



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### **Б1.О.06.04 Математическая логика и теория алгоритмов**

**Направление подготовки:** 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**Направленность (профиль):** Физико-математическое образование, Информатика

**Квалификация (степень):** *бакалавр*

**Форма обучения:** *очная; заочная*

**Институт:** Математики, естествознания и техники

**Кафедра:** Математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	2		4-5
Семестр	3		789

Лекции	36		10
Практические (семинарские) занятия	36		10
Лабораторные занятия	-		-
Консультации	2		2
Форма(ы) промежуточной аттестации	Экзамен-0,3 3 семестр		Экзамен-0,3 9 семестр
Контроль	27		9
Иные формы работы	-		-
Самостоятельная работа	78,7		148,7

**Всего часов:** 180

**Трудоемкость:** 5 зачетных единиц.

**Разработчик(и) рабочей программы:**

*доктор педагогических наук, профессор Н.Г. Подаева*

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** сформировать базовые фундаментальные основы знаний, выработать практические умения и навыки по дисциплине, необходимые для дальнейшего успешного освоения дисциплин профильно-содержательного модуля, развить логическое и алгоритмическое мышление, способность использовать логические методы и законы для реализации профессиональной деятельности.

**Задачи изучения дисциплины:** повышение уровня логической подготовки студентов, предполагающего умение проводить согласующиеся с логикой математические рассуждения; изучение теоретических аспектов и освоение методов математической логики и теории алгоритмов, наиболее применяемых в профессиональной деятельности.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (модули).

### Планируемые результаты обучения по дисциплине:

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2	Знать: федеральные государственные образовательные стандарты; историю, закономерности и принципы построения и функционирования образовательных систем; основы дидактики; современные образовательные технологии, в том числе информационно-коммуникационных технологий.	Знает: основные понятия логики высказываний; логические операции; законы логики высказываний основные понятия логики предикатов; применение языка логики предикатов для записи математических предложений, определений, построения отрицания предложений; основные понятия формализованных математических теорий.
	Уметь: разрабатывать отдельные компоненты основных и дополнительных образовательных программ; использовать информационно-коммуникационные технологии в разработке образовательных программ; планировать учебные занятия.	Умеет: упрощать логические формулы; строить таблицы истинности булевых функций, выполнять тождественные преобразования; строить совершенные нормальные формы логических функций; строить минимальные ДНФ; КНФ; упрощать функции

		проводимости и строить их контактно-релейные схемы. обосновывать необходимость формализации интуитивного понятия алгоритма.
	Владеть: приемами разработки программ учебных дисциплин в рамках основной общеобразовательной программы; навыками применения современных образовательных технологий в реальной и виртуальной образовательной среде; информационно-коммуникационными технологиями: на уровне пользователя; на общепедагогическом уровне; на предметно-педагогическом уровне.	Владеет: культурой мышления, способностью к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей ее достижения; способностью использовать знания о современных проблемах математической логики и теории алгоритмов в научно-исследовательском и проектном направлении профессиональной деятельности.

Код компетенции	Индикаторы компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-5	Знать: принципы организации контроля и оценивания образовательных результатов обучающихся; технологии и методы контроля и оценки образовательных результатов; специальные технологии и методы, позволяющие выявлять и корректировать трудности в обучении.	Знает: интуитивное понятие алгоритма; основные этапы развития теории алгоритмов как науки; свойства и способы записи алгоритмов; базовые алгоритмические структуры; определения понятий «вычислимая функция», «разрешимое множество», «перечислимое множество»; сущность понятия «алгоритмически неразрешимые проблемы»; элементы теории автоматов
	Уметь: применять инструментарий, методы диагностики и оценки показателей уровня и динамики развития обучающихся; проводить педагогическую диагностику и коррекцию трудностей в обучении.	Умеет: доказывать алгоритмическую вычислимость функций, разрешимость и перечислимость множеств; строить простейшие алгоритмы для различных алгоритмических моделей; приводить пример нумерации машин Тьюринга; приводить примеры алгоритмически неразрешимых

		проблем; строить конечные автоматы и выполнять действия с ними.
	Владеть: методами контроля и оценки образовательных результатов (личностных, предметных, метапредметных) обучающихся; специальными методами, позволяющими выявлять и корректировать трудности в обучении.	Владеет: способами ориентации в профессиональных источниках информации; готовностью работать с компьютером как средством управления информацией; способностью логически верно выстраивать устную и письменную речь.

