

*На правах рукописи*



**МОЗГОВАЯ Мария Александровна**

**МЕТОДИКА КОНСТРУИРОВАНИЯ  
ГРАФИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ ПОНЯТИЙ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ  
С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМ ДИНАМИЧЕСКОЙ МАТЕМАТИКИ**

5.8.2 Теория и методика обучения и воспитания  
(математика, уровень общего образования)

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата педагогических наук

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Армавирский государственный педагогический университет»

**Научный руководитель:** доктор педагогических наук, профессор  
**Санина Елена Ивановна**

**Официальные оппоненты:** **Смирнов Евгений Иванович**,  
доктор педагогических наук, профессор,  
ФГБОУ ВО «Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского», кафедра математического анализа, теории и методики обучения математике, заведующий кафедрой.

**Таранова Марина Владимировна**,  
кандидат педагогических наук, доцент,  
ФГБОУ ВО «Новосибирский государственный педагогический университет», кафедра алгебры и математического анализа, доцент

**Ведущая организация:** Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Северо-Восточный федеральный университет имени М.К. Аммосова»

Защита диссертации состоится «07» ноября 2023 г. в 10.00 часов на заседании объединенного диссертационного совета 99.2.084.02 по защите докторских и кандидатских диссертаций, созданного на базе ФГБОУ ВО «Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина», ФГБОУ ВО «Сыктывкарский государственный университет имени Питирима Сорокина», по адресу: 399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28, ауд. № 301.

С диссертацией можно ознакомиться в читальном зале научной библиотеки Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина по адресу: 399740, Липецкая область, г. Елец, ул. Коммунаров, д. 28 и на сайте <https://elsu.ru/dissovet2022/ods99208402/defence/329>

Автореферат разослан «\_\_\_» октября 2023 года

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Е.Н. Герасимова

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** Обучение геометрии занимает особое место в развитии мышления обучающихся средней школы, в формировании компонентов и качеств мышления, необходимых не только для продолжения образования и освоения новых областей знаний, но и обеспечивающих успешность будущей профессиональной деятельности и полноценность повседневной жизни в современном обществе. Специфика геометрического содержания математической подготовки в школе способствует овладению математическими методами познания окружающего мира, развитию логического мышления, овладению графическими, символическими умениями и навыками, необходимыми для развития пространственного мышления обучающихся.

На изменение внутренней и внешней политики Российской Федерации в сфере применения информационных и коммуникационных технологий и развития информационного общества направлен Указ Президента Российской Федерации от 9 мая 2017 г. № 203 «Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы.

В целях реализации указа в сфере образования принято постановление Правительства РФ от 07.12.2020 г. № 2040 «О проведении эксперимента по внедрению цифровой образовательной среды». Для оснащения организаций современным оборудованием и развития цифровых сервисов и контента для образовательной деятельности принято Постановление Правительства Российской Федерации от 16.11.2020 г. № 1836 «О государственной информационной системе «Современная цифровая образовательная среда» и разработан Федеральный проект «Цифровая образовательная среда». Создание и внедрение современной и безопасной цифровой образовательной среды направлено на «обеспечение формирования ценности к саморазвитию и самообразованию у обучающихся образовательных организаций всех видов и уровней, путем обновления информационно-коммуникационной инфраструктуры, подготовки кадров, создания федеральной цифровой платформы».

В связи с изменением образовательной среды возникает необходимость поиска новых методов и средств обучения математике, в целом, и геометрии, в частности.

Одним из аспектов обеспечения цифрового обучения является использование систем динамической математики (СДМ). В настоящее время в обучении используются программы динамической геометрии (DGS): Живая математика, GeoGebra, Cinderella, Geometria, Cabri 3D, Kig, C.a.R., Geometrix, MathKit, GeoView, 1С: Математический Конструктор и др.

Созданная на их основе цифровая образовательная среда, способствует реализации целей федеральных государственных образовательных стандартов: повышению качества обучения и формированию компьютерной компетенции обучающихся основной и средней школы. Это обуславливает потребность по-новому взглянуть на проблему обучения школьников успешному решению геометрических задач, поиска методических подходов, обеспечивающих

единство традиционных и цифровых средств обучения геометрии в формировании графических образов геометрических понятий.

Специфика геометрического материала требует от учащегося овладения многими умениями и навыками, наличие которых связано с необходимостью математического, логически обоснованного, графического, символического, словесно оформленного решения задач геометрической составляющей основного государственного экзамена (ОГЭ) и единого государственного экзамена (ЕГЭ) по математике. При отсутствии в школьной программе учебного предмета черчения актуализируется проблема формирования графических умений в процессе обучения геометрии. Как показывают результаты ЕГЭ, уровень графических умений у выпускников средних школ является крайне невысоким, что делает задачи по стереометрии сложными, а то и «нерешаемыми». Это обуславливает необходимость построения методики конструирования графических образов геометрических понятий в обучении геометрии в старших классах средней общеобразовательной школы.

**Степень разработанности научной проблемы.** Обучению геометрии в школе посвящены исследования Г.Д. Глейзера, В.А. Гусева, В.В. Орлова, Н.С. Подходовой, Е.В. Потоскуева, Е.И. Саниной, И.М. Смирновой, М.В. Тарановой, О.В. Тарасовой, Р.С. Черкасова, Н.В. Четверухина и др.

Проблемам, связанным с графическим сопровождением курса стереометрии, посвящены работы многих методистов Ж. Адамара, Н.Ф. Четверухина, А.Д. Семушина, Л.М. Лоповок, Р.С. Черкасова, Н.М. Бескина, Г.И. Саранцева и др.

Методистами-математиками такими как, Л.И. Боженкова, А.В. Василенко, В.А. Гусев, З.А. Скопец, Г.Д. Глейзер, В.А. Далингер, Н.Ф. Четверухин, Р.С. Черкасов и др., показано, что обучение решению различного рода задач способствует проявлению приёмов мышления, в том числе и пространственного.

Развитию пространственного восприятия и пространственных представлений в процессе обучения геометрии в начальной, основной и средней школе посвящены работы С.Б. Верченко (1983), Ю.А. Волковой (2004), И.Г. Вяльцевой (1972), С.Ю. Дивногоцевой, Е.А. Захаровой (2003), Е.В. Знаменской (1995), Н.С. Кудаковой (1999), Л.А. Миносяна (1983), А.В. Мухановой (2004), Л.П. Петрич (2003), А.А. Постнова (1966), Т.В. Л.С. Секретарёвой (2007), Н.И. Царькова (2001), А.Р. Черняевой (2004) др.

Формирование графических навыков и графической грамотности рассматривалось в работах А. Амирбекова (1984), Л.Н. Барановой (2000), С.М. Ганеева (2004), Г.И. Ковалёвой (2017) С.И. Кийко (1998), Т.А. Покровской (2003), А.В. Фурмана, О.Н. Щепина (1999) и др.

Е.И. Смирновым разработана концепция наглядно-модельного обучения, которая нашла отражение в трудах В.С. Абатуровой, В.Л. Жолудевой, Р.М. Зайниева, Т.Н. Карповой, Н.Д. Кучугуровой, И.Н. Муриной, В.Н. Осташкова, Т.В. Скоробогатовой, Е.Н. Трофимец и др.

Формирование пространственных образов с опорой на идеи фузионизма нашло отражение в исследованиях Ю.В. Булычевой (2006), Н.Я. Варнавской (2005), З.Р. Федосеевой (1998), В.Н. Фрундина (1998) и др.

Развитию пространственного мышления посвящены работы Т.А. Будановой (2009), Н.Н. Зепновой (2005), И.А. Кочетковой (1997), Н.И. Никулиной (2006), Н.Н. Орловой (2001), М.В. Подаева (2011), О.Ю. Тихомировой (2004), В.М. Шевченко (2006) и др.

