

ЕЛЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И.А. БУНИНА



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.О.06.07 Теория вероятностей и математическая статистика**

**Направление подготовки:** 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**Направленность (профиль):** Математика и информатика, Физика

**Квалификация (степень):** бакалавр

**Форма обучения:** очная

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики ее преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	3,4		
Семестр/триместр	6,7		

Лекции	68		
Лабораторные занятия	—		
Практические (семинарские) занятия	68		
в т. ч. практическая подготовка	—		
Форма(ы) промежуточной аттестации	6 семестр - зачет, 7 семестр - экзамен		
Контроль	9		
Иные формы работы	0,3		
Самостоятельная работа	106,7		

**Всего часов:** 252

**Трудоемкость:** 7 зачетных единицы.

Разработчик(и) рабочей программы:

*К.п.н., ст. препод. Лыкова К. Г.*

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** ознакомление со стохастическим подходом описания обширного класса реальных явлений, не укладывающихся в рамки детерминистических конструкций, углубление математической подготовки студентов, направленное на формирование прочных теоретических знаний и практических навыков в области теории вероятностей и математической статистики.

### **Задачи изучения дисциплины:**

1) раскрыть студентам мировоззренческое значение науки о случайном, углубить их представления о роли и месте математики в изучении окружающего мира;

2) дать студентам необходимые вероятностно-статистические знания, сформировать умения, необходимые для глубокого овладения содержанием дисциплины;

3) показать возможность применения стохастического материала к решению профессионально-ориентированных задач;

4) развивать вероятностный стиль мышления;

5) способствовать подготовке к ведению исследовательской деятельности (в частности, для написания курсовой и выпускной квалификационной работ) в областях, использующих вероятностно-статистические методы, созданию и использованию вероятностных моделей процессов и объектов, разработке эффективных стохастических методов решения профессиональных задач;

6) развивать умение самостоятельной работы с учебными пособиями и другой научной и математической литературой.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» реализуется в рамках обязательной части блока Б1. Дисциплины (модули).

### **Планируемые результаты обучения по дисциплине:**

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
<b>ОПК-5</b> Способен осуществлять контроль и оценку формирования результатов образования обучающихся, выявлять и корректировать трудности в обучении	<b>Знать:</b> - принципы организации контроля и оценивания образовательных результатов обучающихся; - технологии и методы контроля и оценки образовательных результатов; - специальные технологии и методы, позволяющие выявлять и корректировать трудности в обучении.	<b>Знает:</b> - принципы организации контроля и оценивания образовательных результатов обучающихся в области алгебры и геометрии; - технологии и методы контроля и оценки образовательных результатов по алгебре и геометрии; - специальные технологии и методы, позволяющие выявлять и корректировать трудности в обучении алгебре и геометрии
	<b>Уметь:</b>	<b>Умеет:</b>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять инструментарий, методы диагностики и оценки показателей уровня и динамики развития обучающихся;</li> <li>- проводить педагогическую диагностику и коррекцию трудностей в обучении.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- применять инструментарий, методы диагностики и оценки показателей уровня и динамики развития обучающихся;</li> <li>- проводить педагогическую диагностику и коррекцию трудностей в обучении алгебре и геометрии</li> </ul>
	<b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами контроля и оценки образовательных результатов (личностных, предметных, метапредметных) обучающихся;</li> <li>- специальными методами, позволяющими выявлять и корректировать трудности в обучении.</li> </ul>	<b>Владеет:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- методами контроля и оценки образовательных результатов (личностных, предметных, метапредметных) обучающихся в области алгебры и геометрии;</li> <li>- специальными методами, позволяющими выявлять и корректировать трудности в обучении алгебре и геометрии</li> </ul>
<b>ОПК-8</b> Способен осуществлять педагогическую деятельность на основе специальных научных знаний	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- специальные, в том числе предметные и методические научные знания;</li> <li>- основы педагогической деятельности учителя-предметника (по профилю образовательной программы).</li> </ul>	<b>Знает:</b> основные понятия, методы, алгоритмы теории вероятностей и математической статистики к оценке знаний и компетенций обучающихся.
	<b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать современные технологии и методики организации урочной и внеурочной деятельности;</li> <li>- использовать традиционные и современные формы и методы воспитательной работы, в том числе в предметной области.</li> </ul>	<b>Умеет:</b> применять методы теории вероятностей и математической статистики к оценке знаний и компетенций обучающихся.
	<b>Владеть:</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>- навыками организации различных видов и форм занятий с учетом специфики предметной области;</li> <li>- действиями организации различных видов внеурочной деятельности: игровой, учебно-исследовательской, художественно-продуктивной, культурно-досуговой.</li> </ul>	<b>Владеет:</b> основными технологиями статистической обработки экспериментальных данных на основе теоретических положений классической теории вероятностей;  навыками использования современных методов статистической обработки информации для диагностирования обучающихся и воспитанников.

