенно с рабочими станциями, установленными в компьютерных классах в виду их большого количества и, как правило, в силу специфики использования, одновременному обращению к одним и тем же базам данных и приложениям, чем-то напоминающем DDOS-атаку. Это позволяет какое-то время не повышать требования к аппаратной части автоматизированных рабочих мест сотрудников и снизить затраты на поддержание работоспособности информационной системы университета. Использование Java-технологий позволит администраторам сети с любого находящегося в сети компьютера удаленно обновлять не только клиентские приложения любых рабочих станций сотрудников, но и обновлять программное обеспечение серверов. Также в пользу такого формата организации работы сети университета выступает то, что посредством виртуализации автоматизированных рабочих станций пользователей, включая пользователей лабораторий компьютерной техники, возможно распределение их работы на несколько серверов приложений в зависимости от загруженности сегментов сети и трафика в каналах передачи данных. Также это позволяет решить проблему обеспечения устойчивости и быстродействия работы интегрированных сред как элемента информационной системы университета. Кроме того, клиент-серверная технология позволяет разработать и реализовать на основе вертикально-ориентированной модели структуры университета его информационную систему и, наполнив ее соответствующим контентом, получить устойчивую к внешним и внутренним угрозам, автоматизированную информационную среду современного образовательного учреждения [2], позволяющую эффективно использовать интегрированные среды.

Необходимо отметить такую проблему внедрения интегрированных сред в информационную систему университета как использование разработчиками интегрированных сред собственных стандартов, протоколов, средств

взаимодействия между программными объектами, что может существенно удорожить построение и поддержку информационной среды. Этой проблемы можно избежать если при разработке информационной системы использовать готовые ERP-решения, однако, следует отметить достаточно высокие лицензионные отчисления и дорогую консалтинговую поддержку, которые могут оказаться заметно выше расходов по адаптации не универсальных решений разработчиков интегрируемых сред. В любом случае, необходимо учитывать этот аспект при подборе тех или иных интегрированных сред и среди них выбирать те, где потребность в этой адаптации ниже.

Список литературы

1. Укуев Б.Т. Модели интегрированной информационной среды технического вуза // Современные наукоемкие технологии. 2018. № 10. С. 137–141.
2. Таров Д.А., Тарова И.Н. Технические аспекты обеспечения устойчивости информационной среды организации при удаленной работе сотрудников // Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии: материалы VI Международной научно-практической конференции, посвященной 100-летию со дня рождения профессора А.А. Шестакова, Елец, 16–17 сентября 2020 года. Елец: Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, 2020. С. 142–149.

СОДЕРЖАНИЕ ПУТИ НА УЧАСТКАХ С НЕСТАБИЛЬНЫМ ЗЕМЛЯНЫМ ПОЛОТНОМ НА ПРИМЕРЕ ВОРКУТИНСКОЙ ДИСТАНЦИИ ПУТИ СЕВЕРНОЙ ДОРОГИ

Фазилова З.Т.¹, Демура В.А.², Гордиенко Л.А.³

¹ФГАОУ ВО «Российский Университет Транспорта РУТ (МИИТ)»,
Москва, Россия

²АО «Реммагистраль», г. Самара, Россия

³Дирекция по комплексной реконструкции железных дорог и
строительству объектов железнодорожного транспорта – филиал
ОАО «РЖД» (ДКРС), Москва, Россия

e-mail: ¹fazil_1905@mail.ru, ²demura57@yandex.ru,

³gordienko.lyubomir2017@yandex.ru

Аннотация. Свыше 25% российских железных дорог проходят по территориям, находящимся в зонах вечной мерзлоты и глубокого сезонного промерзания грунтов. Негативное влияние этих природных явлений создают угрозу безопасности эксплуатации железнодорожного транспорта, влекут значительные экономические потери. Поэтому организация планово – предупредительных защитных мероприятий на указанных участках является важной и неотъемлемой частью деятельности структурных подразделений дирекций инфраструктуры. Первостепенной задачей здесь является мониторинг состояния земляного полотна железной дороги, которая позволит принять и реализовать своевременные, экономически целесообразные решения.

Ключевые слова: пучины, деформации, земляное полотно, вечная мерзлота, оптоволокно, контрольно-оповестительная система.

TRACK MAINTENANCE ON UNSTABLE ROADBED SECTIONS ON THE EXAMPLE OF THE VORKUTA DIVISION OF THE NORTHERN RAILWAYS

Fazilova Z.T.¹, Demura V.A.²Gordienko L.A.³

¹ FGAOU VO «Russian University of Transport» (RUT MIIT), Moscow, Russia

² Remmagistral JSC, Samara, Russia

³Directorate for Integrated Railway Reconstruction and Construction of Railway Transport Facilities - Branch of JSCo Russian Railways (DKRS), Moscow, Russia

e-mail: ¹fazil_1905@mail.ru, ²demura57@yandex.ru,

³gordienko.lyubomir2017@yandex.ru

Abstract. Over 25% of the Russian railways is laid through the territories located in the zones of permafrost and deep seasonal freezing of soils. The negative impact of these natural phenomena creates a threat to the railway transport safety, entails significant economic losses. Therefore, planned preventive and protective measures in these areas are an important and integral part of the activities that structural divisions of infrastructure directorates should organize. The primary task here is to monitor the condition of the railway roadbed, which will make it possible to make and implement timely, economically feasible decisions.

Keywords: heaving, deformations, roadbed, permafrost, fiber optic, control and warning system

В современных условиях ограниченного финансирования ремонтов и реконструкции актуальным является вопрос содержания земляного полотна.

Так за последние 5 лет процент дефектного и деформирующегося земляного полотна превысил 10,1% от общей эксплуатируемой длины [1]. Динамика роста деформаций земляного полотна за период 2015-2021 годы показана на рис.1. Негативная динамика роста количества деформирующихся мест показывает, что ранее принятых мер недостаточно и необходимо искать новые способы содержания и мониторинга земляного полотна, ранее не применявшиеся на Северной железной дороге.

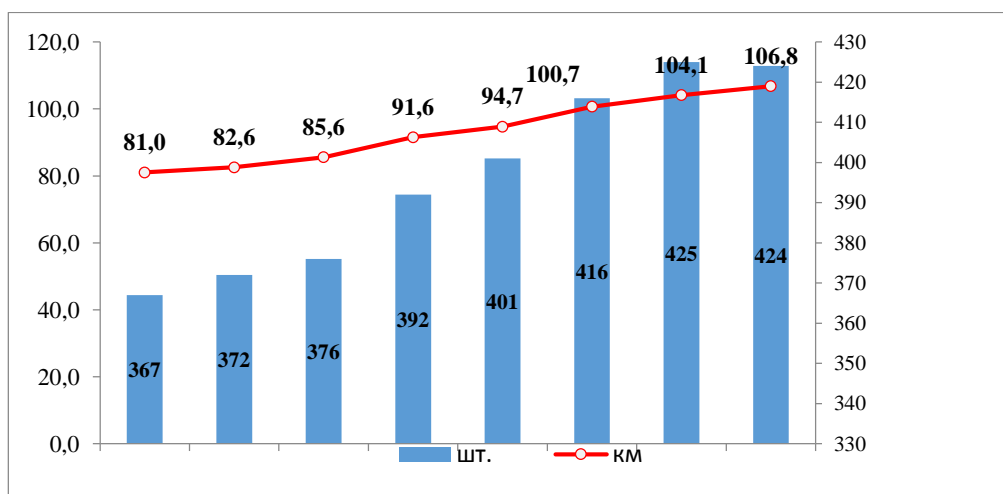


Рис. 1. Динамика роста деформаций земляного полотна за период 2015-2021 годы

Природно-климатические факторы могут существенно влиять на характер взаимодействия пути и подвижного состава [2, 3]. Основными факторами являются температура и атмосферные осадки. Их совместное влияние вызывает:

- увлажнение поверхности катания головок рельсов, что снижает сцепление колес с рельсами и может вызывать буксование колес локомотивов, что, в свою очередь, приводит к образованию изолированных неровностей на пути и на колесах (ползуны);

- увлажнение древесины шпал, что снижает их сопротивление смятию под подкладками (при росте влажности древесины на 1% происходит снижение сопротивления на 3%);

- увлажнение балласта, особенно загрязненного, которое увеличивает интенсивность остаточных деформаций пути;

- увлажнение загрязненного щебня, что резко снижает сопротивляемость пути сдвигу, но такое состояние не является расчетным, так как выбросы опасны при наиболее высоких температурах; засоренный, но сухой щебень обеспечивает большую (в 1,5-2 раза) устойчивость пути против выброса под действием температурных сил;

- искажение профиля пути вследствие попеременного увлажнения и набухания глинистых грунтов в сезоны дождей, высыхания и усадки их в сухие сезоны;

- увеличение жесткости пути зимой в 2-3 раза из-за замерзания земляного полотна, балластного слоя и древесины шпал, а также снижения упругости резиновых прокладок; при этом динамическое воздействие на путь резко возрастает (из-за наличия неровностей на пути и колесах);

- искажение профиля пути вследствие пучения недренирующего влажного грунта и балласта при промерзании;

- смерзание балласта приводит также к тому, что смещения шпал в горизонтальной плоскости становятся невозможными и определяющим является сопротивление сдвигу рельсов по опорам. Это влияет на сопротивляемость пути сдвигу.