Обучение геометрии с применением информационных технологий представлено в работах А.Н. Горшковой (2003), М.Н. Марюкова (1998), М.Г. Мехтиева (2002), использование GeoGebra представлено в работах А.Н. Бакурова, М.А. Павловой (2017), В.И. Рыжика, М.В. Тарановой, М.В. Шабановой, Т.С. Шириковой (2014), А.В. Ястребова и др.

В.Р. Майер (2001) разработал концепцию геометрической подготовки учителя математики на основе новых информационных технологий. М.А. Артюхина, Е.И. Санина (2016) разработали концепцию интерактивного обучения математике бакалавров гуманитарного направления подготовки в информационной образовательной среде.

В последнее десятилетие в обучении математике, как в средней школе, так и в вузе предлагаются различные подходы к внедрению в учебный процесс информационных технологий и программных средств обучения. Система компьютерного сопровождения обучающего курса стереометрии в средней школе представлена в работах О.А. Гришиной (2013). Компьютерная анимация в обучении математике рассматривалась В.В. Абдулкиным, С.И. Колачёвой, М.А. Кейв, С.В. Лариным (2019). Н.Р. Колмакова (2021) предложила формирование функциональных понятий при поддержке в среде «Живая математика».

Однако, в настоящее время не существует методического обоснования системы обучения геометрии в цифровой образовательной среде. Решение проблемы конструирования графических образов понятий в обучении геометрии возможно с использованием систем динамической геометрии. Решение стереометрических задач невозможно без наличия у решающего умения выполнять адекватный условию проекционный чертеж. Теоретические основы построения изображения пространственной конструкции на плоском чертеже составляет композиция преобразований параллельной проекции на плоскость и преобразование подобия этой плоскости. Однако, точное построение чертежа с соблюдением всех требований на уроке неосуществимо, да и не нужно. На этот факт указывал Н.Ф. Четверухин, различая «иллюстративный чертёж» и «чертёж решающий». Не ставя перед собой задачу строгого выполнения «чертежа решающего», учитель должен добиться от учащихся грамотного и быстрого выполнения «иллюстрирующего чертежа».

Конструирование графических образов понятий в обучении геометрии имеет положительное влияние на формирование пространственных образов и представлений.

Констатирующий этап эксперимента, анализ результатов проведения ОГЭ и ЕГЭ и ежегодное тестирование первокурсников направления подготовки ба-

калавриата «Педагогическое образование», направленность «Математика» в Армавирском государственном педагогическом университете подтвердил, что у большинства учащихся крайне слабая связь между словесным определением того или иного геометрического понятия и соответствующим графическим образом. Прямым следствием является тот факт, что около 80 % выпускников (средний балл ЕГЭ по математике выше 70) стараются, например, изображение правильной треугольной пирамиды построить с помощью равнобедренных треугольников, что делает чертеж не наглядным и не читаемым.

Результаты экспериментальной и аналитической работы, характеризующие уровень предметной подготовки учащихся по геометрии, теоретический анализ разнообразных литературных источников (монографий, диссертаций, статей, учебников, отчетов, документов министерств и ведомств), позволили выделить ряд **противоречий**:

– между наличием нормативных документов «Стратегия развития информационного общества в Российской Федерации на 2017-2030 годы», в том числе, и в образовательной сфере и недостаточным методическим обоснованием изменений, происходящих в образовательной среде в направлении цифровизации в обучении математике и, в частности, геометрии в старших классах;

– между дидактическими возможностями цифровых средств обучения в процессе обучения геометрии и необходимостью использования новых средств, форм и методов обучения для актуализации когнитивной деятельности по выявлению и моделированию динамических связей и отношений между отдельными элементами графического образа геометрического понятия;

– между развивающим потенциалом конструирования в цифровой среде графических образов геометрических понятий в обучении и не разработанностью методики конструирования графических образов в обучении геометрии с использованием систем динамической математики с эффектом развития пространственного мышления обучающихся.

Именно эти противоречия и позволили сформулировать **проблему исследования**: какова методика конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики с эффектом развития пространственного мышления обучающихся?

Проблема определила выбор **темы** исследования: «**Методика конструирования графических образов понятий в обучении геометрии с использованием систем динамической математики**».

**Объект исследования**: процесс обучения геометрии в средней школе в условиях цифровой образовательной среды.

**Предмет исследования**: методика конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики с эффектом развития пространственного мышления обучающихся.

**Цель исследования**: разработать, теоретически обосновать и экспериментально проверить методику конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики с эффектом развития пространственного мышления обучающихся средней школы.

В основу исследования положена следующая **гипотеза**: методика конструирования графических образов понятий в обучении геометрии в старших классах средней школы с использованием систем динамической математики с эффектом развития пространственного мышления обучающихся будет эффективной, если:

- в основе конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики будет метод наглядного моделирования содержания понятий;

- будет обеспечена этапность и актуализация когнитивной деятельности по выявлению и моделированию динамических связей и отношений между отдельными элементами геометрического образа;

- будет организован рефлексивный контроль наглядности моделирования и словесно-логического обоснования построения графических образов геометрических понятий.

В соответствии с целью и гипотезой поставлены следующие **задачи** исследования:

- уточнить сущность конструкта «графический образ геометрического понятия»: выявить его содержание, структуру и основные характеристики;

- разработать методику конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики (на примере GeoGebra) на основе метода наглядного моделирования;

- выявить критерии отбора заданий и разработать иерархический банк задач на конструирование графических образов геометрических понятий;

- разработать структурно-функциональную модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению стереометрических задач с использованием GeoGebra;

- провести экспериментальную работу по конструированию графических образов геометрических понятий с эффектом развития пространственного мышления обучающихся в старших классах средней школы с использованием систем динамической математики.

**Методологическую и теоретическую основу диссертационного исследования** составили:

- системный, личностно-деятельностный и средовой подходы, основанные на идеях целостности, фундаментальности, эволюционности;

- труды психологов, методистов-математиков по формированию пространственного мышления (Б.Г. Ананьев, Е.Н. Кабанова-Меллер, И.Л. Каплунович, А.Н. Леонтьев, Б.Ф. Ломов, Ж. Пиаже, С.Л. Рубинштейн, И.С. Якиманская и др.);

- исследования по конструированию образов геометрических понятий и развитию пространственного мышления при обучении решению стереометрических задач (А.В. Василенко, В.А. Гусев, Г.Д. Глейзер, Л.И. Боженкова, В.А. Далингер, Г.И. Ковалева, В.А. Крутецкий, Е.В. Потоскуев, З.А. Скопец, Н.Ф. Четверухин, Р.С. Черкасов и др.);

– основы обучения в цифровой образовательной среде (С.А. Бешенков, Л.Л. Босова, А.Ю. Уваров, М.А. Шутиков и др.).

– научные работы по изучению использования информационных технологий в области обучения стереометрии (А.А. Домунян, О.А. Кривцов, В.Р. Майер, Т.Ф. Сергеева, И.В. Трайнев, И.Г. Захарова, М.А. Павлова, Р.С. Рафикова, Е.И. Смирнов, М.В. Таранова, Ю.А. Толыпина, М.В. Шабанова, Т.С. Ширикова, С.В. Щербатых, А.В. Ястребов и др.);

– различные подходы и концепции наглядного обучения математике, позволяющие рассматривать процесс обучения геометрии в тесной связи со знаково-символической и графической деятельностью обучающихся (В.Г. Болтянский, П.Я. Гальперин, В.В. Давыдов, Л.В. Занков, Н.Г. Салмина, Е.И. Смирнов, Л.М. Фридман, В.Д. Шадриков и др.).