**II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ**  
**с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу**

**Очная форма обучения**

№ п п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. "Алгебра логики"</b>	<b>36</b>	<b>9</b>	<b>9</b>		<b>18</b>
1.	Тема 1. "Высказывания и логические операции над ними. Формулы алгебры логики"	12	3	3		6
2.	Тема 2. «Функции алгебры логики: СДНФ и СКНФ. Многочлен Жегалкина»	12	3	3		6
3.	Тема 3. "Релейно-контактные схемы. Переключательные функции"	12	3	3		6
	<b>Раздел 2. "Исчисление высказываний"</b>	<b>36</b>	<b>9</b>	<b>9</b>		<b>18</b>
4.	Тема 4. "Понятия формулы исчисления высказываний, доказуемости и выводимости формулы"	12	3	3		6
5.	Тема 5. "Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний"	12	3	3		6
6.	Тема 6. "Теоремы	12				6

	исчисления высказываний. Свойства формального вывода"		3	3		
	<b>Раздел 3. "Логика предикатов"</b>	<b>26,2</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>14,2</b>
7.	Тема 7. "Понятие предиката и логические операции над ними"	13,1	3	3		7,1
8.	Тема 8." Формулы логики предикатов: ПНФ. Применение языка логики предикатов"	13,1	3	3		7,1
	<b>Раздел 4. "Математические теории"</b>	<b>13,1</b>	<b>3</b>	<b>3</b>		<b>7,1</b>
9.	Тема 9. "Математические теории. Доказательство в теории. Теория натуральных чисел. Проблемы математических теорий"	13,1	3	3		7,1
	<b>Раздел 5. "Основы теории алгоритмов"</b>	<b>26,2</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>14,2</b>
10.	Тема 10. "Понятие алгоритма и его характерные черты. Машины Тьюринга и Поста. Алгоритмы Маркова"	13,1	3	3		7,1
11.	Тема 11. "Вычислимые функции. Частично рекурсивные и общерекурсивные функции"	13,1	3	3		7,1
	<b>Раздел 6."Элементы теории автоматов"</b>	<b>13,2</b>	<b>3</b>	<b>3</b>		<b>7,2</b>
12.	Тема 12. "Понятие конечного автомата. Канонические уравнения автомата"	13,2	3	3		7,2
	Экзамен	0,3+2+27				
	<b>Итого за 3 семестр</b>	<b>180</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>78,7</b>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>180</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>78,7</b>

**Очно-заочная форма обучения (не реализуется)**

### Заочная форма обучения

№ п п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. "Алгебра логики"</b>	<b>28</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>24</b>
1.	Тема 1. "Высказывания и логические операции над ними. Формулы алгебры логики"	10	1	1		8
2.	Тема 2. «Функции алгебры логики: СДНФ и СКНФ. Многочлен Жегалкина»	10	1	1		8
3.	Тема 3. "Релейно-контактные схемы. Переключательные функции"	8				8
	<b>Раздел 2. "Исчисление высказываний"</b>	<b>26</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		<b>24</b>
4.	Тема 4. "Понятия формулы исчисления высказываний, доказуемости и выводимости формулы"	8				8
5.	Тема 5. "Связь между алгеброй высказываний и исчислением высказываний"	10	1	1		8
6.	Тема 6. "Теоремы исчисления высказываний. Свойства формального вывода"	8				8
	<b>Раздел 3. "Логика предикатов"</b>	<b>18</b>	<b>1</b>	<b>1</b>		<b>16</b>
7.	Тема 7. "Понятие предиката и логические операции над ними"	9	1			8
8.	Тема 8. "Формулы логики предикатов: ПНФ. Применение языка логики предикатов"	9		1		8
	<b>Итого за 7 семестр</b>	<b>72</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>64</b>
	<b>Раздел 4. "Математические теории"</b>	<b>19</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>15</b>
9.	Тема 9. "Математические теории. Доказательство	19	2	2		15