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу

## Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Элементы теории вероятностей</b>	<b>108</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>44</b>
	Тема 1. Случайные события и их вероятности	36	12	12		12
	Тема 2. Случайные величины и функции распределения	44	14	14		16
	Тема 3. Предельные теоремы теории вероятностей	28	6	6		16
	<i>Форма отчетности</i>	<i>Зачет</i>				
	в т.ч. практическая подготовка					
	<b>Итого за 6 семестр</b>	<b>108</b>	<b>32</b>	<b>32</b>		<b>44</b>
	<b>Раздел 2. Элементы математической статистики</b>	<b>134,7</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>62,7</b>
	Тема 4. Первичная обработка статистических данных.	30,7	8	8		14,7
	Тема 5. Точечное и интервальное оценивание	34	10	8		16
	Тема 6. Проверка статистических гипотез.	36	10	10		16
	Тема 7. Корреляционный и регрессионный анализ	34	8	10		16
	Иные формы работы	0,3				
	Контроль	9				
	<i>Форма отчетности</i>	<i>Экзамен</i>				
	в т.ч. практическая подготовка					
	<b>Итого за 7 семестр</b>	<b>144</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>62,7</b>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>252</b>	<b>68</b>	<b>68</b>		<b>106,7</b>

**Очно-заочная форма обучения (не реализуется)**

**Заочная форма обучения (не реализуется)**

## III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме контрольной работы и теста.

### Типовой вариант контрольной работы (6 семестр)

1. В автосалоне на продажу выставлено 9 автомобилей марки —CITROEN®, 5 автомобилей марки —PEOGOET® и 3 автомобиля марки —RENAULT®. В течение дня продано 4 автомобиля. Найти вероятность того, что среди проданных хотя бы один марки —CITROEN®.

2. Расстояние от остановки «Стадион» до остановки «Школа» автобус проходит за 2 минуты, а Андрей – за 15 минут. Интервал движения автобусов 25 минут. В случайный момент времени Андрей выходит со стадиона, опаздывая в школу. Что лучше ему делать – идти пешком или подождать автобус?

3. На мост сбрасываются 3 авиационные бомбы, вероятности попадания которых соответственно равны: 0,3; 0,4; 0,6. Найти вероятность того, что мост будет разрушен, если для этого необходимо сбросить на него: а) все три бомбы; б) только одну бомбу; в) не менее двух.

4. В первой урне 10 деталей, из них 8 стандартных. Во второй 6 деталей, из которых 5 стандартных. Из второй урны переложили в первую одну деталь. Какова вероятность того, что деталь, извлеченная после этого из второй урны, нестандартная?

5. В страховом обществе застраховано 1000 лиц одного возраста и одной социальной группы. Вероятность смерти в течение года для каждого лица равна 0,006. Каждый застрахованный вносит 1 января 150 рублей страховых, и в случае смерти его родственники получают от общества 1200 рублей. Чему равна вероятность того, что а) общество потерпит убытки; б) получит прибыль, не меньшую 40000 рублей?

### Типовой вариант теста (7 семестр)

1. В таблице дискретного статистического распределения, построенного по выборке, отсутствует одна цифра. Это цифра

$x_j$	10	25	32	74
$p_j$	0,31	0,29	0,x5	0,15

10 25 32 74

А)  $x=1$

Б)  $x=2$

В)  $x=0$

Г)  $x=3$

2. Дан интервальный ряд статистического распределение выборки:

$x_j$	-1-0	0-1	1-2	2-3
$n_j$	30	70	80	20

Медиана выборки равна

А) 1,5

Б) 0,5

В) 1

С) 2

3. В итоге четырех измерений некоторой физической величины одним прибором получены следующие результаты: 8, 9, 11, 12. Выборочное среднее, выборочная дисперсия и исправленная дисперсия  $S^2$  равны:

А) 9; 2,5; 3,(3)

Б) 10; 25; 5

В) 10; 25; 5

В) 9; 25; 5

4. Дана выборка объема  $n$ :  $x_1, x_2, \dots, x_n$ . Если каждый элемент выборки увеличить в 5 раз, то выборочное среднее

А) увеличится в 5 раз;

Б) уменьшится в 5;

В) не изменится;

Г) увеличится на 5.