**Организация и этапы исследования.** Исследование проводилось в течение 2015-2022 гг. на базе ФГБОУ ВО «Армавирский государственный педагогический университет».

Этапы исследования:

– на первом этапе (2015 – 2017 гг.) был проведен анализ психолого-педагогической, методической, учебно-методической литературы по проблеме исследования, результатом которого явилось уточнение проблемы, разработка замысла понятийного аппарата исследования, анализ и обобщение передового и массового педагогического опыта, констатирующий этап эксперимента, разработан научный аппарат исследования;

– на втором этапе (2018 – 2020 гг.) была разработана и апробирована структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению стереометрических задач с использованием GeoGebra, и методика конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики (на примере GeoGebra) на основе метода наглядного моделирования с эффектом развития пространственного мышления в обучении геометрии;

– на третьем этапе (2021–2022 гг.) выполнен формирующий эксперимент, проведён анализ, систематизация и обобщение результатов экспериментальной работы, оформлены результаты исследования, сформулированы положения, выносимые на защиту; подготовлен ряд научных публикаций, отражающих основные результаты исследования.

**Научная новизна** проведенного исследования заключается в том, что:

1. Уточнена сущность конструкта «графический образ геометрического понятия»:

– содержание понятия раскрывается через знаково-символическую и словесно-логическую деятельность как результат познавательного процесса наглядного изображения геометрического объекта, который включает создание графических моделей геометрических понятий (объектов), визуализацию (представление) изображений графических образов объектов на моно и стереоэкранах, движение графических объектов (анимация);



– структура графического образа состоит из геометрических примитивов (точки, линии, плоскости, поверхности, простейшие геометрические тела), из них формируются детали, из которых создаются конструкции объектов;

– основные характеристики: наглядность, информационность, декомпозируемость.

2. Разработана методика конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики (на примере GeoGebra) на основе метода наглядного моделирования с эффектом развития пространственного мышления в обучении геометрии. Методика состоит из трёх блоков: организационно-целевого, операционально-содержательного и контрольно-оценочного.

Организационно-целевой блок методики определяет цели и этапы обучения. Детальное описание целей обучения на каждом этапе.

Операционально-содержательный блок обеспечивает выбор оптимальных форм, методов и средств обучения, отбор содержания. Определены инструментарий и структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению стереометрических задач с использованием GeoGebra. Специфику процессуального блока методики отражают такие методы обучения учащихся решению геометрической задачи, как наглядное моделирование и рефлексивный контроль.

Контрольно-оценочный блок содержит тестовый контроль и диагностические задачи для определения уровня конструирования графических образов геометрических понятий. Представлены критерии и показатели оценки качества результатов обучения (мотивационный, когнитивный, технологический).

3. Выявлены критерии отбора заданий и разработан иерархический банк задач на конструирование графических образов геометрических понятий. Разработана структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения обучения геометрии с использованием GeoGebra.

**Теоретическая значимость исследования** состоит в следующем:

1. Обоснована методика конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики (на примере GeoGebra). Методика базируется на актуализации средового, системного, деятельностного подходов в управлении уровневой когнитивной деятельностью обучающихся в реализации трёх этапов: организационно-целевого, операционально-содержательного и контрольно-оценочного.

2. Выявлены этапы формирования графических образов геометрических понятий в условиях цифровой образовательной среды и их влияние на развитие пространственного мышления обучающихся. Процесс обучения конструированию графических образов на основе наглядного моделирования с применением динамических систем математики преодолевает ряд закономерных этапов своего развития: от представления пространственных образов, к установлению отношений между ними путем оперирования самими образами и их элементами к обобщению этих отношений и к созданию пространственных образов в собственных наиболее развитых и самостоятельных формах.

3. Обосновано и раскрыто содержание компонентов структурно-функциональной модели компьютерного сопровождения обучения геометрии с использованием цифровых инструментов на основе метода наглядного моделирования с эффектом развития пространственного мышления обучающихся.

4. Доказано, что основой конструирования является наглядное моделирование графических образов геометрических понятий, базирующееся на познавательной активности, устойчивости восприятия на основе эффекта понимания и процессах моделирования. Наглядная модель может быть представлена как самостоятельный физический объект, как символический и графический образ в мыслях, так и записан ручным способом или с применением компьютера.

**Практическая значимость исследования** состоит в следующем:

реализована структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения обучения геометрии с использованием цифровых инструментов.

Разработаны иерархические комплексы задач с использованием цифровых инструментов на примере темы «Комбинация многогранников и круглых тел».

Разработана методика диагностики уровней сформированности процессов конструирования графических образов геометрических понятий.

Результаты исследования могут быть использованы учителями общеобразовательных школ в практике обучения учащихся решению геометрических задач, а также преподавателями учреждений высшего образования, реализующих подготовку учителей математики.

**Достоверность и обоснованность** результатов исследования обеспечиваются использованием научных методов, адекватных объекту, предмету, цели и задачам исследования; результатами экспериментальной проверки гипотезы и применением полученных результатов исследования в обучении математике в цифровой образовательной среде.

**Апробация и внедрение** результатов исследования осуществлялась через выступления с докладами:

– на международных конференциях:

«Проблемы теории и практики обучения математике», «Герценовские чтения», СПб.: РГПУ им. А.И. Герцена (2014, 2017); IV международной научной конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 80-летию Е.В. Потоскуева), Тольятти (29 – 30 ноября 2019); VII Международной научно-практической конференции «Актуальные проблемы современного образования. Организация исследовательской деятельности в образовательных учреждениях», Астрахань (2019, 2021, 2023); на XV Колмогоровских чтениях: Международной научно-практической конференции, посвященной памяти профессора М.И. Зайкина, Арзамас (10-13 сентября 2019г.); на Международной научной конференции «Фундаментальные проблемы обучения математике, информатике и информатизации образования», Елец 30 сентября-2 октября 2022 г.

– на всероссийских конференциях и семинарах:

«Тенденции и проблемы развития математического образования», Армавир (2013, 2014, 2015, 2017); «Современная система педагогического образования: Опыт прошлого – взгляд в будущее», Армавир (2014, 2019); «Современный урок: проблемы разработки и реализации» Всероссийская научно-практическая конференция (г. Армавир, 6-7 ноября 2019);

– на региональных научно-методических конференциях:

Армавирский государственный педагогический университет – региональный центр развития личностного ресурса субъектов образования, Армавир (2017).

### **Положения, выносимые на защиту:**

1. Построение методики обучения геометрии в цифровой образовательной среде динамической математики (на примере GeoGebra) на основе наглядного моделирования графических образов геометрических понятий позволяет активизировать познавательный интерес и интерактивную познавательную деятельность с эффектом развития пространственного мышления обучающихся.

Дидактические возможности систем динамической математики обеспечивают новый уровень реализации технологий обучения геометрии средствами наглядного моделирования на основе интерактивной деятельности. Использование комплекта динамических визуальных дидактических материалов в процессе обучения геометрии способствует целостности восприятия и преодолению фрагментарности в формировании графических образов геометрических понятий.

2. Методика конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической математики с эффектом развития пространственного мышления обучающихся обеспечивает рациональное использование динамических систем и интерактивности при графическом изображении геометрического чертежа. Наглядное моделирование в конструировании графических образов геометрических понятий проходит следующие этапы:

– восприятие наглядного образа геометрического объекта (рисунок или оригинал объекта);

– словесно-логическое описание геометрического образа и наглядное его представление (изображение и анализ чертежа);

– доказательство адекватности визуального представления (графического образа) на основе обобщения отношений геометрических объектов;

– математическое описание графического образа и изображение его ручным способом, сочетание обучающего и развивающего эффекта посредством визуализации математической модели.