	в теории. Теория натуральных чисел. Проблемы математических теорий"					
	<b>Раздел 5. "Основы теории алгоритмов"</b>	<b>34</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>30</b>
10.	Тема 10. "Понятие алгоритма и его характерные черты. Машины Тьюринга и Поста. Алгоритмы Маркова"	17	2			15
11.	Тема 11. "Вычислимые функции. Частично рекурсивные и общерекурсивные функции"	17		2		15
	<b>Раздел 6. "Элементы теории автоматов"</b>	<b>19</b>	<b>2</b>	<b>2</b>		<b>15</b>
12.	Тема 12. "Понятие конечного автомата. Канонические уравнения автомата"	19	2	2		15
	<b>Итого за 8 семестр</b>	<b>72</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>60</b>
	Контроль (экзамен) 9 семестр	0,3+2+9				
						24,7
	<b>ИТОГО:</b>	<b>180</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>148,7</b>

### III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы, теста, реферата, семестрового задания.

#### Типовой вариант контрольной работы

#### Контрольная работа №1

(3 семестр, очная форма обучения, 7 семестр, заочная форма обучения)

#### Вариант 1.

1. Составьте таблицу истинности следующей формулы:

$$(P \rightarrow R) \rightarrow ((Q \rightarrow R) \rightarrow ((P \vee Q) \rightarrow R)).$$

2. Методом от противного выясните, верно ли следующее следование:

$$(F \vee G) \rightarrow (H \wedge K), (K \vee L) \rightarrow M \models F \rightarrow M.$$

3. Без построения истинностных таблиц докажите общезначимость формулы:

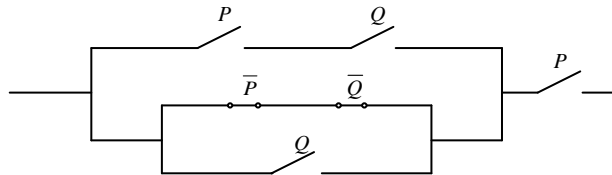
$$\neg P \rightarrow (P \rightarrow Q).$$

4. Найти simplest форму от трех переменных, последний столбец таблицы истинности которой имеет следующий вид:

10111101.

5. Пусть предметная область  $D = \{1, 2, 3\}$ . Определите множество значений двухместного иона  $A(a, b)$  на данной области. Укажите некоторые из них:  $l_{47}^2, l_{312}^2$ .

6. Упростите данную схему и изобразите ее.



Вариант 2.

1. Составьте таблицу истинности следующей формулы:

$$[(P \rightarrow Q) \wedge (P \rightarrow \neg Q)] \rightarrow \neg P.$$

2. Методом от противного выясните, верно ли следующее следование:

$$F \rightarrow G, (K \rightarrow \neg H), (H \vee \neg G) \vdash F \rightarrow \neg K.$$

3. Без построения истинностных таблиц докажите общезначимость формулы:

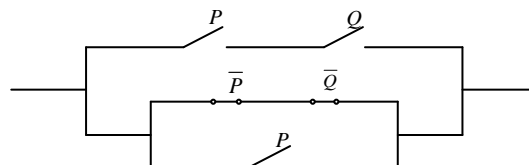
$$P \rightarrow (Q \rightarrow (P \wedge Q)).$$

4. Найти simplest форму от трех переменных, последний столбец таблицы истинности которой имеет следующий вид:

11000010.

5. Пусть предметная область  $D = \{1, 2, 3\}$ . Определите множество значений двухместного иона  $A(a, b)$  на данной области. Укажите некоторые из них:  $l_{26}^2, l_{497}^2$ .

6. Упростите данную схему и изобразите ее.



## Контрольная работа № 2

(3 семестр, очная форма обучения; 8 семестр, заочная форма обучения)

Вариант 1

1. Составить алгоритм для нахождения НОК двух натуральных чисел.
2. Является ли алгоритмически разрешимой следующая задача: Вычислить  $n$ -ое совершенное число.
3. Составить алгоритм для нахождения значения функции  $F(n)$ , где  $n$  – целое неотрицательное число, если  $F(0)=0$ ;  $F(1)=1$ ;  $F(2n)=F(n)$ ;  $F(2n+1)=F(n)+F(n+1)$ .
4. Составить алгоритм для нахождения значения  $\sin x$  с точностью до 0,0001, используя разложение в ряд Маклорена.