Одной из важнейших ролей в решении задач содержания земляного полотна играет эффективная диагностика и мониторинг, которые направлены на своевременное обнаружение деформаций (неисправностей), оценку их динамики и эффективности мер, направленных на устранение [4, 5].

В рамках указанных задач выполняется выявление потенциально-опасных мест, подверженных деформациям; картирование различных участков земляного полотна, в большей или меньшей степени подверженных активным деформациям; категорирование выявленных деформаций (неисправностей) на основе значений основных параметров и риска возникновения отказа; периодический контроль за изменением параметров и определение причин возникновения деформаций; планирование путевых выправочных работ и мер

по усилению земляного полотна с учетом картирования и категорирования деформаций (неисправностей) [6-8].

К выявляемым потенциально-опасным местам, подверженных деформациям земляного полотна можно отнести:

- места, состоящие на учете по форме ПУ-9 по причине деформаций;
- места с завышенной крутизной откосов земляного полотна и с недостаточной шириной земляного полотна по верху;
- участки пути, имеющие балластные углубления и переувлажнение основной площадки земляного полотна (по данным средств диагностики, оснащенных георадарами);

Эти потенциально опасные участки являются «стандартными» для многих дистанций пути Северной дороги. Однако в границах Воркутинской, Елецкой и Интинской дистанций пути, расположенных в зонах распространения многолетнемерзлых пород, встречаются «особенные» потенциально-опасные объекты к которым относятся: участки пути на сильнольдистых грунтах, участки, подтопьяемые примыкающими озерами и проходящие в зоне распространения термокарста. Для содержания вышеуказанных потенциально-опасных мест земляного полотна Воркутинская дистанция пути эффективно применяет имеющуюся путевую и автотракторную технику, а также имеющиеся в распоряжении материалы (в том числе и засоритель после очистки балласта).

Вместе с тем важным аспектом в содержание земляного полотна является не только устранение последствий, но и устранения причин возникновения неисправностей, а именно предотвращение перехода мерзлых грунтов в талое состояние. С целью наблюдения за изменением температуры грунтов на перегоне Песец-Хановой 2226 км пк4 Воркутинской дистанции пути в 2018 году работниками инженерно-геологической базы была проведена установка двух термометрических кос с логгерами (рис.2.).



Рис. 2. Термометрические косы на перегоне Песец-Хановой, 2226 км

Установленное оборудование записывало изменение температуры грунтов на различной глубине в течение года, что позволяет выявлять максимальную глубину сезонного слоя промерзания и изменение кровли вечной мерзлоты (рис.3).

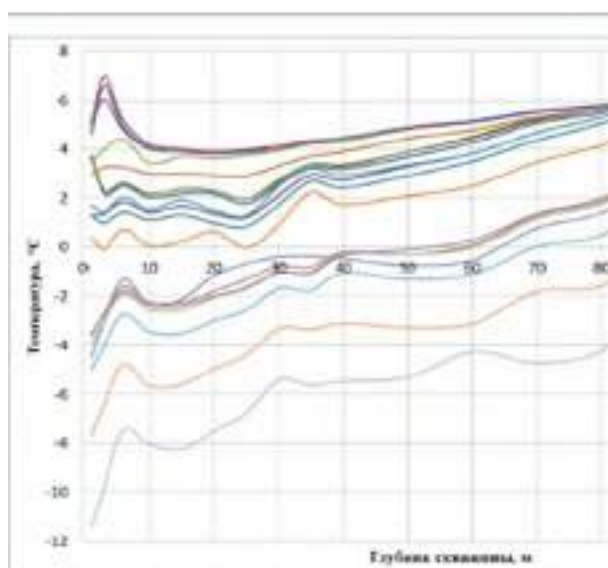


Рис. 3. Изменение температуры грунтов на различной глубине в течение года

Проведенные инженерно-геологической базой Ярославского РЦДМ термометрические наблюдения подтвердили, что на участках, где кровля многолетнемерзлых пород сохраняется без изменений, оседания земляного полотна практически не происходят, либо имеют незначительную амплитуду и динамику [9, 10].

Учитывая актуальность данной проблемы, группой специалистов компаний «Реммагистраль» была разработана система ВОСК ЖД (волоконно-оптическая система контроля железной дороги), планируемая к реализации на участках активного проявления термокарстовых просадок и провалов.

Работа системы ВОСК ЖД основывается на физических свойствах определения продольной деформации оптического волокна по спектрам рассеивания («Эффект Релея») [11].

При устройстве системы, в соответствии с проектом, в теле земляного полотна вдоль железной дороги на расстоянии 0,5 - 1.0 м. от торца шпал прокладывается волоконно-оптический распределительный сенсор. При деградации земляного полотна на данном участке в конкретном месте происходит деформация сенсора (т.е. прогиб волоконно-оптического кабеля), что улавливается и фиксируется специальным устройством, так называемым логическим модулем – (ЛМ ВОСК). ЛМ ВОСК генерирует зондирующие оптические сигналы, входящие в сенсор, регистрирует излучение обратного рэлеевского рассеяния, из которого извлекает спектры с последующим их сопоставлением и определением деформации сенсора [12-13]. Как только величина деформации превышает любой из заранее установленных порогов, ЛМ формирует информацию о месте, времени и величине превышенного порога и направляет ее на устройства, находящиеся у дежурного по станции

(ДСП), диспетчера дистанции пути (ДДП), поездного диспетчера (ДНЦ) и на посту электрической централизации (ЭЦ), откуда данная информация передается машинисту. При отсутствии превышений любого из порогов, система только формирует сигнал о собственной исправности и работоспособности (рис. 4).

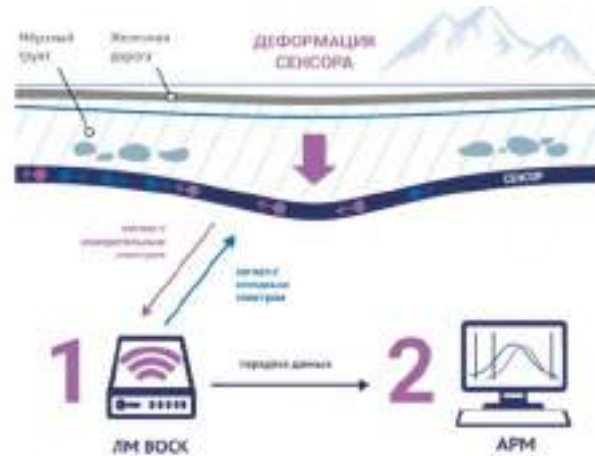


Рис. 4. Схема работы системы ВОСК ЖД

Программное обеспечение (ПО), осуществляет преобразование полученных данных оптического анализа и отправку информации о месте, величине и времени деформации по каналу связи на любое защищенное по нормативам РЖД устройство, где она отображается в понятном виде. Пример отображения информации на АРМ оператора представлен на рис. 5.

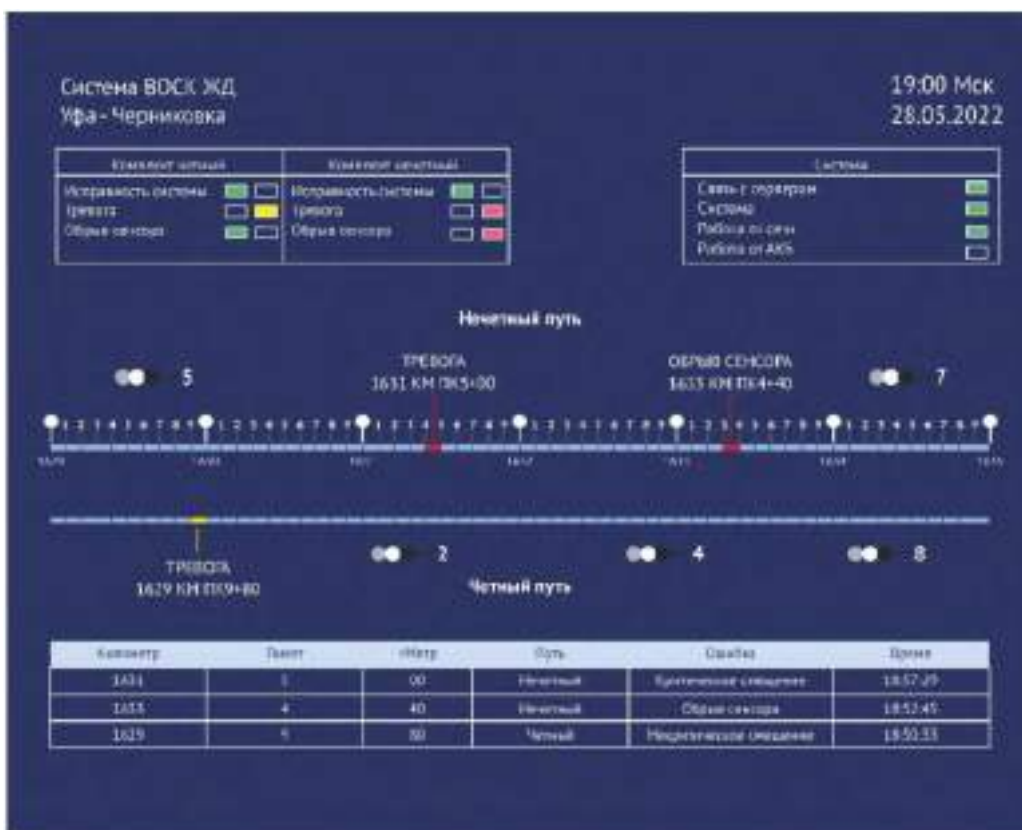


Рис. 5. Пример отображения информации на АРМ оператора

Следующим этапом развития системы является функция геофизического мониторинга. Данная функция уже опробована на пилотном проекте на перегоне Куйбышевской железной дороги. Ее суть заключается в том, что в системе применяется дополнительный сенсор, который является приемным устройством отраженных сейсмических сигналов. Вибрационным источником направляемых сейсмических сигналов является сам подвижной состав, проходящий по данному участку железной дороги. Специализированное ПО интерпретирует сейсмоданные и строит геофизический разрез грунтового массива, что позволяет наблюдать за возможным развитием деформационных процессов в теле земляного полотна и процессов деградации многолетнемерзлых грунтов.