Специфическим результатом обучения геометрии с использованием систем динамической математики является формирование пространственных представлений графических образов и оперирование ими в процессе решения стереометрических задач.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографии (190 наименований), 7 приложений; иллюстрирована 1 схемой, 6 таблицами и 33 рисунками.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность, сформулированы проблема, цель, гипотеза исследования, определены объект, предмет, задачи и методы исследования, выявлены методологическая и теоретическая основы исследования, раскрыты научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, приведены положения, выносимые на защиту.

В первой главе «**Теоретико-методологические основы конструирования графических образов геометрических понятий в цифровой образовательной среде**» рассматриваются историко-методологические вопросы обучения геометрии и особенности обучения в цифровой образовательной среде.

Становление цифрового образования происходит на фоне вступления науки в новый постнеклассический этап своего развития (В.Г. Буданов, Е.Н. Князева, С.П. Курдюмов, В.М. Курейчик, Г.Г. Малинецкий, В.И. Писаренко, В.С. Степин и др.), основанный на идеях целостности, фундаментальности, эволюционности, самоорганизации и его направленности на человека.

Современная образовательная среда, являясь внешним фактором перестройки системы образования, в целом, и методики обучения математике, в частности, несёт тенденции цифровизации. Тем самым, обуславливает основное противоречие современного математического образования: между необходимостью обеспечения интерактивного характера обучения на основе нового уровня педагогического взаимодействия в цифровой образовательной среде и текущей практикой обучения на основе традиционных методов и средств обучения. В этой связи встаёт вопрос об изменении методической системы обучения геометрии и в решении проблемы конструирования графических образов геометрических понятий с эффектом развития пространственного мышления обучающихся в средней школе. Рациональное использование систем динамической математики и традиционных методов и средств развития пространственного мышления дают специфический результат при графическом изображении геометрического чертежа к задаче.

Цифровая образовательная среда, включающая электронные образовательные ресурсы, дополняется интерактивными геометрическими средами, которые представляют собой программное обеспечение, позволяющее выполнять геометрические построения на компьютере таким образом, что при изменении одного из геометрических объектов чертежа остальные также изменяются, сохраняя заданные отношения. Это обеспечивает обучающихся развитием умений геометрического моделирования на компьютере, что способствует актуализации их когнитивной деятельности через создание сложных геометрических образов. Среди математического программного обеспечения, одним из самых вос-

требуемых инструментов, включающих в себя геометрию, алгебру, таблицы, графы, статистику и арифметику в одном пакете является GeoGebra. На официальном сайте программы можно скачать версию под необходимую операционную систему (так же возможна установка на смартфоны и планшеты), обладает простым интуитивным интерфейсом, поддерживает русский язык и может использоваться в режиме on-line. Главным достоинством GeoGebra является возможность создания динамических чертежей, а также возможность делиться, просматривать и редактировать работы других пользователей.

Формированию пространственных образов геометрических понятий у учащихся посвящены исследования: А.В. Василенко, Г.Д. Глейзера, В.А. Гусева, В.В. Орлова, Н.С. Подходовой, И.М. Смирновой, Р.С. Черкасова, Н.В. Четверухина, И.Ф. Шарыгина и др. Анализ методических исследований конца XX – начала XXI веков показал, что выделяются следующие направления исследований в методике обучения геометрии: наглядная геометрия, развитие пространственных представлений учащихся посредством определенной дидактической организации изучения геометрического материала пропедевтического курса, реализация фузионистского подхода, использование определенных компьютерных программ. Однако, изменения, происходящие в образовательной среде, обуславливают поиск новых подходов к построению методической системы обучения геометрии в цифровой образовательной среде. Конструирование графических образов геометрических понятий в цифровой образовательной среде имеет ряд особенностей:

- интерактивность за счёт применения систем динамической математики;
- наглядность в представлении графических моделей геометрических объектов и представлении изображений графических образов в динамике;
- информационность: насыщенность содержанием, информацией, представление знаний в формализованном виде, накоплении, хранении и передачи визуальных данных;
- декомпозируемость способствует разделению проблемы конструирования графического образа на части, обучение графическим умениям на разных уровнях сложности стереометрической задачи, и с помощью объединения формируется умение конструировать графические образы геометрических понятий.

Таким образом, методическая система обучения геометрии основана на методе наглядного моделирования. Наглядное моделирование в обучении математике тесно связано с понятием образа, для нашего исследования интерес представляют абстрактные математические понятия, образы которых создаются в процессе восприятия, памяти, мышления и воображения. Наглядный метод в обучении основан не только на практическом действии с объектом изучения, что определяет деятельностный компонент наглядного обучения. В старших классах наглядное обучение математике происходит на двух уровнях: конкретном и абстрактном. Актуализируется знаково-символическая деятельность, графический образ представляет результат познавательной деятельности обучающихся по созданию графической модели как результат восприятия геометрического понятия.

Сущность феномена «графический образ геометрического понятия» заключается в том, что в процессе мышления образ даётся в форме понятия, суждения и умозаключения, результатом восприятия геометрического понятия является графическая модель. Содержание понятия включает графические модели геометрических понятий (объектов), визуализацию (представление) изображений графических образов объектов, движение графических объектов (анимация). Математический подход даёт ключ к пониманию графического образа как некоторого характерного чертежа, конфигурации, структуры. Структура графического образа состоит из геометрических примитивов (точки, линии, плоскости, поверхности, простейшие геометрические тела), из них формируются детали, из которых создаются конструкции объектов. Основные характеристики: наглядность, информативность, декомпозируемость.

Таким образом, конструирование графического образа геометрического понятия представляет собой процесс восприятия и построения наглядной модели геометрического понятия.

**Во второй главе** диссертации «**Формирование графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической геометрии**» представлена методика конструирования графических образов геометрических понятий с эффектом развития пространственного мышления обучающихся в старших классах средней школы с использованием систем динамической математики (на примере GeoGebra).

Методика состоит из трёх структурных компонентов: организационно-целевого, операционально-содержательного и контрольно-оценочного.

Организационно-целевой компонент методики определяет этапы и детальное описание целей обучения на каждом этапе.

Цель: обучение конструированию графических образов геометрических понятий на основе метода наглядного моделирования с использованием средств цифровой образовательной среды с эффектом развития пространственного мышления старшеклассников.

Операционально-содержательный компонент обеспечивает выбор оптимальных форм, методов и средств обучения, отбор содержания и разработку структурно-функциональной модели компьютерного сопровождения уроков геометрии с использованием систем динамической математики.

Контрольно-оценочный компонент обеспечивает систематическое использование обратной связи для оценки результатов и дальнейшей коррекции, и управления процессом обучения. Диагностические материалы представлены критериально-ориентированными тестами, цепочками задач: задачи, раскрывающие способность обучающегося создавать образ отличный от той графической основы, на которой этот образ первоначально создавался; задачи, показывающие изменение положения пространственного объекта и его элементов; задачи на полноту образа (отражение различных характеристик: формы, величины, пространственной размещенности, протяженности).

Для решения задач исследования необходимо рассмотреть структурно-функциональную модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по

решению стереометрических задач с использованием GeoGebra, учитывая сущность и периодизацию процесса формирования графических умений обучающихся (Схема 1). Под сопровождением понимается специфическая форма взаимодействия участников образовательного процесса в цифровой образовательной среде на основе концепции наглядного моделирования с использованием систем динамической геометрии и представляет собой целостный процесс изучения, формирования, развития и коррекции конструирования графических образов геометрических понятий с эффектом развития пространственного мышления обучающихся средней школы.