5. Доказать, что функция примитивно рекурсивная:  $f(x,y)=\max(x,y)$
6. Пусть  $A=\{a, b, c, d\}$ , двоичное кодирование его букв:  $a \rightarrow 01, b \rightarrow 100, c \rightarrow 101, d \rightarrow 0$ .
7. Декодировать слова: 00101100, 10100 . Вычислить значение функции:

$$\begin{cases} f(x,0) = x, \\ f(x, y+1) = f(x, y) + x + 3y \end{cases} \quad \text{на 5 шаге.}$$

#### Вариант 2

1. Составить алгоритм для нахождения НОД двух натуральных чисел.
2. Является ли алгоритмически разрешимой следующая задача: Вычислить  $n$ -ое совершенное число.
3. Доказать, что функция примитивно рекурсивная:  $f(x)=x!$  (здесь  $0!=1$ )
4. Доказать, что функция примитивно рекурсивная:  $f(x,y)=\min(x,y)$ .
5. Вычислить значение  $\mu((3^y + y^2 + 5) > 20)$ .
6. Какую функцию вычисляет машина Тьюринга со следующей программой:

	$a_0$	I
$q_1$	I H $q_0$	I П $q_1$

7. Является ли алгоритмически разрешимой следующая задача:  
Найти  $x$  такие, что  $ax^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f = 0$  ?

#### Тест №1

##### 1. Выберите правильный вариант:

- а)  $\neg(A \& B) \equiv A \vee \neg B$  ;
- б)  $\neg(A \& B) \equiv \neg A \vee B$  ;
- в)  $\neg(A \& B) \equiv \neg A \vee \neg B$  ;
- г)  $\neg(A \& B) \equiv A \vee B$  ;

##### 2. Выберите правильный вариант:

- а)  $\neg(\forall x A) = \exists x(\neg A)$ ;
- б)  $\neg(\forall x A) = \exists x(A)$ ;
- в)  $(\forall x A) = \exists x(\neg A)$ ;

г)  $(\forall xA) = \exists x(A)$ ;

**3. Выберите правильный вариант:**

а)  $\forall xA = \forall x(A \& B)$

б)  $\forall xB = \forall x(A \& B)$

в)  $(\forall xA \& \forall xB) = \forall x(A \& B)$

г)  $(\forall xA \& \forall xB) = (A \& B)$

**4. Выберите правильный вариант:**

а)  $\forall xB = \forall x(A \vee B)$ ;

б)  $(\forall xA \vee \forall xB) = (A \vee B)$ ;

в)  $(\forall xA \vee \forall xB) = \forall x(A \vee B)$ ;

г)  $(\forall xA \vee \forall xB) = B$

**5. Выберите правильный вариант:**

а)  $\&$  - конъюнкция;

б)  $\&$  - дизъюнкция;

в)  $\&$  - импликация

г)  $\&$  - эквивалентность

**6. Выберите правильный вариант:**

а) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией) называется n-местная операция на множестве  $\{0,1\}$ .*

б) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией) называется n-местная операция на множестве  $\{0,10\}$ .*

в) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией) называется n-местная операция на множестве  $\{0,2\}$ .*

г) *Функцией алгебры высказываний (булевой функцией) называется n-местная операция на множестве  $\{0,1000\}$ .*

**7. Выберите правильный вариант:**

а)  $0 \vee 0 = 0$

б)  $0 \vee 0 = 1$

в)  $0 \& 0 = 1$

г)  $0 \& 1 = 1$

**8. Дизъюнктивной нормальной формой (д.н.ф.) называется:**

- а) дизъюнкция элементарных произведений;
- б) конъюнкция элементарных произведений;
- в) импликация элементарных произведений;
- г) конъюнкция и импликация произведений;

**9. Пропозициональная форма называется конъюнктивной нормальной формой (к.н.ф.), если:**

- а) представляет собой конъюнкцию элементарных сумм;
- б) представляет собой дизъюнкцию элементарных сумм;
- в) представляет собой импликацию элементарных сумм;
- г) представляет собой сумму элементарных отношений;

**10. Формула  $A \rightarrow B$  ложна в данной интерпретации когда:**

- а)  $A$  истинно в этой интерпретации, а  $B$  ложно
- б) Хотя бы одна из них выполнима в этой интерпретации
- в)  $B$  этой интерпретации истинно  $A$ .
- г)  $A$  и  $B$  принимают значение И одновременно

**11. Формула  $A \& B$  выполнима в данной интерпретации когда:**

- а) хотя бы одна из них выполнима в этой интерпретации
- б) в этой интерпретации истинно  $A$ .
- в)  $A$  истинно в этой интерпретации, а  $B$  ложно
- г)  $A$  и  $B$  принимают значение И одновременно хотя бы для одной совокупности значений своих свободных переменных