Грант. Работа выполнена за счет средств, полученных от ОАО «РЖД» в рамках гранта по Договору №5106449 от 28.12.2022 г. на развитие научно-педагогических школ на железнодорожном транспорте.

Список литературы

1. *Чечельницкий А.И.* Оценка состояния инфраструктуры и основные направления Развития // Современные проблемы проектирования, строительства и эксплуатации железнодорожного пути. XVII Международная научно-техническая конференция. Москва, С. 12-17.
2. *Ашпиз Е.С.* Земляное полотно в условиях многолетнемерзлых грунтов Северного Широтногохода // Журнал Путь и путевое хозяйство. 2021. № 3. С. 22-25.
3. *Evgeny S. Ashpiz.* The Problems of the Railway Subgrade Construction in the Subarctic Part of the Russian Cryolithozone and the Ways of Their Solution // Lecture Notes in Civil Engineering. 2020. V. 49. P. 295-302.
4. *Грицык В.И.* Земляное полотно железных дорог: краткий курс лекций. М.: Маршрут, 2005. 246 с.
5. *Зайцев А.А., Фазилова З.Т., Кекелев А.И.* Вопросы надежности, деформативности и оценки рисков эксплуатации земляного полотна железных дорог // Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии. Материалы VIII Международной научно-практической конференции. Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2022. С. 308-313.
6. *Фазилова З.Т., Шапран В.В.* Перспективы информационной логистики данных о состоянии земляного полотна // Путь и путевое хозяйство. 2022. № 4. С. 14-15.
7. *Фазилова З.Т., Шапран В.В.* Анализ причин переувлажнения основной площадки Путь и путевое хозяйство. 2022. № 7. С. 27-28.
8. *Fazilova Z., Loktev A., Shapran V., Chizhikov I.* Modeling of the thermal stresses in the welded rails of the continuous welded track in the permafrost zone. В сборнике: IOP Conference series: Materials science and engineering 2020. С. 022021
9. *Шапран В.В., Фазилова З.Т.* Факторы, оказывающие влияние на развитие продольных профильных деформаций земляного полотна в криолитозоне // Мир транспорта. 2020. Т. 18. № 2 (87). С. 82-101.
10. *Fazilova Z.* Construction and operation of linear constructions at the polygonal land relief, in the conditions of distribution of permafrost soil. // В сборнике: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. Krasnoyarsk Science and Technology City Hall of the Russian Union of Scientific and Engineering Associations. Krasnoyarsk, Russia, 2020. P. 22029.

11. *Таранов М.А., Горшков Б.Г., Алексеев А.Э., Потапов В.Т.* Распределенные измерения натяжения и температуры оптического волокна с помощью рэлеевского рефлектометра с низкогенерентным источником излучения // *Нелинейный мир*. 2020. Т. 18. №1. С. 69-72.

12. *Изотов К.А., Локтев Д.А., Локтев А.А.* Измерительная волоконнооптическая система мониторинга рельсовых плетей железнодорожного пути // *Промышленные АСУ и контроллеры*. 2022. № 10. С. 8-17.

13. *Loktev D.A., Loktev A.A., Salnikova A.V., Faulgaber A.N., Slepneva M.A.* Image blur simulation for the estimation of the behavior of real objects by monitoring systems // *Engineering Letters*. 2022. Т. 30. № 1. С. 178-187.

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ ТРАНСПОРТНЫМ СРЕДСТВОМ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИМ В СЛОЖНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СРЕДЕ, МЕТОДОМ ASLAM-MPPI

Дарьина А.Н.¹, Прокопьев И.В.², Фортунова Н.А.³

^{1,2}*Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление»
РАН, Москва, Россия*

³*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия*

e-mail: ¹anna.daryina@mail.ru, ²fvi2014@list.ru,

³fortunova.nata@mail.ru

Аннотация. Рассмотрен пример использования математического метода ASLAM-MPPI при решении задачи управления беспилотным транспортным средством, функционирующим в сложной производственной среде в режиме реального времени.

Ключевые слова: беспилотное транспортное средство, задачи управления, оптимальная траектория.

ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ БЕСПИЛОТНЫМ ТРАНСПОРТНЫМ СРЕДСТВОМ, ФУНКЦИОНИРУЮЩИМ В СЛОЖНОЙ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ ASLAM-MPPI

Daryina A.N.¹, Prokopiev I.V.², Fortunova N.A.³

^{1,2}*Federal Research Center «Computer Science and Control» of Russian
Academy of Sciences, Moscow, Russia*

³*Bunin Yelets State University, Yelets, Russia*

e-mail: ¹anna.daryina@mail.ru, ²fvi2014@list.ru,

³fortunova.nata@mail.ru

Abstract. An example of using the mathematical method ASLAM-MPPI in solving the problem of controlling an unmanned vehicle operating in a complex production environment in real time is considered.

Keywords: unmanned vehicle, control tasks, optimal trajectory.

В настоящее время актуальным является вопрос оптимального управления автономными транспортными средствами, функционирующими в сложной производственной обстановке, с учетом фазовых ограничений. Решение данной

задачи, известной также, как как задача об обходе препятствия, требует оценки всего пространства возможных состояний путем расчета оптимальной траектории с учетом статических и динамических ограничений. Основные сложности при учете данных ограничений связаны с необходимостью иметь полную информацию, как о самой исследуемой модели, так и об окружающей среде в режиме реального времени.

Рассматривается беспилотное транспортное средство (БТС), представленное на рис. 1 слева, на котором установлен камера. Вид с камеры на трассу представлен на рис. 1 справа.

Эксперименты проводились в Робототехническом центре ФИЦ ИУ РАН, где имеется учебный полигон с пандусами, мостом и другими ограничениями (рис. 2).

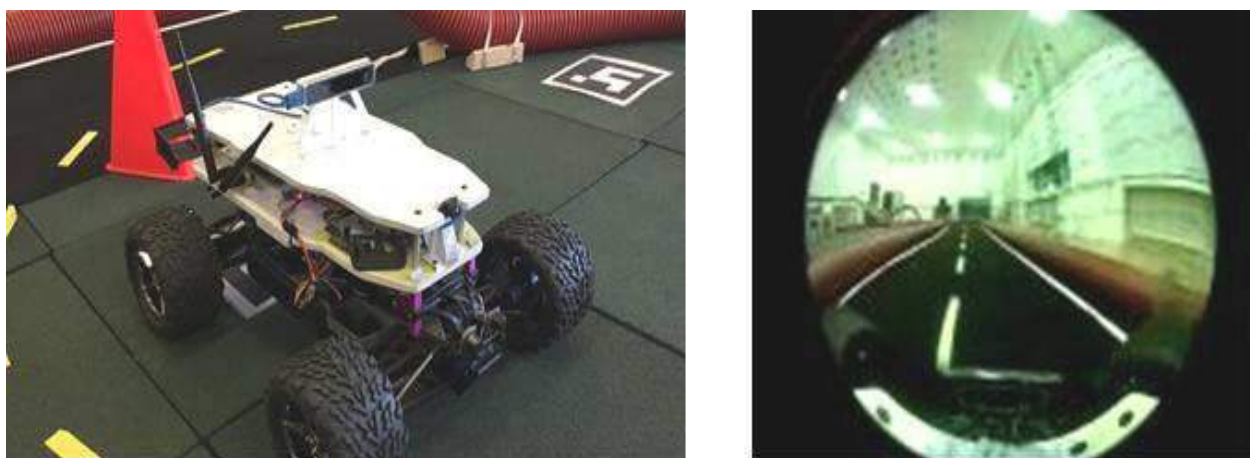


Рис. 1. БТС и вид с его камеры

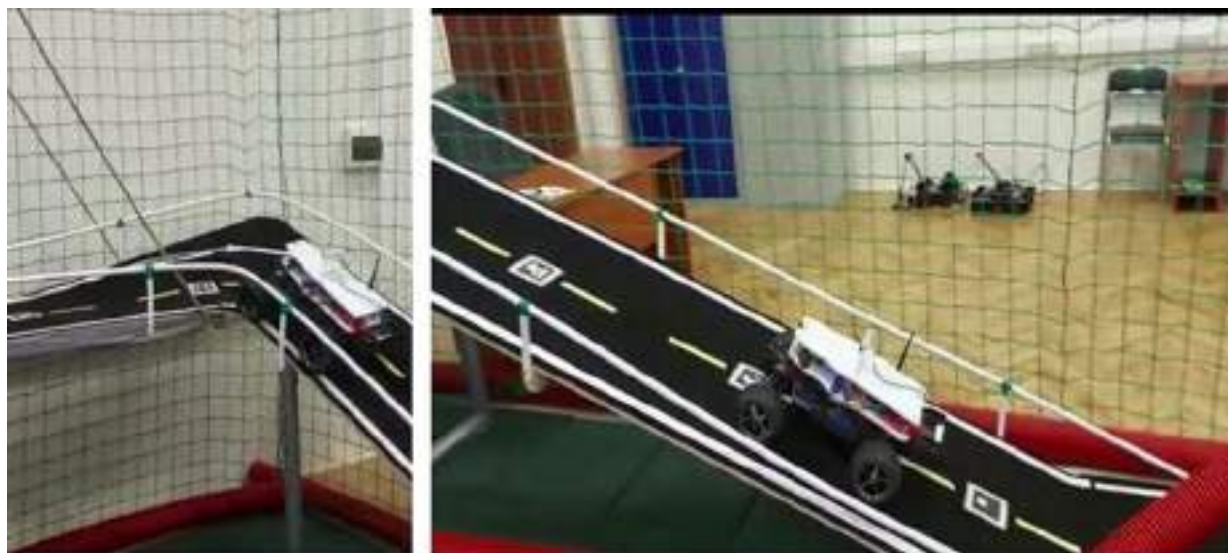


Рис. 2. Фрагмент трассы

Данная работа посвящена примеру использования математических методов при решении задачи управления мобильным роботом в реальном времени, а именно, метода, предложенного в работе [2]. Этот метод, названный авторами ASLAM-MPPI (от англ. method of Active Simultaneous Localization And Mapping;