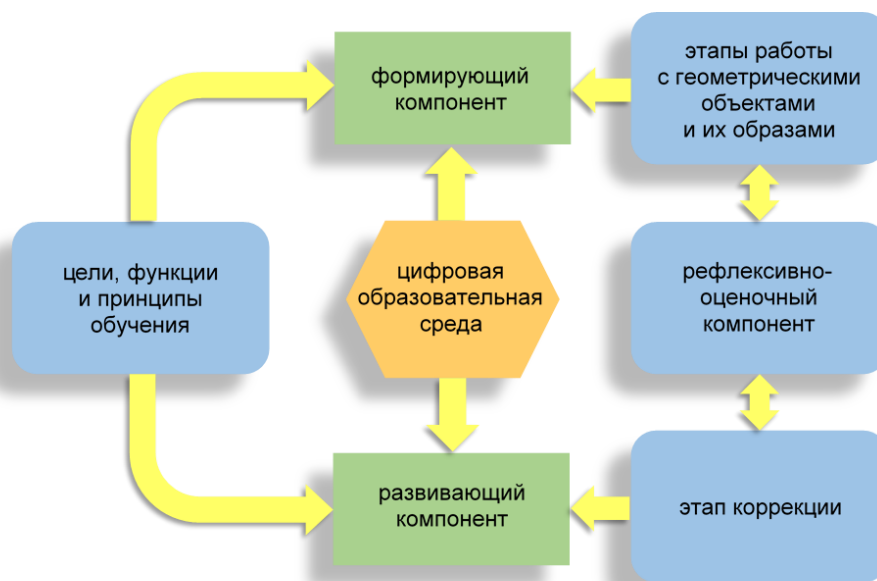


Схема 1. Структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения уроков геометрии

Этапы работы с геометрическими объектами и их графическими образами строятся в следующей последовательности:

1. Восприятие наглядного образа геометрического объекта (рисунок или оригинал объекта).
2. Словесно-логическое описание геометрического образа и наглядное его представление (изображение и анализ чертежа).
3. Динамическое представление, создание образа в GeoGebra, варьирование свойств геометрического объекта, запоминание образа.
4. Оперирование образом, изображение чертежа, словесно-логическое объяснение его построения.
5. Закрепление образа через решение задач с изменёнными условиями.
6. Развитие воображения через решение задач на комбинацию многогранников и круглых тел.
7. Оперирование геометрическими образами в изменённых условиях задачи, самостоятельное конструирование чертежа в GeoGebra.
8. Развитие пространственного мышления при решении исследовательских задач по геометрии с использованием инструментов СДМ.

Приведём пример работы над задачей с использованием системы динамической математики и методики компьютерного сопровождения обучения геометрии, на примере темы: «Комбинация многогранников и круглых тел».

Выявив большие затраты учебного времени, необходимого для решения задач на комбинацию многогранников и круглых тел; ограниченный запас пространственных образов учащихся, не позволяющий устанавливать необходимые зависимости между стереометрическими комбинациями и входящими в их состав элементами; возникновение трудности в переходе от трехмерного пространства к двумерному и обратно; недостаток наглядных моделей и, в связи с этим, трудность самого процесса объективного восприятия комбинаций многогранников и круглых тел свидетельствовало об актуальности конструирования графических образов геометрических понятий и развития пространственного мышления именно на данном типе задач.

Задача. Внутри куба  $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$  ребро, которого  $a$ , помещается конус так, что его вершина совпадает с одной из вершин куба, а окружность основания касается трех граней куба, сходящихся в противоположной вершине. Образующая конуса составляет с его осью угол  $\alpha$ . Определить радиус основания конуса.

1. Наглядный образ комбинации куба и конуса представлен на рисунке 1.

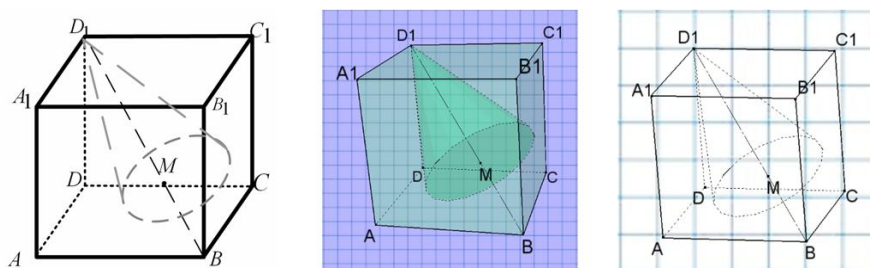


Рис.1

2. Построение чертежа.

Словесно-логическое описание геометрического образа и наглядное его представление. Вершина конуса находится в одной из вершин куба, и конус касается трех граней куба, выходящих из одной вершины, противоположной вершине конуса.

Вопросы, на которые надо ответить при построении чертежа: где находится центр основания конуса и чем является сечение куба, где находится основание конуса?

Возьмём противоположные вершины куба  $B$  и  $D_1$ .

Используя GeoGebra, будем конструировать модель чертежа задачи (рис.2).



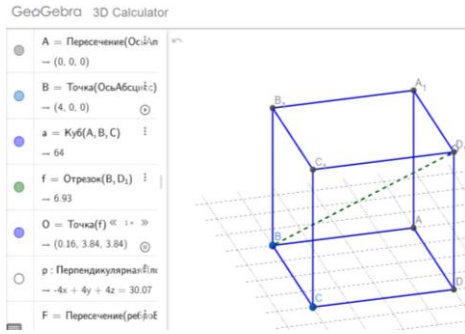


Рис. 2

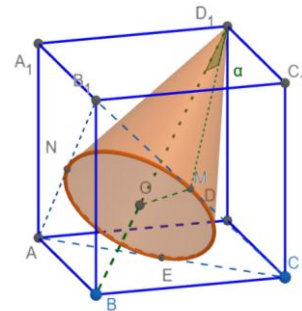


Рис. 3

Анализ и доказательство визуального вывода (рис. 3).

Ось конуса совпадает с диагональю куба  $BD_1$ , так как  $BD_1 \perp (ACB_1)$  и  $BD_1 \cap (ACB_1) = O$ , где точка  $O$  - центр тяжести равностороннего  $\triangle AB_1C$  ( $AD_1 = B_1C = AC$ ).

Докажем это.

1.  $DD_1 \perp (ADC)$ .

$BD_1$  – наклонная,  $BD$  – ее проекция,  $BD \cap AC$  – диагонали квадрата в основании куба,

$$BD \perp AC \Rightarrow BD_1 \perp AC$$

2.  $BB_1 \perp (A_1B_1C_1)$ ,

$BD_1$  – наклонная,  $B_1D_1$  – ее проекция,

$$BC_1 \perp BB_1 \Rightarrow BD_1 \perp BC$$

3.  $AC \cap BC = C \Rightarrow BD_1 \perp (AB_1C)$

$$\left. \begin{array}{l} BD_1 \perp A_1D_1 \\ A_1D_1 \parallel BC \end{array} \right\} \Rightarrow BD_1 \perp BC$$

$H = D_1O$ ,  $O$  – точка пересечения медиан,  $\triangle AB_1C$  – правильный

3. Динамическое представление, создание образа в GeoGebra, варьирование свойств геометрического объекта, запоминание образа (рис.4, рис.5).