**12. Формула логики предикатов  $A$  называется выполнимой если:**

- а) если интерпретации не существует
- б) существует интерпретация, в которой выполнимо две операции
- в) существует интерпретация, в которой выполнима  $A$
- г) существует интерпретация, в которой выполнимы все операции

**13. Формулы  $A$  и  $B$  логики предикатов называют равносильными если:**

- а) каждая из них логически не влечет другую
- б) каждая из них зависит друг от друга
- в) каждая из них не зависима
- г) каждая из них логически влечет другую

#### 14. Предикатом называется:

- а) повествовательное предложение об элементах некоторого заданного множества  $M$ , которое (предложение) становится высказыванием, если все переменные в нем заменить фиксированными элементами из  $M$ ;
- б) повествовательное предложение об элементах;
- в) предложение об элементах высказываний;
- г) предложение об фиксированных элементах.

#### 15. Символ $\forall x$ называется:

- а) квантором всеобщности;
- б) квантором существования;
- в) числовым индексом;
- г) функцией.

### Семестровое задание

1. Проверить правильность рассуждения. Для этого представить каждое предложение в виде формулы и проверить, является ли заключение логическим следствием конъюнкции посылок:

Заработная плата возрастет, только если будет инфляция. Если стоимость жизни не увеличится, то инфляции не будет. Заработная плата возрастает. Следовательно, увеличится стоимость жизни.

2. Для данной формулы построить эквивалентную ей в с.д.н.ф. двумя способами: с помощью преобразований и с помощью таблицы истинности.  $((p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow r$ .

3.. На множестве людей заданы следующие предикаты:  $P(x,y,z)$  –  $x$  и  $y$  – отец и мать  $z$  соответственно;  $M(x)$  –  $x$  – лицо мужского пола. Выразить через эти предикаты предикат  $x$  – двоюродный брат  $y$ .

4. Выяснить, является ли тождественно истинными формулы:  $y \rightarrow x( F(x) \rightarrow G(y))$  и  $(x \rightarrow F(x) \rightarrow x \rightarrow G(x) \rightarrow x(F(x) \rightarrow G(x)))$ .

5. Записать с помощью ограниченных кванторов определение предела последовательности.

6. Построить конечные автоматы, распознающие языки  $L_1, L_2, L_1 \cup L_2, L_1 \cap L_2$ :  $L_1 = \{1^n \mid n = 1, 2, \dots\}$ ,  $L_2 = \{1^m \mid m = 0, 1, \dots\}$ .

7. Построить, если это возможно, конечный автомат, распознающий данный

язык. В противном случае доказать, что этот язык не является автоматным:  $L_1 \{a^n b^m c^k \mid n, m, k \in \mathbb{N}\}$ ,

$$L_2 \{x_1 b x_2 \mid x_1, x_2 \in \{a, c\}^*, x_1 \neq x_2\}.$$

8. Построить диаграмму Мура для автомата, распознающего автоматный язык из предыдущей задачи. Построить машину Тьюринга, распознающую неавтоматный язык из предыдущей задачи.

9. Построить машину Тьюринга, вычисляющую данную функцию (в «палочковой» записи):  $f(x, y) \mid x \mid y \mid$ .

10. Доказать, что данная функция примитивно рекурсивна:  $f(x, y) \mid x \mid y \mid \cdot f(x, y) \mid x \mid y \mid$ .

11. Записать данную функцию в аналитической форме:  $f \in \text{PR}[g, h]$ ,  $g(x) = x$ ,  $h(x, y, z) = z^x$ .

12. Даны предикаты  $A(x) = (x^2 + 2x - 3 > 0 \mid x \in \mathbb{R})$ ;  $B = (\frac{x+2}{4x-5} \leq 0 \mid x \in \mathbb{R})$

Найти множества истинности предикатов:

$$\neg A(x), \neg B(x), A(x) \wedge B(x), A(x) \vee B(x), A(x) \Rightarrow B(x)$$

13. Упростить логическую функцию  $F$ , заданную таблицей истинности, и построить релейно-контактную схему упрощенной формулы.

a	b	c	$F = a \wedge b \rightarrow c \leftrightarrow a$
И	И	И	И
И	И	Л	И
И	Л	И	Л
И	Л	Л	Л
Л	И	И	И
Л	И	Л	И
Л	Л	И	Л
Л	Л	Л	И

14. В некотором конкурсе решается вопрос о допуске участников к следующему туру тремя членами жюри  $P, Q, R$ . Решение положительно тогда и только тогда, когда хотя бы двое членов жюри проголосовали за допуск, причем среди них обязательно должен быть член жюри  $P$ . По таблице истинности составьте СДНФ и с помощью равносильных преобразований упростите исходную схему.