Model Predictive Path Integral method). Используя метод одновременной локализации и картографирования, оптимальное управление рассчитывается на основе функции стоимости, согласованной с системой локализации и картой занятости (рис. 3), сгенерированной в режиме реального времени.

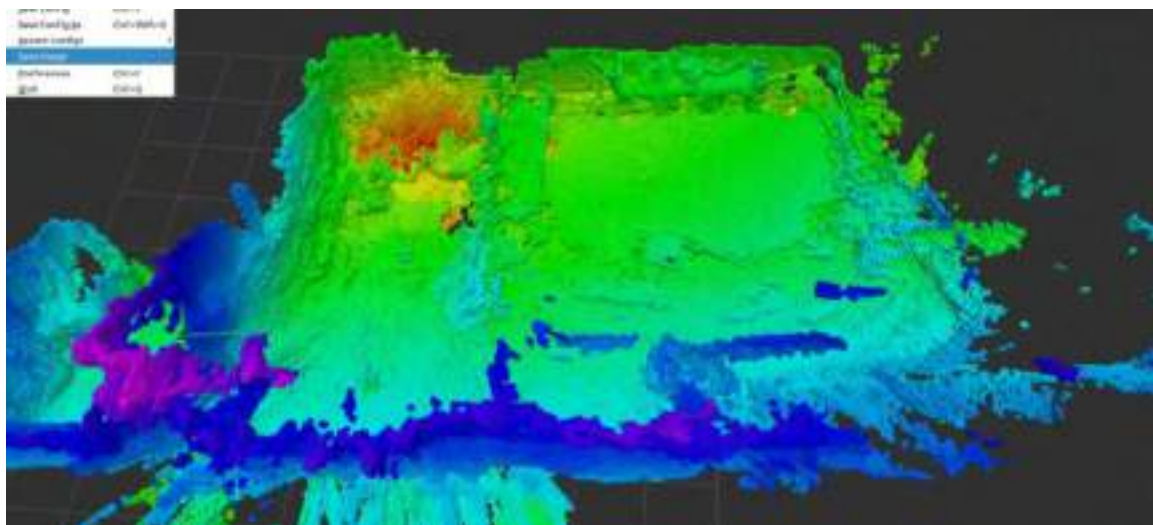


Рис. 3. Карта занятости полигона

В работе использовались камеры с программой распознавания препятствий и лазерные датчики расстояния.

Динамика БТС, представленного на рис. 1 (слева), была реализована на структуре модели нейронной сети, имеющей следующий математический вид:

$$g_i(\varphi(k, \mathbf{q}), \mathbf{q}) = \hat{y}_i(k|\mathbf{q}) = \hat{y}_i(k|\omega, W) = F_i \left(\sum_{j=1}^{n_h} W_{ij} f_j \left(\sum_{l=1}^{n_\varphi} \omega_{jl} \varphi_l + \omega_{j0} \right) + W_{i0} \right),$$

где \mathbf{q} – настраиваемые параметры нейронной сети, включая весовые коэффициенты и смещения нейронов (ω_{jl}, W_{ij}) ; $F_i(x) = ax$ – функция активации нейронов в выходном слое $a = \text{const}$; n_h – количество нейронов в скрытом слое; $f_i(x) = \tanh(x)$ – функция активации нейронов скрытого слоя; n_φ – количество нейронов в скрытом слое, входные данные.

Нейронная сеть в данном случае принимает в качестве входных сигналов 4 переменные состояния (угол наклона, продольную скорость, поперечную скорость, курс), а также управляемое рулевое управление и управление скоростью. Обучение нейронной сети осуществлялось с помощью данных, собранных на учебном полигоне при ручном управлении БТС (рис.4). Результаты передавались на встроенное устройство NVIDIA Xavier NX.

По пунктирной линии разметки трассы в виде сгенерированных точек была проложена глобальная траектория. Длина дорожки, проходящей по горке с наклоном 45 градусов, составила 23,3 м. Созданные сложные реальные условия, уменьшающие пространство допустимых перемещений, для оптимизации позволяют эффективнее использовать стратегию выбора пространства состояний, нежели пространства управления.



Рис.4. Полигон

Эксперимент на основе метода ASLAM-MPPI без сбоя прошел более 7 раз. Метод SLAM [4-7] на базе камеры слежения Intel Realsense T265 уже на втором дает сбой из-за накопленной ошибки, которая не позволяет преодолеть поворот на горке.

В результате проведенного полевого эксперимента можно сделать вывод, что предложенный подход с одновременной локализацией и картографированием может применяться в различных областях и использоваться на БТС различного назначения. Данный метод позволяет БТС перемещаться по квазиоптимальной траектории. Кроме этого, он показывает высокую скорость алгоритма и отказоустойчивость. Это не единственный метод, его можно модернизировать, а можно предложить другие методы.

Список литературы

1. *Kuwata Y., Teo J., Karaman, S., Fiore G., Frazzoli E., How J. P.* Motion planning in complex environments using closed-loop prediction. In AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, Honolulu, HI. Art. num. AIAA20087166. 2008.
2. *Дарьина А.Н., Прокопьев И.В.* Метод активной одновременной локализации и картографирования на основе модели прогнозирующего интегрального пути для мобильных роботов // *Нейрокомпьютеры: разработка, применение.* 2021. Т. 23. № 6. С. 12-23.
3. *William G., Aldrich A. and Theodorou E.A.* Model predictive path integral control: From theory to parallel computation // *Journal of Guidance, Control, and Dynamics.* 2017. P. 1-14.
4. *Dellaert F., Kaess V.* Square Root SAM: Simultaneous Localization and Mapping via Square Root Information Smoothing // *The International Journal of Robotics Research.* 2006. 25(12). P. 1181-1203.
5. *Kaess M., Johannsson H., Roberts R., Ila V., Leonard J.J. and Dellaert F.* iSAM2: Incremental Smoothing and Mapping Using the Bayes Tree // *The International Journal of Robotics Research.* 2012. V. 31. P.217-236.

6. *Thrun S., Montemerlo M.* The GraphSLAM Algorithm With Applications to Large-Scale Mapping of Urban Structures // *The International Journal of Robotics Research*. 2005. V. 25(5-6). P. 403-430.

7. *Montemerlo M., Thrun S., Koller D., Wegbreit B.* FastSLAM: A factored solution to the simultaneous localization and mapping problem // *Proceedings of the AAAI National Conference on Artificial Intelligence*. 2002. P. 593-598.

ОБ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ МЕТОДАХ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ МОНИТОРИНГА ЭЛЕМЕНТОВ ТРАНСПОРТНОЙ ИНФРАСТРУКТУРЫ

Людаговская М.А.¹, Кабанов М.А.², Климов А.С.³

^{1,3} *ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта», Москва, Россия*

²*Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина, Елец, Россия*

e-mail: ¹*m.ludagovskaya@gmail.com*, ²*nicSor2010@yandex.ru*,
³*maus4240@gmail.com*

Аннотация. Представлена характеристика интеллектуальных методов обработки данных мониторинга элементов транспортной инфраструктуры. Дано описание процесса межотраслевого стандартного процесса интеллектуального анализа данных. Проведен обзор примеров применения методов интеллектуального анализа данных для решения задач диагностики технического состояния объектов железнодорожной инфраструктуры. Предложен подход к обработке данных мониторинга отступлений от норм содержания железнодорожного пути на основе анализа временных рядов при помощи сверточных нейронных сетей.

Ключевые слова: обработка данных, машинное обучение, нейронные сети, интеллектуальные транспортные системы, дефекты железнодорожного пути, сверточные нейронные сети, деревья решений, классификация.

ON INTELLIGENT DATA PROCESSING METHODS FOR MONITORING ELEMENTS OF TRANSPORT INFRASTRUCTURE

Людаговская М.А.¹, Kabanov M.A.², Klimov A.S.³

^{1,3} *Russian University of Transport, Moscow, Russia*

²*Bunin Yelets State University, Yelets, Russia*

e-mail: ¹*m.ludagovskaya@gmail.com*, ²*nicSor2010@yandex.ru*,
³*maus4240@gmail.com*

Abstract. The characteristic of intelligent data processing methods for monitoring elements of transport infrastructure is presented. A description of the process of a Cross-Industry Standard Process for Data Mining process is given. The review of examples of the application of data mining methods for solving problems of diagnostics of the technical condition of railway infrastructure facilities is carried out. An approach to the processing of data monitoring deviations from the norms of railway track maintenance based on time series analysis using convolutional neural networks is proposed.

keywords: data processing, machine learning, neural networks, intelligent transportation systems, railway track defects, convolutional neural networks, decision trees, classification scheme.