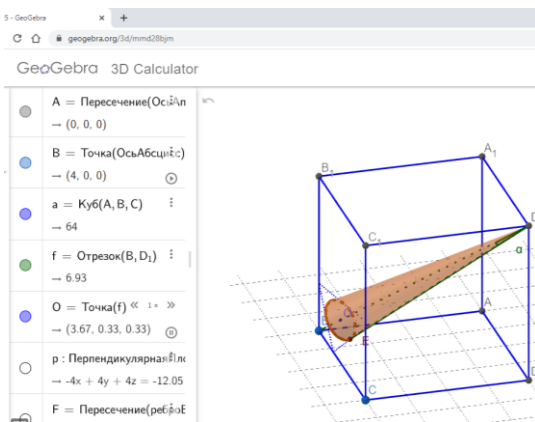


Рис. 4

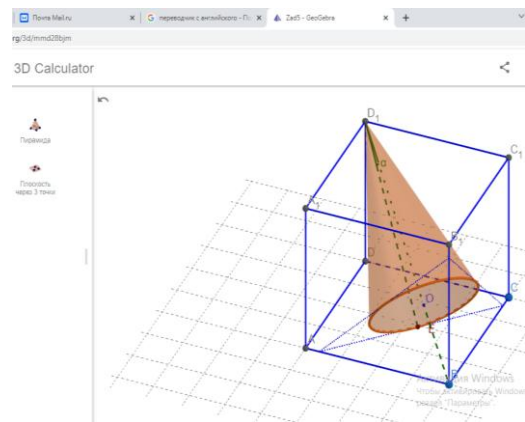


Рис.5

4. Оперирование образом, изображение чертежа, словесно-логическое объяснение его построения (рис. 3, рис. 6).

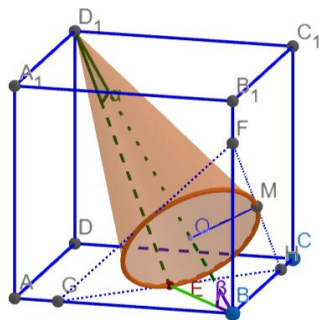


Рис. 6

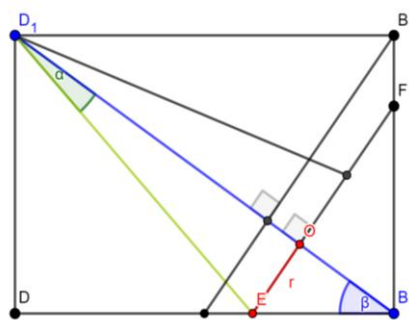


Рис. 7

5. Закрепление образа через решение задач на построение сечения (рис. 7). Рассмотрим диагональное сечение  $DD_1B_1B$  (рис.7).

$DB$  – диагональ основания куба, равная  $a\sqrt{2}$ ,  $D_1B$  – диагональ куба, равная  $a\sqrt{3}$ ,  $OE=x$  – искомый радиус конуса.

1. Пусть  $\angle OBE = \beta$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{EO}{BO} = \frac{DD_1}{DB} = \frac{a}{a\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \text{если } OE = x, \text{ то } OB = x\sqrt{2}$$

2. Рассмотрим

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{D_1O}{EO} = \frac{D_1B - OB}{EO} = \frac{a\sqrt{3} - x\sqrt{2}}{x}$$

3. Таким образом,

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{a\sqrt{3} - x\sqrt{2}}{x}; \quad x \operatorname{ctg} \alpha = a\sqrt{3} - x\sqrt{2};$$

$$x \operatorname{ctg} \alpha + x\sqrt{2} = a\sqrt{3}; \quad x(\operatorname{ctg} \alpha + \sqrt{2}) = a\sqrt{3}; \quad x = \frac{a\sqrt{3}}{\operatorname{ctg} \alpha + \sqrt{2}}.$$

Ответ:  $x = \frac{a\sqrt{3}}{\operatorname{ctg} \alpha + \sqrt{2}}.$

Таким образом, структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения обучения геометрии представляет собой системный метод проектирования, реализации, оценки, коррекции и последующего воспроизведения процесса обучения.

В экспериментальной работе участвовали 70 учащихся Краснодарского края, из них в Мостовском районе 37 человек, а в Новокубанском районе 33 человека.

Критериями оценки уровней развития пространственного мышления старшеклассников являются: успешность создания пространственного образа, соответствующего графическому изображению; подвижность образа (способность к произвольному изменению положения пространственного объекта, его элементов); широта оперирования (степень свободы манипулирования образом с учетом той графической основы, на которой образ первоначально создавался);

полнота образа (отражение различных характеристик: формы, величины, пространственной размещенности, протяженности); типы оперирования образом: изменение положения воображаемого объекта, изменение структуры объекта, комбинация первых двух преобразований.

Выделим условно три группы показателей и назовем их: мотивационный, когнитивный и технологический. Критерии: способность создавать отличительные образы от графической основы, пассивное или активное преобразование положения пространственного объекта и его элементов; полнота и точность изображения пространственного образа; типы оперирования образом (изменение положения воображаемого объекта, изменение структуры объекта, комбинация первых двух преобразований).

Таблица 1

*Показатели и критерии оценки  
уровня развития пространственного мышления*

Критерии Уровни	Мотивационный	Когнитивный	Технологический
I уровень (низкий)	Пассивное отношение к построению чертежа.	Отражение отдельных характеристик: формы, величины, пространственной размещенности, протяженности.	Использование готового чертежа к задаче.
II уровень (средний)	Проявляет интерес к построению чертежа изменение положения воображаемого объекта, изменение структуры объекта.	Способность к произвольному изменению положения пространственного объекта, его элементов)	Успешность создания пространственного образа, соответствующего графическому изображению.
III уровень (высокий)	Активное преобразование положения пространственного объекта, его элементов.	Степень свободы манипулирования образом с учетом той графической основы, на которой образ первоначально создавался.	Изменение положения воображаемого объекта, изменение структуры объекта, комбинация первых двух преобразований. Полнота и точность изображения пространственного образа.

Для диагностики уровней развития пространственного мышления мы пользовались тестом, который включил как задания, разработанные нами в ходе исследования, так и задания Т.В. Ткачевой, Н.Н. Зепновой. Время, выделенное на прохождение теста, составляет 40 минут. Данный тест позволил выявить и оценить уровень развития пространственного мышления старшеклассников, формируемый в процессе обучения стереометрии.

Для визуального сравнения экспериментального и контрольного классов удобно построить для них совместные диаграммы. По результатам таблицы 1 построим парную диаграмму (рис. 8).

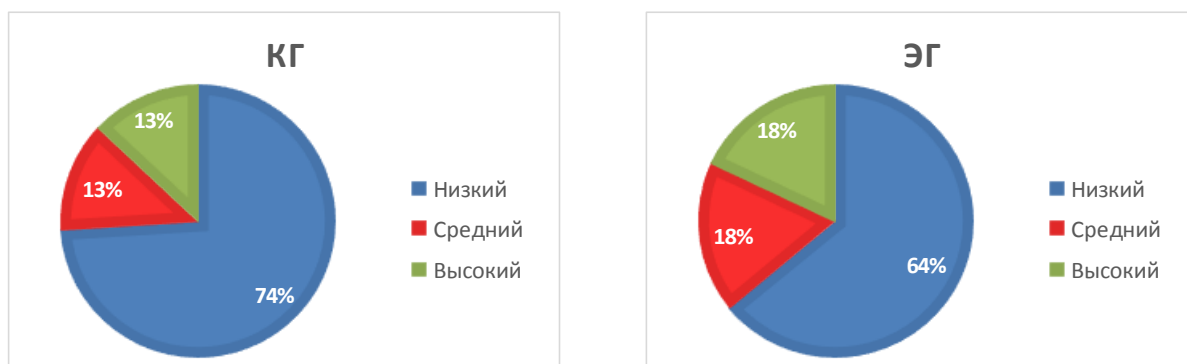


Рис. 8. Диаграммы контрольного и экспериментального классов до начала эксперимента

Итоги диагностического теста в двух группах показали следующие уровни развития пространственного мышления: высокий уровень в контрольной группе – 13%, в экспериментальной – 18%; средний уровень в контрольной группе – 13%, в экспериментальной – 13%; низкий уровень знаний в контрольной группе – 74%, в экспериментальной – 64%.