15. Доказуема ли формула:

$$\vdash A \rightarrow B, \neg B \vdash \neg A.$$

16. Заданна машина Тьюринга  $T = (A, Q, P)$ , где внешний алфавит машины  $A = \{a_0, 1\}$ , алфавит внутренних состояний  $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5, q_6, q_7\}$ , со следующей функциональной схемой (программой)  $P$ :

Q A	q <sub>1</sub>	q <sub>2</sub>	q <sub>3</sub>	q <sub>4</sub>	q <sub>5</sub>	q <sub>6</sub>	q <sub>7</sub>
a <sub>0</sub>	q <sub>4</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>6</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>6</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>0</sub> 1	q <sub>4</sub> a <sub>0</sub> П	q <sub>0</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>6</sub> a <sub>0</sub> П
1	q <sub>2</sub> 1 Л	q <sub>3</sub> 1 Л	q <sub>3</sub> 1 Л	q <sub>5</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>5</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>7</sub> a <sub>0</sub>	q <sub>7</sub> a <sub>0</sub>

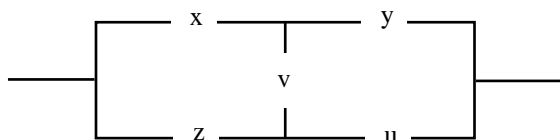
Изображая на каждом такте работы машины получающуюся конфигурацию, определите, в какое слово перерабатывает машина заданное слово, исходя из начального стандартного положения (стандартным считается такое положение, когда машина находится в состоянии q<sub>1</sub> и обозревает крайнюю правую ячейку из тех, в которых записано перерабатываемое слово). Заданное слово: 111.

17. Функция Z (x) правильно вычислима. Машина Тьюринга Z: q<sub>1</sub> 01<sup>x</sup>0 ⊢ q<sub>0</sub> 00. Построить программу вычисления функции.

18. Равносильными преобразованиями приведите данную форму к СДНФ:

$$(\neg x \vee z) \wedge (y \vee z).$$

19. Найдите функцию проводимости и условия работы следующей схемы, называемой мостиковой:



20. Построить релейно-контактную схему с заданной функцией проводимости:

$$\bar{x} \wedge (\bar{y} \wedge z \vee x \vee y)$$

21. Задано некоторое нечеткое соответствие R на множествах X = {x<sub>1</sub>, x<sub>2</sub>, x<sub>3</sub>, x<sub>4</sub>, x<sub>5</sub>} и Y = {y<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>, y<sub>3</sub>, y<sub>4</sub>}, R = {((x<sub>1</sub>, y<sub>2</sub>), 0,2), ((x<sub>3</sub>, y<sub>1</sub>), 1), ((x<sub>3</sub>, y<sub>3</sub>), 0,4), ((x<sub>4</sub>, y<sub>2</sub>), 0,3), ((x<sub>5</sub>, y<sub>2</sub>), 0,7), ((x<sub>5</sub>, y<sub>3</sub>), 0,8)}. Найти матрицу инцидентности и построить граф нечеткого соответствия.

### Примерная тематика рефератов

1. Из истории становления математической логики как науки.
2. Приложения алгебры логики.
3. Алгебра Буля.
4. Проблемы аксиоматического исчисления высказываний.
5. Алгоритмы распознавания общезначимости формул в частных случаях.
6. Применение языка логики предикатов в математических дисциплинах.
7. Об аксиоматике исчисления предикатов.
8. Математические теории и их проблемы.
9. Теория натуральных чисел. Метод математической индукции.
10. Уточнение понятия алгоритма.
11. Неразрешимые алгоритмические проблемы.
12. Неразрешимость проблемы распознавания самоприменимости.
13. Теорема Райса-Успенского.