С каждым годом увеличивается роль цифровых технологий в обеспечении безопасности движения на железнодорожном транспорте. На данном этапе развития науки и техники находят широкое применение интернет-технологии, в том числе спутниковые и беспроводные технологии передачи данных. Все это в сочетании с повсеместным использованием недорогих датчиков и измерительных устройств позволяет собирать и передавать в различные АСУ железнодорожного транспорта огромные объемы диагностической информации о состоянии объектов транспортной инфраструктуры. Общий объем накопленных данных позволяет применять к ним термин Big Data – большие данные и требует применения технологий обработки данных Data Science [1].

В основе технологии Data Science, представляющей собой новый подход к извлечению из данных ценной информации, лежит интеллектуальный анализ данных (ИАД). Интеллектуальный анализ данных – это компьютеризованная технология, используемая в аналитике для обработки и исследования крупных наборов данных. Используя инструменты и методы интеллектуального анализа данных, организации могут выявлять шаблоны и отношения, скрытые в данных. Интеллектуальный анализ данных преобразует необработанные данные в практические знания.

На сегодняшний день существует множество программных пакетов, которые позволяют производить операции над большими группами данных и анализировать их относительно быстро. Удачными примерами служат: IBM SPSS Modeler, RapidMiner, SAS Enterprise Miner, Knime, Weka и др. Также в настоящее время появляются и новые методы и технологии, такие как глубокое обучение, которые позволяют работать с еще более сложными наборами данных и получать более точные результаты.

В общем случае, полезным руководством для начала процесса ИАД является универсальный межотраслевой стандартный процесс интеллектуального анализа данных (Cross-Industry Standard Process for Data Mining, CRISP-DM), осуществляемый в шесть этапов (рис.1). В качестве методологии CRISP-DM описывает типичные этапы проектов интеллектуального анализа данных, обозначает задачи, выполняемые на каждом из этапов, и объясняет взаимосвязи между ними. В качестве модели процессов CRISP-DM предоставляет обзор жизненного цикла интеллектуального анализа данных. Нужно заметить, что процесс CRISP-DM не является строго однонаправленным и в процессе работы с данными возможно перемещаться вперед и назад по этапам.

К основным задачам ИАД относятся: 1) классификация; 2) кластеризация; 3) ассоциация; 4) прогнозирование; 5) визуализация (рис. 2). К основным методам ИАД относятся деревья решений, аппарат искусственных нейронных сетей (ИНС), ассоциативные правила и регрессионный анализ.

Классификация является наиболее часто встречающейся задачей ИАД и заключается в построении модели, относящей объект исследования к одному из определенных классов на основе ряда признаков. Примером задачи классификации на железнодорожном транспорте может послужить задача определения класса безопасности участков верхнего строения пути (ВСП): 0 – километр с отсутствием опасного отказа ВСП и 1 – километр с опасным отказом ВСП. Для решения подобной задачи применяются алгоритмы

решающих деревьев, логистической регрессии, а также метод опорных векторов. Последний метод также может использоваться, в сочетании с алгоритмом ИНС, для прогнозирования износа балластной призмы на основе ряда факторов таких как кривизна, пропущенный тоннаж и т.д. [2].



Рис. 1. Основные этапы CRISP-DM



Рис. 2. Методы интеллектуального анализа данных

Методы ИАД, основанные на аппарате ИНС, особенно широко применяются в настоящее время на железных дорогах для оценки состояния объектов транспортной инфраструктуры. Так, аппарат ИНС находит свое применение при синтезе нейросетевых диагностических моделей для оценки надежности сложных технических объектов, таких как локомотив. В таком случае целесообразно обратиться к концепции функционально прозрачных нейронных сетей, в основе которой лежит декомпозиция единой эталонной модели сложного технического объекта на совокупность более простых моделей ИНС прямого распространения [3]. Разработка архитектуры нейронной сети для решения задач классификации при выявлении неисправностей буксовых узлов железнодорожных вагонов выполнена в [4].

Широкое использование на железной дороге видеокамер позволяет применять сверточные нейронные сети (СНС), хорошо зарекомендовавшие себя при решении задач анализа изображений. Сверточные нейронные сети возможно использовать для выявления дефектных зон при анализе изображений ВСП, таких как: 1) отслоение и выкрашивание металла на поверхности катания головки рельса; 2) поперечные трещины в головке рельса и изломы из-за них; 3) продольные горизонтальные и вертикальные трещины в головке рельса; 4) пластические деформации (смятие), вертикальный, боковой и неравномерный износ головки рельса; 5) дефекты и повреждения шейки рельса; 6) дефекты и повреждения подошвы рельса; 7) изломы рельса по всему сечению; 8) изгибы рельса в вертикальной или горизонтальной плоскостях [5].

Хорошие результаты (точность обнаружения неисправностей более 97 % в экспериментальных результатах) показало применение блоков выделения признаков и классификации обычно используемого подхода обнаружения неисправностей на базе модели сверточной нейронной сети для мониторинга состояния подшипников асинхронных тяговых электродвигателей с короткозамкнутым ротором. При этом на вход системы подавалась необработанная информация о вибрации подшипников [6].

Исследования в области финансовой аналитики подтвердили высокую эффективность СНС при решении задач прогнозирования изменения состояния исследуемого параметра, наблюдаемого в течение нескольких (минимум двух) лет [7], что позволяет говорить об СНС как о перспективном методе анализа диагностической информации об изменениях основных параметров геометрии рельсовой колеи (ГРК) при помощи анализа временных рядов.

Сверточный слой СНС может обрабатывать пространственную информацию с изображений, тогда как полносвязные слои могут хранить информацию о временных рядах. Отличие задачи компьютерного зрения и задачи оценки временных рядов заключается в исходных данных, подаваемых на входной слой модели: наборе изображений для распознавания или массива для прогнозирования временных рядов, в последнем случае СНС может воспринимать необработанные входные данные как одномерный массив. Однако, как показали исследования, СНС способна также обрабатывать многоступенчатые и многомерные модели анализа временных рядов.

При анализе изображений СНС распознает детали изображения на основе необработанных пиксельных данных, в то время как при анализе временных

рядов входные данные имеют числовой формат, что значительно увеличивает скорость и эффективность обучения сети, позволяя ей зачастую обучать модели быстрее нейросетей обратного распространения (рекуррентные ИНС, управляемые рекуррентные блоки, LSTM-сети). При этом распределение весов СНС может сократить количество входных параметров для ускорения обучения сети. Алгоритм СНС подходит для анализа данных во времени за счет наличия расширенных сверток, позволяющих вычислять расстояния между нейронами посредством фильтров. Информация о расстояниях между всеми нейронами сети обеспечивает СНС лучшее представление о взаимосвязях между различными наблюдаемыми событиями.

Существуют исследования результатов моделирования, полученных на гибридной СНС сети с обратной связью, показывающие, что такая сеть превосходит в/по производительности стандартные СНС и LSTM-сети. Гибридная СНС с простым экспоненциальным сглаживанием позволяет проводить качественный анализ изменения параметров во времени и повышает эффективность прогнозной модели.

Экспоненциальное сглаживание (ЭС) – это эмпирический метод сглаживания данных временных рядов с использованием функции раздвижного окна. Экспоненциальные функции используются для экспоненциального уменьшения весов сети с течением времени. Экспоненциальное сглаживание помогает улучшить качество имеющихся данных и демонстрирует хорошие результаты при прогнозировании за счет выявления случайных значений в данных и усреднения прошлых значений наблюдаемого параметра. Алгоритм ЭС прогнозирует будущее значение параметра путем присвоения веса предыдущему значению наблюдаемой величины, сглаживает величину колебаний наблюдаемых значений и сокращает «шум» в данных.

Выделяют четыре распространенных типа сглаживания данных: 1) простое экспоненциальное сглаживание; 2) экспоненциальное сглаживание; 3) скользящая средняя и 4) случайное блуждание. У каждого из этих методов есть свои преимущества и недостатки. Простое ЭС отличается простотой расчетов, гибкостью алгоритма и его хорошей производительностью, однако неважно справляется с выявлением тенденций данных. Метод скользящей средней демонстрирует хорошие результаты при незначительных или отсутствующих регулярных колебаниях в значениях исследуемого параметра, но не способен отследить самые свежие закономерности в данных. Метод случайного блуждания также сравнительно прост в реализации и позволяет довольно легко управлять потоками данных при сложных границах, но в то же время он не обеспечивает точного сохранения среднего значения завихренности в пространстве, кроме того, метод случайного блуждания плохо справляется с «шумом» в данных.

Задачи, решаемые при помощи интеллектуального анализа данных, процесс CRISP-DM и методы ИАД в целом являются универсальными и могут найти применение в любой отрасли производства и бизнеса. В настоящий момент методы интеллектуальной обработки данных уже применяются для контроля и управления техническим состоянием объектов железнодорожной инфраструктуры, и в то же время накапливается опыт успешного применения

алгоритмов ИАД в сферах медицины, финансов, метеорологии, биологии и пр., который может быть использован для того, чтобы значительно сократить время и затраты на текущее содержание и ремонт объектов транспортной инфраструктуры.