Сравнительный анализ каждой пары контрольной и экспериментальной групп обучающихся показал, что в обеих группах уровень развития пространственного мышления приблизительно одинаков.

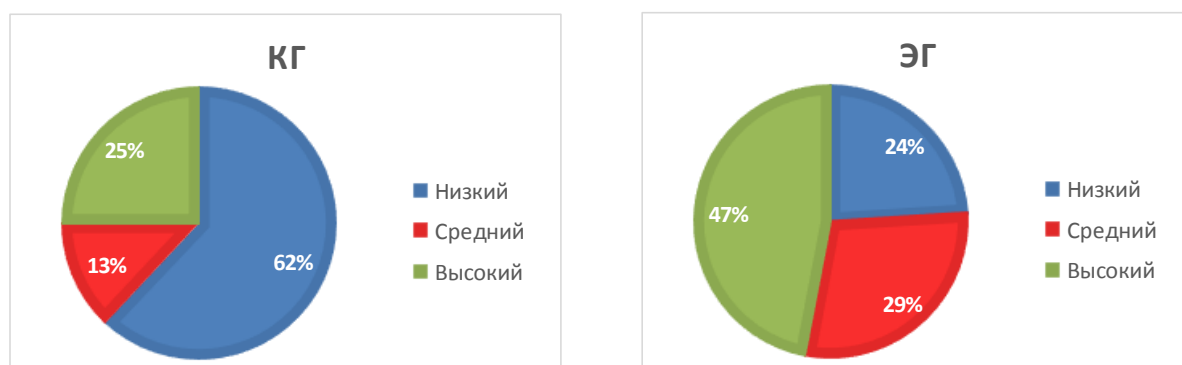


Рис.9. Диаграммы контрольного и экспериментального классов после окончания эксперимента

Круглые диаграммы (рис. 9) показали, что уровень пространственного мышления в этих группах имеет существенные различия: высокий уровень в контрольной группе – 25%, в экспериментальной – 47%; средний уровень в контрольной группе – 13%, в экспериментальной – 29%; низкий уровень знаний в контрольной группе – 62%, в экспериментальной – 24%. Полученные результаты позволяют сделать следующий вывод: развитие пространственного мышления в экспериментальных и контрольных классах после опытной работы различны.

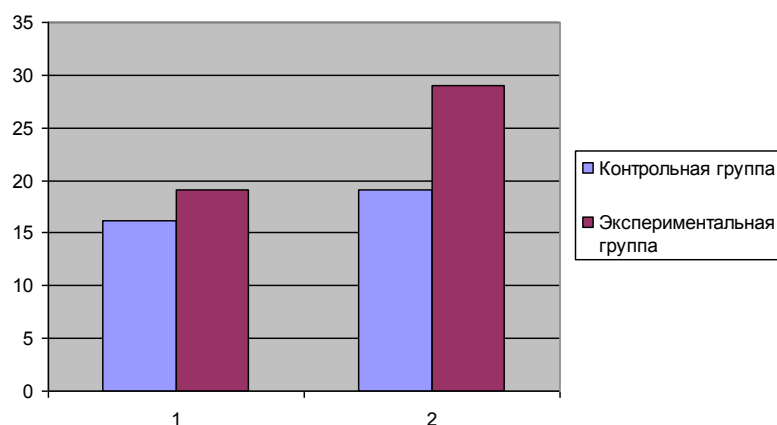


Рис.10. Сопоставление средних баллов обеих групп до и после эксперимента

Оценка полученных результатов проведена по критерию согласия  $\chi^2$  с уровнем статистической значимости  $\alpha = 0,05$ , принятом при проведении подобных педагогических экспериментов. Полученное, по результатам выполнения итоговой диагностической работы, эмпирическое значение  $\chi^2_{\text{эмп.}} = 13,29$  больше критического значения  $\chi^2_{\text{крит.}} = 7,815$  для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  и степени свободы  $\nu = 3$ . Более того, для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  критическое значение  $\chi^2_{\text{крит.}} = 11,345$ , что также меньше наблюдаемого значения статистики. Это свидетельствует о том, что различия в итоговых результатах не могут быть объяснены только случайными причинами, т.е. носят систематический, регулярный характер.

Результаты учащихся экспериментальной группы после прохождения занятий с использованием методической системы компьютерного сопровождения уроков геометрии на примере комбинаций многогранников и круглых тел выше, чем результаты учащихся контрольной группы (рис. 10). На основании этого можно утверждать, что использование предложенной методики конструирования графических образов в обучении геометрии с использованием систем динамической математики, оказывает положительный эффект на развитие пространственного мышления обучающихся.

**В заключении** обобщены основные результаты исследования и сформулированы следующие выводы:

1. Анализ научной литературы по теме исследования позволил уточнить и конкретизировать сущность понятия «графический образ геометрического понятия», выявить содержание понятия, структуру, характеристики и их особенности в цифровой образовательной среде, выработать тактику проектирования методической системы обучения геометрии с использованием СДМ.

2. Методика конструирования графических образов геометрических понятий с использованием систем динамической геометрии (на примере GeoGebra) на основе метода наглядного моделирования с эффектом развития пространственного мышления в обучении геометрии отвечает принципам постнеклассической образовательной парадигмы, основывается на деятельностном, системном и средовом подходах.

3. Создан банк задач по теме: «Комбинация многогранников и круглых тел». С учетом выявленных психологических особенностей пространственного мышления старших подростков разработана структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения обучения геометрии с использованием GeoGebra.

4. Эффективность разработанной и теоретически обоснованной методики подтверждена экспериментально.

Полученные выводы позволяют утверждать, что исходная гипотеза в процессе исследования подтвердилась, а поставленные задачи – были решены.

Проведенное исследование показало значимость внедрения его результатов в процесс обучения математике, но не исчерпывает содержания изучаемой проблемы. Дальнейшая работа, на наш взгляд, может проводиться в следующих направлениях: исследование влияния цифровой образовательной среды и её инструментов на качество обучения геометрии в профильных классах средней общеобразовательной школы.

Основные положения диссертационного исследования отражены в следующих **публикациях автора**:

**Публикации в ведущих рецензируемых журналах и изданиях, рекомендованных ВАК РФ:**

1. Мозговая М.А. Формирование графических образов геометрических понятий как основа развития пространственного мышления при изучении геометрии в средней школе / М.А. Мозговая // Проблемы современного педагогического образования. – 2018. – Вып. 60. – Ч. 1. – С. 190-193. (0,4 п.л.)

2. Мозговая М.А. Методика использования геометрических образов при решении контекстных математических задач / Я.Д. Батаева, Е.Ю. Лещенко, М.А. Мозговая // Проблемы современного педагогического образования. – 2020. – № 66-3. – С. 15-18. (0,5 п.л./ авт. 0,2 п.л.)

3. Мозговая М.А. Характеристика пространственного мышления и особенности его формирования в обучении геометрии в средней школе / М.А. Мозговая // Мир науки, культуры, образования. – 2020. – № 1 (80). – С. 13-15. (0,5 п.л.)

4. Мозговая М.А. Технология развития пространственного мышления обучающихся средней школы посредством конструирования геометрических образов с использованием GEOGEBRA / М.А. Мозговая, Е.И. Санина // Continuum. Математика. Информатика. Образование. – 2022. – №4 (28). – С.17-29. (0,8 п.л./ авт. 0,4 п.л.)

5. Мозговая М.А. Структурно-функциональная модель компьютерного сопровождения уроков геометрии по решению задач с использованием GeoGebra / М.А. Мозговая // Проблемы современного педагогического образования. – 2023. – Вып. 79. – Ч. 2. – С. 274-276. (0,5 п.л.)