**14. Автоматный язык.**

**15. Машины Тьюринга. Лемма о левой полуленте. Теоремы о соединении, композиции и разветвлении машин**

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме экзамена с использованием следующих оценочных материалов:

#### **Вопросы к экзамену**

**(3 семестр, очная форма обучения; 9 семестр, заочная форма обучения)**

- 1. Дедуктивный характер математики. Предмет математической логики, ее роль в вопросах обоснования математики.**
- 2. Высказывания и действия над ними. Таблицы истинности основных логических операций.**
- 3. Элементарные высказывания (атомы). Алфавит алгебры высказываний, определение формулы алгебры высказываний. Соглашение об опускании скобок.**
- 4. Интерпретации формул алгебры высказываний от нескольких логических переменных (атомов). Определение равносильных функций. Отношение равносильности формул.**
- 5. Истинностные функции алгебры высказываний от нескольких логических переменных (атомов). Число различных истинностных функций от  $n$  логических переменных.**
- 6. Построение совершенных конъюнктивных нормальных форм логических функций с помощью таблиц истинности.**
- 7. Построение совершенных дизъюнктивных нормальных форм логических функций с помощью таблиц истинности.**
- 8. Понятие полной системы истинностных функций. Штрих Шеффера и стрелка Пирса.**
- 9. Нейтральные, общезначимые и невыполнимые формулы. Теорема об общезначимости формулы, полученной из общезначимой формулы заменой атомов произвольными формулами**
- 10. Доказательство общезначимости схем удаления и введения основных операций**
- 11. Доказательство общезначимости законов выражения одних логических операций через другие.**
- 12. Доказательство общезначимости законов ассоциативности, коммутативности, дистрибутивности и идемпотентности.**
- 13. Доказательство общезначимости законов де Моргана, отрицания импликации и эквиваленции, исключения третьего, силлогизма и контрапозиции.**
- 14. Методы проверки общезначимости формул: с помощью таблиц истинности, от противного, с помощью элементарных преобразований.**
- 15. Определение отношения логического следования формул алгебры высказываний и его связь с общезначимостью.**
- 16. Важнейшие правила следования (удаления конъюнкции, двойного отрицания, эквиваленции, введения дизъюнкции).**

17. Построение контактно-релейных схем основных логических операций. Контактно-релейная схема одноразрядного сумматора.
18. Аксиомы исчисления высказываний как набор основных общезначимых формул. Правило МР (модус поненс). Независимость аксиом.
19. Определение формального вывода формулы из посылок. Теорема о выводимости каждой из посылок Теорема о выводимости формулы из посылок, если она выводима из следствий этих посылок. Общезначимость всякой доказуемой функции (т.е. выводимой из аксиом).
20. Доказательство доказуемости любой общезначимой формулы с помощью доказательства выводимости каждой интерпретации основных логических операций.
21. Непротиворечивость и полнота исчисления высказываний, ее адекватность алгебре высказываний.
22. Определение предиката, предметная область и область истинности. Основные логические операции над предикатами.
23. Алфавит и формулы логики предикатов. Примеры предикатов, встречающихся в математике.
24. Определение отношения равносильности предикатов. Законы перестановки кванторов, законы отрицания для кванторов и законы пренесения кванторов через конъюнкцию и дизъюнкцию.
25. Аксиомы исчисления предикатов и правила вывода (МР, конкретизации и обобщения).
26. Математические теории: содержательные (неформальные) теории и их примеры, полуформальные и формальные теории. Алфавит формализованной теории (предметные, предикативные, функциональные буквы и константы, сигнатура).
27. Определение термов и формул формальной теории, система логических и математических аксиом и правил вывода.
28. Формальная теория натуральных чисел. Алфавит (предметные буквы, функциональные буквы, константа нуль, логические операторы и скобки), определение термов и формул, система математических аксиом и аксиомная схема индукции. Неполнота системы аксиом.
29. Проблема разрешения и вычислимости. Примеры разрешающих и вычисляемых алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма - точное, понятное предписание, порядок выполнения действий, дискретность, массовость и результативность, конструктивность.
30. Теории первого порядка. Аксиомы теории и правила вывода. Доказательства в теории.
31. Характеристики теории непротиворечивости, полнота, разрешимость. Непротиворечивость исчисления предикатов.
32. Модели теорий. Доказательство теоремы о полноте. Формальная арифметика.
33. Теоремы Геделя о неполноте. Формализация теории множеств. Программа Гильберта.