Список литературы

1. *Платонов Е.Н., Просвириин К.В.* Прогнозирование дефектов верхнего строения железнодорожного пути методами машинного обучения // Вестник компьютерных и информационных технологий. 2022. Т. 19. № 2. С. 8-18
2. *Шубинский И.Б., Замышляев А.М., Проневич О.Б., Платонов Е.Н., Игнатов А.Н.* Применение методов машинного обучения для прогнозирования опасных отказов объектов железнодорожного пути // Надежность. 2020. № 2. С. 43–53.
3. *Грачев В.В., Грищенко А.В., Кручек В.А.* Методика синтеза нейросетевых диагностических моделей сложных технических объектов // Автоматика на транспорте. 2020. Т. 6. № 4. С. 466–483.
4. *Белюсов В.В., Дружинина О.В., Корепанов Э.Р., Макаренко И.В., Максимова В.В.* Применение нейронных сетей для решения задач классификации при выявлении неисправностей транспортных систем // Нейрокомпьютеры: разработка, применение. 2022. Т. 24. № 4. С. 18–27.
5. *Локтев Д.А., Локтев А.А., Федорова С.В.* Возможности определения дефектов верхнего строения железнодорожного пути с помощью обработки изображений сверточной нейронной сетью // Материалы VI Международной научно-практической конференции «Системы управления, сложные системы: моделирование, устойчивость, стабилизация, интеллектуальные технологии», посвященной 100-летию со дня рождения профессора А.А. Шестакова (Елец, 16-17 сентября 2020 г.). Елец: ЕГУ им. И.А. Бунина, 2020. С. 402–407.
6. *Хамидов О.Р., Грищенко А.В.* Обнаружение неисправностей подшипников качения асинхронного тягового электродвигателя локомотивов на основе современных интеллектуальных методов // Вестник транспорта Поволжья. 2020. № 1 (79). С. 35-41.
7. *Hoseinzade E., Haratizadeh S.* CNNpred: CNN-based stock market prediction using a diverse set of variables // Expert Syst Appl. 2019. V.129. P.273–285.

ПОДХОДЫ К РЕШЕНИЮ ПРОБЛЕМ МОНИТОРИНГА СОСТОЯНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ТЕХНИКИ С ПРИМЕНЕНИЕМ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ

Мотин П.С.¹, Соловьев В.А.², Волкова А.А.³

^{1,2,3} ФГАОУ ВО «Российский университет транспорта», Москва, Россия

e-mail: ¹motins@yandex.ru, ²vitonv178@yandex.ru,

³alvolkova97@gmail.com

Аннотация. Охарактеризованы особенности и проблемы автоматизированного мониторинга технического состояния строительных и путевых машин. Изучена специфика мониторинга строительной техники и технических средств специального железнодорожного подвижного состава. Представлены основные подходы к решению

проблем мониторинга состояния транспортной техники с применением автоматизированных систем. Охарактеризованы направления совершенствования мониторинга транспортных средств. Предложены рекомендации по совершенствованию систем мониторинга с интеллектуальными компонентами.

Ключевые слова: транспортные средства, анализ данных, автоматизированные системы, путевые машины, строительные машины, мониторинг технического состояния, отказы, диагностические параметры.

APPROACHES TO SOLVING THE PROBLEMS OF MONITORING OF TRANSPORT EQUIPMENT CONDITION USING AUTOMATED SYSTEMS

Motin P.S.¹, Solovyov V.A.², Volkova A.A.³

^{1,2,3} Russian University of Transport, Moscow, Russia

e-mail: ¹motins@yandex.ru, ²vitonv178@yandex.ru,
³alvolkova97@gmail.com

Abstract. The features and problems of automated monitoring of the technical condition of construction and track machines are characterized. The specifics of monitoring construction equipment and technical means of special railway rolling stock is studied. The main approaches to solving the problems of monitoring the condition of transport equipment with the use of automated systems are considered. The directions of improving vehicle monitoring are presented. Recommendations for improving monitoring systems with intelligent components are proposed.

Keywords: vehicles, data analysis, automated systems, track machines, construction machines, technical condition monitoring, failures, diagnostic parameters.

Безопасное функционирование транспортной инфраструктуры в большой мере связано с безотказной работой строительных и путевых машин. Вопросы мониторинга технического состояния спецтехники являются актуальными и рассматриваются в целом ряде работ инженеров и исследователей [1–5]. Например, в [2] представлены результаты анализа отказов путевых машин, охарактеризованы факторы, влияющие на возникновение отказов, рассмотрены вопросы разработки и использования системы непрерывного мониторинга технического состояния путевых машин на основе сбора данных с установленных на машинах датчиков и передачи данных на ПК диспетчера. В [2] показано, что система непрерывного мониторинга позволяет осуществлять выбор рационального времени проведения технического обслуживания и ремонта машинного парка (на примере Западно-Сибирской железной дороги).

Рассмотрим далее некоторые актуальные проблемы мониторинга транспортных средств, а также пути решения проблем. Целесообразность установки системы мониторинга не вызывает сомнений, поскольку такая система выполняет функции эффективной организации передвижения транспортных средств и контроля над ними. Своевременно и регулярно получаемая объективная информация о расходе топлива, пробеге, техническом состоянии узлов, агрегатов позволяет принимать логистические решения, а также решения по управлению парком техники, в том числе решения о направлении транспортных средств на техническое обслуживание или ремонт, а также о выборе вида ремонта. Анализ данных, передаваемых системой

мониторинга, дает возможность регулирования расхода топлива. Следует отметить важность методов интеллектуального управления, которые находят применение в задачах обработки данных мониторинга транспортных средств, а также в задачах управления и устойчивости систем транспорта [6].

Надежность системы мониторинга транспортных средств (СМТС) подвержена ряду негативных факторов (рис. 1), которые могут привести к приостановке функционирования указанной системы.

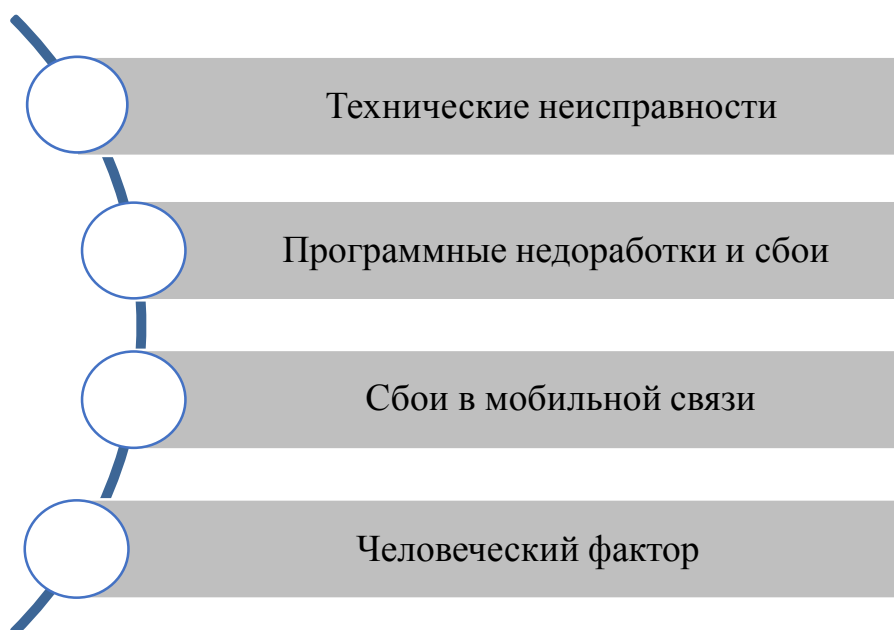


Рис. 1. Негативные факторы влияния на функционирование СМТС

В соответствии с рис. 1 приведем следующие комментарии. Во-первых, скорость и достоверность передаваемых данных в рамках СМТС в большей степени зависит от GPS-устройства. При использовании дешевого навигационного оборудования можно столкнуться с неточностью передаваемых данных, а также с проблемой недолговечности таких устройств. Во-вторых, качественное программное обеспечение, используемое в СМТС, должно иметь не только простой и приятный для восприятия интерфейс, но и обширный функционал, позволяющий решать все поставленные перед системой мониторинга задачи. В-третьих, передача данных с GPS-устройств осуществляется с помощью мобильной связи. В районах, не охваченных мобильной сетью, передача данных в режиме реального времени невозможна. Поэтому в случае пролегания маршрута движения транспортного средства через такие зоны необходимо обеспечить достаточный объем внутренней памяти трекера. В-четвертых, следует отметить возможное воздействие человеческого фактора со случайным или намеренным выведением из строя элементов СМТС.

В строительной сфере специфика эксплуатации технических средств состоит в том, что возникает большая нагрузка на технику из-за тяжелых условий эксплуатации, частого режима постоянной работы, большого расхода топлива [7]. В связи с этим трудно отследить точный расход топлива, поскольку он сильно зависит от времени работы и нагрузки на технику.

На рис. 2 приведены направления автоматизированного мониторинга строительных машин.



Рис. 2. Направления мониторинга строительных машин

Информация, содержащая данные о моточасах, позволяет: 1) оценивать реальные объемы проделанной работы, 2) оценивать эффективность работы персонала, выявлять неоправданные простои машин, 3) отслеживать износ механизмов и планировать своевременное техническое обслуживание. Для этого в составе систем спутникового контроля применяются универсальные датчики моточасов. Датчики фиксируют время работы по оборотам двигателя внутреннего сгорания (ДВС), передают данные бортовому контроллеру, затем информация поступает на сервер и отображается в диспетчерской программе.