5. Рассматривается интервальная оценка генеральной средней в нормальном распределении. Длина интервала меньше при одном и том же уровне доверия в случае

А) не зависит от объема выборки;

Б) при меньшем объеме выборки;

В) при большем объеме выборки;

Г) не зависит от объема выборки, а зависит от исправленной дисперсии выборки.

6. Гипотеза о равенстве средних, при условии нормального распределения признака, проверяется:

А) по критерию Пирсона;

Б) по критерию Бартлетта;

В) методом дисперсионного анализа;

Г) по  $t$ -критерию Стъдента.

7. При исследовании корреляционной зависимости по данным 100 предприятий между капиталовложениями  $X$ (млн. руб.) и выпуском продукции  $Y$ (млн. руб) получены следующие уравнения регрессии:  $y=1,2x+2$  и  $x=0,6y+2$ . Для аналогичных предприятий среднее значение для необходимого капиталовложения, чтобы получить выпуск продукции в 1млн.руб., составляет

А) 3,6 млн.руб.;

Б) 3,2 млн.руб.;

В) 2,2 млн.руб.;

Г) 2,6 млн.руб.

8. За год зарегистрировано браков: в регионе А – 12,7 тыс., в регионе В – 11,3. Среднегодовая численность населения составляет 1760 и 1345 тыс. чел. Количество браков на 1000 жителей:

А) больше в регионе А;

Б) больше в регионе В;

В) в обоих регионах одинаково;

Г) вывод сделать невозможно.

9. Вариация – это:

А) разнообразие значений определенного признака в статистической совокупности;

Б) отличия значений разных признаков у отдельного элемента совокупности.

Можно ли измерять вариацию по данным ряда распределения?

В) да;

Г) нет.

10. Пользуясь данными выборки найти критическое значение критерия Пирсона при уровне значимости  $\alpha = 0,025$ .

$x_j$	10	15	20	25	30	35	40
$n_j$	6	8	15	40	16	8	7

- А) 11,1;
- Б) 13,2;
- В) 14,1;
- Г) 10,9.

11. Найти минимальный объем выборки, при котором с надежностью 0,9, точность оценки математического ожидания нормально распределенной генеральной совокупности по выборочной средней будет равна 0,3, если известно, среднее квадратическое отклонение генеральной совокупности  $\sigma=2$ .

- А) 121;
- Б) 125;
- В) 118;
- Г) 132.

12. По данным таблицы вычислить коэффициент корреляции.

X 1 4 6 9

У 1 3 5 7

- А) 0,997;
- Б) 0,987;
- В) 0,897;
- Г) 0,789.

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета, экзамена с использованием следующих оценочных материалов:

### Вопросы к зачету (6 семестр, очная форма обучения)

- 1) Пространство элементарных событий. Алгебра событий.
- 2) Равновозможные исходы. Классическое вероятности.
- 3) Применение элементов комбинаторики к подсчету вероятностей.
- 4) Геометрическая вероятность.
- 5) Статистическая вероятность.
- 6) Аксиоматика теории вероятностей.
- 7) Равносильность расширенной аксиомы сложения и аксиомы непрерывности.
- 8) Условные вероятности. Теорема умножения.
- 9) Независимость событий.
- 10) Формула полной вероятности, формулы Байеса.
- 11) Независимые испытания. Схема Бернулли.
- 12) Независимые испытания. Схема Пуассона.
- 13) Локальная теорема Муавра-Лапласа.
- 14) Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
- 15) Приложения интегральной теоремы Муавра-Лапласа.
- 16) Случайные величины. Индикаторы. Закон распределения случайной величины.
- 17) Примеры законов распределения дискретных случайных величин.
- 18) Числовые характеристики дискретных случайных величин. Математическое ожидание. Свойства математического ожидания.
- 19) Числовые характеристики дискретных случайных величин. Моменты. Дисперсия. Среднее квадратическое отклонение.

- 20) Многомерные законы распределения. Независимость дискретных случайных величин.
- 21) Непрерывные случайные величины. Функция распределения.
- 22) Плотность распределения вероятностей случайной величины и ее свойства.
- 23) Числовые характеристики непрерывной случайной величины.
- 24) Нормальное распределение.
- 25) Показательное распределение.
- 26) Равномерное распределение.
- 27) Системы случайных величин. Функция распределения системы случайных величин.
- 28) Плотность вероятности системы случайных величин.
- 29) Зависимые и независимые случайные величины.
- 30) Моменты, математическое ожидание, дисперсия системы случайных величин.
- 31) Корреляция и ковариация системы случайных величин.
- 32) Правило трех сигм.
- 33) Предельные теоремы: неравенство Чебышева.
- 34) Предельные теоремы: теорема Чебышева.
- 35) Закон больших чисел.