34. Интуитивное представление об алгоритмах. Неформальное понятие алгоритма.
35. Свойства алгоритмов.
36. Формы представления алгоритмов. Основные структуры алгоритмов.
37. Вычислимые функции, разрешимые и перечислимые множества.
38. Определение машины Тьюринга. Применение машины Тьюринга к словам.
39. Определение машины Поста. Команды. Примеры программ.
40. Конструирование машин Тьюринга.
41. Вычислимые по Тьюрингу функции. Основная гипотеза теории алгоритмов.
42. Тьюрингов подход к понятию «алгоритм». Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы.
43. Тьюрингов подход к понятию «алгоритм». Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы.
44. Нормальные алгоритмы Маркова. Эквивалентность различных теорий алгоритмов.
45. Рекурсивные функции. Тезис Черча.
46. Неразрешимые алгоритмические проблемы.
47. Пример невычислимой функции. Проблема распознавания самоприменимости.
48. Приложения теории алгоритмов в информатике.
49. Примеры алгоритмической неразрешимости.
50. Конечные автоматы.

## **IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **4.1 Основная литература**

1. Зюзьков, В.М. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / В.М. Зюзьков ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Томский Государственный Университет Систем Управления и Радиоэлектроники (ТУСУР). - Томск : Эль Контент, 2015. - 236 с. - ISBN 978-5-4332-0197-2 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=480935> (дата обращения 01.09.2020)

### **4.2 Дополнительная литература**

1. Математическая логика и теория алгоритмов : учебное пособие / сост. А.Н. Макоха, А.В. Шапошников, В.В. Бережной ; Министерство образования РФ и др. - Ставрополь : СКФУ, 2017. - 418 с. - Библиогр. в кн. ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=467015> (дата обращения 01.09.2020)

2. Таланов, А.В. Графы и алгоритмы / А.В. Таланов, В.Е. Алексеев. - 2-е изд., испр. - Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. - 154 с. : ил. - Библиогр. в кн. - ISBN 5-9556-0066-3 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=428827> (дата обращения 01.09.2020)

3. Успенский, В.А. Вводный курс математической логики : учебное пособие / В.А. Успенский, Н.К. Верещагин, В.Е. Плиско. - 2-е изд. - Москва : Физматлит, 2007. - 126 с. - ISBN 978-5-9221-0278-0 ; То же [Электронный ресурс]. - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75959> (дата обращения 01.09.2020)

## V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт, содержащий математические пакеты для поддержки проводимых занятий, а также методические разработки	Неограниченный доступ
3.	<a href="http://lib.elsu.ru">http://lib.elsu.ru</a> <a href="http://WWW.E.LANBOOK.COM">WWW.E.LANBOOK.COM</a>	ЭБС Издательства «ЛАНЬ» – ресурс, предоставляющий online доступ к научным журналам и полнотекстовым коллекциям книг различных издательств.	Работать с ресурсом можно из сети вуза без предварительной регистрации или из любой точки мира, где есть доступ к сети "Интернет", предварительно зарегистрировав свой личный кабинет, находясь внутри сети вуза.
4.	<a href="http://allmath.ru">http://allmath.ru</a>	Математический портал, содержащий разделы: высшая математика, прикладная математика, школьная математика,	Неограниченный доступ

		олимпиадная математика.	
5.	<a href="http://en.edu.ru">http: en.edu.ru</a>	Естественнонаучный портал	Неограниченный доступ

## **VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ**

1.	<a href="http://www.edu.ru">www.edu.ru</a>	Российский общеобразовательный портал	Свободный доступ.
2.	<a href="http://www.krugosvet.ru">http: www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия	Неограниченный доступ
3.	<a href="http://www.iprbookshop.ru">http: www.iprbookshop.ru</a>	Полнотекстовая база электронных изданий, предназначенная для студентов и аспирантов разных специальностей. Содержит учебники и учебные пособия, монографии, производственно- практические, справочные издания, периодические издания, а также деловую литературу для практикующих специалистов.	Доступ к полному тексту изданий на сайте возможен после авторизации, для этого необходимо получить логин и пароль в в информационно- библиографическом отделе библиотеки (3 этаж, 308 каб., 2 этаж, 206 а). После получения пароля необходимо пройти личную регистрацию и в дальнейшем работать под своими учетными данными.

## **VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

- При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:
- - Microsoft Windows;
- - Microsoft Office;
- - LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.