Контроль температуры охлаждающей жидкости двигателя является важным аспектом мониторинга строительных машин. Сбои в работе гидравлики или выход ее из строя могут приводить к кратковременным или длительным простоям. В частности, проблемы в гидравлике могут быть связаны с перегревом гидравлической жидкости. Для оперативного реагирования необходима настройка в СМТС процедуры снятия показаний о температуре гидравлической жидкости по CAN-шине транспортного средства. Для решения этой задачи используется специализированная шина данных в бортовом контроллере (ГЛОНАСС/GPS-трекере).

Далее следует отметить, что каждая модель специальной техники имеет свои ограничения по рабочей массе. Нарушение эксплуатационных требований неминуемо ведет к преждевременному износу машин или к отказам их элементов и узлов. Для грузового транспорта достаточно установить датчики взвешивания нагрузки на ось, а для строительной техники часто требуются отдельные решения – например, системы взвешивания массы груза в ковше. При установке такого оборудования можно осуществить его интеграцию с СМТС.

С учетом факторов, влияющих на функционирование СМТС, и основных направлений мониторинга строительных машин, можно сформулировать ряд рекомендаций по улучшению работы системы: 1) необходимо использование более качественного оборудования и материалов; 2) необходимы разработка и применение современного модернизированного программного обеспечения с интеллектуальными компонентами; 3) для максимально эффективной работы системы мониторинга необходимо предусмотреть датчики на агрегаты и узлы техники; 4) предусмотреть исключение возможности вмешательства в работу системы мониторинга сотрудников, осуществляющих управление техникой.

Рассмотрим особенности автоматизированной системы контроля работы специального подвижного состава (АС КРСПС) используемой на железнодорожном транспорте [8]. Эта система предназначена для контроля и регистрации параметров выполнения технологических операций специальным подвижным составом (СПС) с привязкой к географическим координатам и режимам работы техники и передачи посредством радиоканалов стандарта GSM/UMTS в автоматизированные системы учета работы СПС.

В рамках функционирования АС КРСПС должно обеспечиваться решение различных задач, в том числе: определение местоположения СПС как в ходе движения к месту проведения работ, так и в процессе выполнения работ с привязкой к километрам и пикетам; фиксация моментов времени и фактического местоположения начала и окончания работ СПС; обеспечение сбора, обработки и хранения системы данных о выполнении СПС технологических операций, параметрах функционирования узлов и агрегатов СПС в соответствии с их назначением; соединение по каналам беспроводной связи стандарта GSM (в случае их доступности) с удаленным сервером и поддержка передачи накопленных с последнего сеанса связи данных о параметрах функционирования СПС; сбор, обработка и передача на удаленный сервер заказчика диагностической информации о состоянии и функционировании АС КРСПС; обеспечение передачи данных об объемах и параметрах выполненных СПС работ в АСУ СПС.

Следует отметить, что наряду с определением режима работы ДВС (холостой ход либо транспортный) представляет практический интерес задача определения технического состояния машины в целом. Совершенствование системы мониторинга путевых машин может выполняться в направлении получения данных от датчиков определения состояния электрической проводки, от датчиков на узлах трансмиссии. Такой подход к совершенствованию системы мониторинга элементов СПС, который направлен

не только на анализ режима работы ДВС и на фиксацию фактического времени работы, позволит расширить возможности диагностирования отказов, повысит безопасность эксплуатации путевых машин. Для анализа расширенного множества контролируемых параметров эффективно использовать интеллектуальные методы обработки данных и прогнозирования технического состояния путевых машин.

Таким образом, разработка и совершенствование СМТС способствуют оптимизации содержания и эксплуатации парка техники, при условии соблюдения мероприятий по предотвращению возникновения сбоев систем мониторинга. Для получения достоверной информации следует использовать качественное и по возможности инновационное оборудование и программное обеспечение, поскольку точность получаемых сведений и разработка рекомендаций по техническому обслуживанию и по ремонтным мероприятиям в большой степени зависит от исправности работы и достаточности функционала системы мониторинга. Расширение возможностей систем мониторинга с интеллектуальными компонентами как для технических средств специального железнодорожного подвижного состава, так и для строительных транспортных средств на автомобильном и гусеничном ходу, позволит повысить производительность, автоматизировать учет наработки и процесс анализа технического состояния, повысить безопасность эксплуатации.

Список литературы

1. *Климова Д.В., Дружинина О.В., Петрова С.Н.* О некоторых подходах к управлению безопасностью транспортных систем // *Транспорт: наука, техника, управление.* 2013. № 2. С. 10–16.
2. *Манаков А.Л., Алехин А.С., Коларж С.А.* Система непрерывного мониторинга путевых машин // *Вестник СГУПС.* 2012. Вып. 28. С. 173–177.
3. *Шаповалов В.В., Эркенов А.Ч., Озябкин А.Л. и др.* Мониторинг наземных транспортно-технологических средств. М.: ФГБУ ДПО «Учебно-методический центр по образованию на железнодорожном транспорте», 2018.
4. *Манаков А.Л.* Совершенствование системы ремонтно-восстановительных работ для смешанных парков // *Проблемы качества машин и их конкурентоспособности.* Сб. науч. тр. 6-й Междунар. науч.-техн. конф. Брянск: Изд-во БГТУ, 2008. С. 541–543.
5. *Кирпичников А.Ю.* Планирование обслуживаний транспортно-технологических машин на основе мониторинга технического состояния // *Политранспортные системы.* Материалы VII Всерос. науч.-техн. конф. Новосибирск: СГУПС, 2010. С. 306–310.
6. *Дружинина О.В., Масина О.Н.* Методы анализа устойчивости динамических систем интеллектуального управления. М.: Изд. группа URSS, 2016.
7. *Белецкий, Б.Ф., Булгакова И.Г.* Строительные машины и оборудование. СПб.: Лань, 2012.
8. Автоматизированная система контроля работы специального подвижного состава [Электронный ресурс] URL: <https://www.vniizht.ru/projects/> (дата обращения 26.03.2023).

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ФИЛЬТРАЦИОННЫХ ПОТОКОВ РАЗНОЦВЕТНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Петрова С.Н.¹, Петров Н.П.², Мурзуков М.Э.³, Коржавина Н.В.⁴

*¹Уральский государственный юридический университет им. В.Ф. Яковлева,
Екатеринбург, Россия*

^{1,4}НЧОУ ВО «Технический университет УГМК», Верхняя Пышма, Россия

*²Уральский государственный экономический университет,
Екатеринбург, Россия*

*³Чебоксарский институт (филиал) Московского политехнического
университета, Чебоксары, Россия*

*e-mail: ¹axial_120@mail.ru, ²pnp1142@gmail.com,
³murzukov033@gmail.com, ⁴knati@mail.ru*

Аннотация. В работе рассмотрены вопросы построения математической модели продвижения границы раздела жидкости при двумерной, стационарной, линейной фильтрации несжимаемой жидкостей в процессе фильтрации из загрязненных бассейнов. Изучены вопросы, связанные с продвижением границы раздела разноцветной жидкости в фильтрационном потоке, обусловленном вихревыми потоками и расположенном в начале координат, с применением фундаментальных фильтрационных теорем.

Ключевые слова: математическое моделирование, стационарная фильтрация, несжимаемая жидкость, фильтрация, разноцветная жидкость, экологические модели.

MATHEMATICAL MODELING METHODS FILTRATION FLOWS OF MULTICOLORED LIQUIDS

Petrova S.N.¹, Petrova N.P.², Murzukov M.E.³, Korzhavina N.V.⁴

¹Ural State Law University, Yekaterinburg, Russia

^{1,4}Technical University UMMC», Verchnaya Pyshma, Russia

²Ural State University of Economics, Yekaterinburg, Russia

³Cheboksary Institute of Moscow Polytechnic University, Cheboksary, Russia

*e-mail: ¹axial_120@mail.ru, ³pnp1142@gmail.com,
⁴murzukov033@gmail.com, ⁵knati@mail.ru*

Abstract. The paper considers the issues of constructing a mathematical model for the advancement of the fluid interface with two-dimensional, stationary, linear filtration of incompressible fluids during filtration from polluted basins. The issues related to the advancement of the interface of a multicolored liquid in a filtration flow caused by vortex flows and located at the origin of coordinates are studied using fundamental filtration theorems.

Keywords: mathematical modeling, stationary filtration, incompressible liquid, filtration, multicolored liquid, ecological models.

Вопросы, связанные с распространением загрязнений подземными водами, в настоящее время являются актуальной проблемой, так как с каждым годом увеличиваются выбросы в почву вредных химических соединений, отходов

промышленных производств, климатических и техногенных катаклизмов. Кроме этого, запасы чистой воды на Земле ограничены и являются одним из самых важных ресурсов, обеспечивающих жизнедеятельность. Поэтому крайне важно заниматься вопросами очистки и фильтрации имеющихся водных ресурсов.

Задачи математического моделирования фильтрационных потоков рассмотрены в [1–5] и в других работах. В настоящей работе рассматриваются вопросы, связанные с продвижением границы раздела разноцветной жидкости в фильтрационном потоке, обусловленном вихревыми потоками и расположенном в начале координат, с использованием фундаментальных фильтрационных теорем. Рассматривается двумерная, стационарная, линейная фильтрация несжимаемой жидкости, на пути движения которой она загрязняется вредными веществами или в процессе фильтрации подтягиваются вредные вещества из загрязненных бассейнов.