### **Вопросы к экзамену (7 семестр, очная форма обучения)**

1. Предмет математической статистики, задачи статистики. Предварительная обработка выборки.
2. Точечные оценки параметров распределения. Требования, предъявляемые к оценкам параметров: несмещенность, состоятельность.
3. Требования, предъявляемые к оценкам параметров: эффективность.
4. Достаточные статистики.
5. Критерий факторизации.
6. Улучшение несмещенных оценок.
7. Методы получения оценок: метод моментов.
8. Методы получения оценок: метод максимального правдоподобия.
9. Сущность задачи интервального оценивания. Коэффициент доверия.
10. Доверительный интервал для математического ожидания при известном  $\sigma$ .
11. Доверительный интервал для математического ожидания при неизвестном  $\sigma$ .
12. Доверительный интервал для дисперсии.
13. Статистические гипотезы. Общие понятия. Методики проверки.
14. Проверка гипотез о сравнении с эталоном.
15. Проверка гипотезы о законе распределения. Критерий Пирсона.
16. Задачи регрессионного и корреляционного анализа.
17. Введение в регрессионный анализ. Модельные уравнения регрессии.
18. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов.
19. Коэффициент корреляции. Эмпирический коэффициент корреляции.
20. Свойства коэффициента корреляции.
21. Проверка гипотез о значимости коэффициента корреляции.
22. Оценка точности нахождения оценок коэффициентов линейного уравнения регрессии.



## IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Основная литература

1. ремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 538 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10004-4. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/517540> (дата обращения: 28.08.2023).
2. Теория вероятностей и математическая статистика. Математические модели : учебник для вузов / В. Д. Мятлев, Л. А. Панченко, Г. Ю. Ризниченко, А. Т. Терехин. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 321 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-01698-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/512500> (дата обращения: 28.08.2023).

### 4.2. Дополнительная литература

1. Васильев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник и практикум для вузов / А. А. Васильев. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 224 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16714-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/531568> (дата обращения: 28.08.2023).
2. Монсик, В.Б. Вероятность и статистика : учебное пособие [16+] / В.Б. Монсик, А.А. Скрынников. — 4-е изд., электрон. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 384 с. : - ISBN 978-5-00101-858-2. - Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. - URL: <http://www.iprbookshop.ru/6463.html> (дата обращения: 01.09.2022).
3. Мацкевич, И.Ю. Теория вероятностей и математическая статистика: практикум : [12+] / И.Ю. Мацкевич, Н.П. Петрова, Л.И. Тарусина. — Минск : РИПО, 2017. — 200 с. : [Электронный ресурс].. — Режим доступа: URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=487930> (дата обращения: 01.09.2022).

## V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://mathedu.ru">http://mathedu.ru</a>	Математическое образование: прошлое и настоящее (сайт с ЭБ, включающей дореволюционные источники, литературу советского периода)	Свободный доступ.

2.	<a href="http://www.iprbookshop.ru/">http://www.iprbookshop.ru/</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС)	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
3.	<a href="http://www.exponenta.ru">http://www.exponenta.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
4.	<a href="http://www.matclub.ru">http://www.matclub.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
5.	<a href="http://www.fismat.ru">http://www.fismat.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
6.	<a href="http://www.mathnet.ru">http://www.mathnet.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
7.	<a href="http://www.krugosvet.ru">http://www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия, в которой представлен материал по основным математическим терминам, а также биографические данные об известных математиках.	Свободный доступ
8.	<a href="http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/Books.htm">http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/Books.htm</a>	Математическая библиотека, постоянно пополняемое собрание университетских учебников, исследований по математическому анализу, алгебре, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальным уравнениям, математической физике.	Неограниченный доступ
9.	<a href="http://ilib.mccme.ru">http://ilib.mccme.ru</a>	ЭБ с книгами по математике.	Свободный доступ.

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем предоставляется неограниченный индивидуальный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.elibrary.ru">www.elibrary.ru</a>	Российский информационный портал в области науки, технологии, медицины и	Свободный доступ

		образования	
3.	<a href="http://mathedu.ru">http://mathedu.ru</a>	Математическое образование: общедоступная электронная библиотека	Свободный доступ

## **VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ**

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.
- SPSS Statistics Base Campus Edition.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.