**Статьи в журналах, индексируемых в базе SCOPUS, Web of Science:**

6. Mozgovaya M. The Impact of the Educational Potential of School on Successful Development of the Motivation-value Attitude to the Learning Activities of Students / E. Sanina, S. Mitrohina, N. Brunchukova, M. Mozgovaya, L. Zenkova // UJER-HRPUB – Universal Journal of Educational Research. 2020, Vol. 8, No. 11 – Режим

доступа: [http://www.hrpub.org/journals/article\\_info.php?aid=9892](http://www.hrpub.org/journals/article_info.php?aid=9892). (0,8 п.л./ авт. 0,2 п.л.)

**Учебные пособия, программы и методические указания:**

7. Мозговая М.А. Учебно-методическое пособие «Оценочные средства контроля знаний учащихся по геометрии. Часть I» / Н.Ю. Спешакова, М.А. Мозговая. – Армавир: НОЦ «Технологии открытого образования», АГПА, 2014. – 31 с. (0,6 п.л./ авт. 0,3 п.л.)

**Научные статьи, тезисы выступлений и докладов:**

8. Мозговая М.А. Алгоритмический подход к решению геометрических задач / М.А. Мозговая // Тенденции и проблемы развития математического образования: научно-практический сборник. Вып. 11; научн. ред. Н.Г. Дендеберя, С.Г. Манвелов. – Армавир: РИО АГПА, 2013. – С. 78-80. (0,2 п.л.)

9. Мозговая М.А. Построение графической модели как основа обучения учащихся решению планиметрических задач / М.А. Мозговая // Современная система педагогического образования: Опыт прошлого – взгляд в будущее: материалы всероссийской научно-практической конференции (г. Армавир, 4 декабря 2013 г.); глав. ред. А.Р. Галустов; науч. ред. Ю.П. Ветров, Е.Р. Кондрупенина. – Армавир: РИО АГПА, 2013. – С. 133-134. (0,2 п.л.)

10. Мозговая М.А. Конструктивная составляющая обучения решению геометрических задач в условиях перехода к ФГОС ООО / Н.Ю. Спешакова, М.А. Мозговая // Армавирская государственная педагогическая академия – региональный центр развития личностного ресурса субъектов образования: Материалы научно-практической конференции (г. Армавир, 14-18 апреля 2014 г.). – Ч. I; глав. ред. А.Р. Галустов; науч. ред. Ю.П. Ветров, Е.Р. Кондрупенина – Армавир: РИО АГПА, 2014. – 128 с. (0,2 п.л./ авт. 0,1 п.л.)

11. Мозговая М.А. Методические особенности преподавания курсов геометрии в средней школе и педагогическом вузе / Н.Ю. Спешакова, М.А. Мозговая // Проектирование как активный метод включения школьников в творческую деятельность в современной системе образования: материалы Всероссийской конференции с международным участием (29-30 апреля 2014 г.); науч. ред. Н.К. Андриенко, М.В. Живогляд; отв. ред. Е.А. Плужникова. – Армавир: РИО АГПА, 2014. – С. 165-167. (0,2 п.л./ авт. 0,1 п.л.)

12. Мозговая М.А. К проблеме формирования готовности учителя математики к развитию графических навыков старшеклассников на уроках геометрии / М.А. Мозговая // Тенденции и проблемы развития математического образования: научно-практический сборник. – Вып. 12; науч. ред. Н.Г. Дендеберя, С.Г. Манвелов. – Армавир: РИО АГПА, 2014. – С. 85-87. (0,2 п.л.)

13. Мозговая М.А. Графическая составляющая обучению учащихся решению геометрических задач при подготовке к ГИА и ЕГЭ / Н.Ю. Спешакова, М.А. Мозговая // Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на международную научную конференцию «67 Герценовские чтения»; под ред. В.В. Орлова. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2014. – С. 281-282. (0,2 п.л./ авт. 0,1 п.л.)

14. Мозговая М.А. О графической составляющей школьного учебника геометрии / Н.Ю. Спешакова, М.А. Мозговая // Тенденции и проблемы развития математического образования: научно-практический сборник. Материалы участников

XIII Всероссийской научно-практической конференции по проблемам развития математического образования 2-3 ноября 2015 г. – Вып. 13; научн. ред. Н.Г. Дендеберя, С.Г. Манвелов. – Армавир: РИО АГПУ, 2016. – С. 105-110. (0,5 п.л./ авт. 0,2 п.л.)

15. Мозговая М.А. Геометрическое конструирование на плоскости как составляющая процесса развития пространственного мышления школьников / М.А. Мозговая // Современный урок: проблемы разработки и реализации: материалы Всероссийской научно-практической конференции (г. Армавир, 6-7 ноября 2019 г.); науч. ред. Е.А. Дьякова. – Армавир: РИО АГПУ, 2019. – С. 193-197. (0,3 п.л.)

16. Мозговая М.А. Формирование навыков создания графических образов геометрических понятий как основа развития наглядного мышления обучающихся / М.А. Мозговая // XV Колмогоровские чтения: сборник статей участников Международной научно-практической конференции, посвященной памяти профессора М.И. Заикина (10-13 сентября 2019 г.); науч. ред. С.В. Миронова; отв. ред. С.В. Напалков; Арзамасский филиал ННГУ; ЯГПУ им. К.Д. Ушинского. – Арзамас: Арзамасский филиал ННГУ, 2019. – С. 250-254. (0,3 п.л.)

17. Мозговая М.А. Методика формирования графических образов в процессе обучения геометрии в средней школе [Электронный ресурс] / Е.И. Санина, М.А. Мозговая // Геометрия и геометрическое образование: сборник трудов IV международной научной конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 80-летию Е.В. Потоскуева), Тольятти, 29 – 30 ноября 2019 года / под общ. ред. Р.А. Утеевой. – Тольятти: Изд-во ТГУ, 2020. – С. 66-71. – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44397613>. (0,4 п.л./ авт. 0,2 п.л.)

18. Мозговая М.А. Развитие пространственного мышления: историко-методологический аспект [Электронный ресурс] / Е.И. Санина, М.А. Мозговая // Актуальные проблемы современного образования. Организация исследовательской деятельности в научно-образовательных учреждениях: сборник научных трудов VIII международной научно-практической конференции / науч. ред.: Н.В. Аммосова, А.М. Черкасова. – Астрахань: Изд-во ИП Н.В. Забродина, 2021. – С. 78-85 – Режим доступа: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=46694830>. (0,3 п.л./ авт. 0,15 п.л.)

19. Мозговая М.А. Формирование графических умений при обучении геометрии / М.А. Мозговая // Актуальные проблемы современного образования. Синергетические подходы в решении проблем науки, культуры и современного образования: Сборник научных трудов IX Международной научно-практической конференции. Вып. 31 / Науч. ред.: Н.В. Аммосова, А.М. Черкасова. – Астрахань: ИП Н.В. Забродина, 2023. – С. 37-43. (0,3 п.л.)

20. Мозговая М.А. Методологические основы современного математического образования [Электронный ресурс] / М.А. Мозговая // Уральский научный вестник. – 2023. – Т. 4, № 3. – С. 52-56. – EDN MQMDEE. – Режим доступа: <https://elibrary.ru/item.asp?id=50370852>. (0,3 п.л.)



Лицензия на издательскую деятельность  
ИД № 06146. Дата выдачи 26.10.01.  
Формат 60 x 84 /16. Гарнитура Times. Печать трафаретная  
Печ.л. 1,1 Уч.-изд.л. 1,0  
Тираж 100 экз. Заказ 59

Отпечатано с готового оригинал-макета на участке оперативной полиграфии  
Елецкого государственного университета им. И.А. Бунина

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Елецкий государственный университет им. И.А. Бунина»  
399770, г. Елец, ул. Коммунаров, 28,1