Предположим, что свойства фильтрующейся жидкости не изменятся при добавлении загрязнений с учетом постоянства показателей ее плотности и вязкости. В этом случае можно считать, что жидкость чистая и загрязненная будут однородны. Также предположим, что жидкости не смешиваются и имеют четкую границу раздела. Такая модель является моделью разноцветных жидкостей [1, 2].

Фильтрационный поток при тех или иных граничных условиях считается заданным, если задано его поле скоростей [2]. Осуществляется переход от переменных Эйлера, в которых задано решение рассматриваемой задачи, к переменным Лагранжа. Рассматривается система безразмерных уравнений следующего вида:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = v_{\xi}(\xi, \zeta), \quad \frac{d\zeta}{d\tau} = v_{\zeta}(\xi, \zeta), \quad (37)$$

где ξ, ζ являются безразмерными координаты плоскости, в которой происходит течение, τ – безразмерное время и v_{ξ}, v_{ζ} – заданные составляющие скорости [2].

С учетом того, что рассматриваемое движение является двумерным и потенциальным, можно считать, что функция тока этого течения и потенциал скорости известны. Указанную функцию и потенциал можно представить в виде:

$$\varphi = \varphi(\xi, \zeta), \quad \psi(\xi, \zeta). \quad (38)$$

Пусть начальное положение границы раздела жидкостей определяется координатами ξ_0, ζ_0 , которые заданы следующим образом в зависимости от параметра κ :

$$\xi_0 = \xi(\kappa), \quad \zeta_0 = \zeta(\kappa). \quad (39)$$

С учетом (3) можно найти линии тока ψ , проходящие через точки ξ_0, ζ_0 :

$$\psi(\xi, \zeta) = \psi(\xi_0, \zeta_0) = \psi_0. \quad (40)$$

С помощью (4) определяется интеграл уравнений $(\frac{d\xi}{d\tau} = v_{\xi}(\xi, \zeta), \frac{d\zeta}{d\tau} = v_{\zeta}(\xi, \zeta))$, (37). Таким образом, необходимо решить задачу интегрирования уравнений $(\frac{d\xi}{d\tau} = v_{\xi}(\xi, \zeta), \frac{d\zeta}{d\tau} = v_{\zeta}(\xi, \zeta))$, (37)

при начальных условиях (3), т.е. требуется определить ξ, ζ , как функции τ и параметра κ или координат

$$\xi = \xi(\tau, \xi_0, \zeta_0) = \xi(\tau, \kappa), \quad \zeta = \zeta(\tau, \xi_0, \zeta_0) = \zeta(\tau, \kappa). \quad (41)$$

В фильтрационных течениях важная роль отводится источникам и стокам, обеспечивающим функционирование скважин, а также поступательному потоку, моделирующему естественный сток подземных жидкостей. Сочетание источников, стоков и поступательного потока лежит в основе модели распространенных подземных потоков [3]. Для случая изотропной однородности грунта комплексный потенциал задается имеет вид $w = \varphi + i\psi$, $\varphi = k(p + h)$.

Пусть эксплуатационная скважина, расположенная в горизонтальном пласте, имеет концентрическую к ней область питания. Положим, что отношение радиуса области питания к радиусу равно 10^3 . Относя все расстояния и скорости соответственно к радиусу и скорости на границе области питания, комплексный потенциал течения запишем в виде:

$$w = -\ln z = \varphi + i\psi. \quad (6)$$

В случае установившихся течений линии тока получим

$$\Psi = \Psi(x, y) = \Psi_0(x_0, y_0) = \Psi^*(\tau). \quad (7)$$

Обозначим $\sigma = \frac{V_{\Pi}}{V_0} = \frac{\text{объем пор}}{\text{объем пласта}}$. Вопрос об определении границы раздела жидкостей в этом случае сводится к нахождению $z = f(w)$ и вычислению интеграла

$$\int \frac{\sigma\mu}{k} \left[\left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi} \right)^2 \right] d\varphi = t + c. \quad (8)$$

Если рассмотреть обратную функцию для (6), то можно определить x и y , как функции φ и Ψ в виде

$$x(\varphi, \Psi) = e^{-\varphi} \cos \Psi, \quad y(\varphi, \psi) = -e^{-\varphi} \sin \Psi. \quad (9)$$

С учетом (9) при постоянном $\Psi = \Psi_0$ имеем

$$\frac{1}{v_*^2} = \left(\frac{\partial x}{\partial \varphi} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \varphi} \right)^2 = e^{-2\varphi}. \quad (10)$$

Использование соотношения (10) сведет задачу в определения продвижения границы раздела несжимаемых жидкостей к квадратуре вида

$$\frac{\sigma\mu}{k} \int e^{-2\varphi} d\varphi = t + c. \quad (11)$$

Из (9), (10) и (11) получим соотношения

$$t = \frac{\sigma\mu}{2k} [x_0^2(\tau) + y_0^2(\tau) - x^2 - y^2], \quad xy_0(\tau) = yx_0(\tau), \quad (12)$$

которые в неявном виде в параметрической форме определяют уравнение границы раздела несжимаемых жидкостей для любого момента времени.

Действительно, пусть, например, в начальный момент времени $t = 0$ граница раздела жидкостей представляет собой эллипс (рис.1). Параметрическое уравнение имеет следующий вид:

$$x_0 = 0,6 \sin \tau, \quad y_0 = 0,2 + 0,8 \cos \tau. \quad (13)$$

Из (12), (13) получим

$$t = \frac{\sigma\mu}{2k} [0,4 + 0,32 \cos \tau + 0,2 \cos^2 \tau - x^2 - y^2],$$

$$(0,2 + 0,8 \cos \tau)x = 0,6y \sin \tau. \quad (14)$$

Уравнения (14) в параметрической форме определяют положение границы раздела (13) для любого момента времени. Соответствующее графическое представление границ раздела дано на рис. 1.

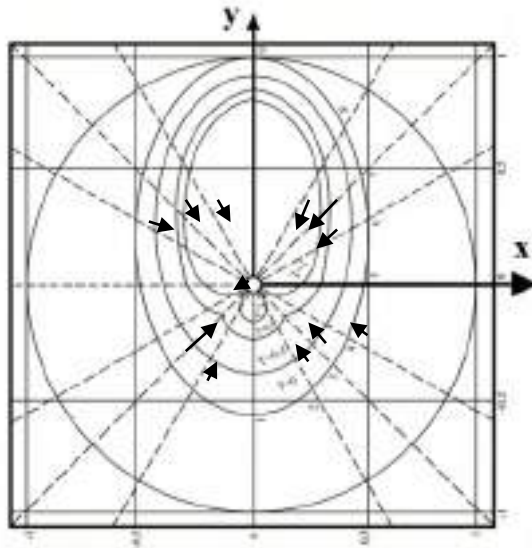


Рис.1. Графическое представление положения границ раздела

Рассмотренный конкретный случай представляет интерес для анализа модели свободного потока грунтовых вод, стекающего в бассейн, границами которого являются стороны прямоугольника. Методы моделирования фильтрационных потоков с учетом сложных геологических условий, связанных с загрязнениями скважин, являются результатом изучения исходных дифференциальных уравнений и последующего применения фундаментальных фильтрационных теорем. Важно отметить, что эффективным инструментом является аппарат конформных и квазиконформных преобразований. В качестве современного перспективного направления следует отметить различные постановки задач анализа загрязнений в скважинах и водоемах и решение этих задач с помощью компьютерного моделирования и визуализации рассматриваемых процессов в специализированных пакетах программ (в частности, в PLAXIS Output).

Список литературы

1. Петров Н.П., Петрова С.Н., Коржавина Н.В., Лисовский Е.В. Напорная фильтрация разноцветной жидкости в сложных гидрогеологических условиях // Наукоемкие технологии. 2022. Т. 23. № 8. С. 15 –24.
2. Голубева О.В. Двумерные динамические процессы в анизотропных средах // ПММ. 1980. Т. 44. Вып. 1. С. 166 – 171.
3. Петров Н.П., Петрова С.Н., Коржавина Н.В., Лисовский Е.В. Синтез и анализ математической модели движения гетерогенной жидкости в скважине // Нелинейный мир. 2021. Т. 19. № 3. С. 37 – 45.

4. *Мусина А.А.* Об основных математических моделях и приближенном методе теории фильтрации // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2021. № 3 (211). С. 25 – 31.

5. *Пивень В.Ф.* Математические модели фильтрации жидкости. Орел: Изд-во Орловского гос. ун-та им. И.С. Тургенева, 2015. 408 с.

Научное издание

**СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ,
СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ:
МОДЕЛИРОВАНИЕ, УСТОЙЧИВОСТЬ,
СТАБИЛИЗАЦИЯ,
ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ**

**Материалы IX Международной
научно-практической конференции**

24-25 апреля 2023 г.

*Технический редактор – М.О. Мельников
Техническое исполнение – В.М. Гришин
Книга печатается в авторской редакции*

Формат 60 x 84 1/16. Гарнитура Times. Печать трафаретная.
Печ.л. 18,9 Уч.-изд.л. 18,7
Тираж 500 экз. (1-й завод 1-30 экз.). Заказ 43

Отпечатано с готового оригинал-макета на участке оперативной полиграфии
ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»
399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1