



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Б1.В.01.03 Численные методы и их программная реализация**

**Направление подготовки:** 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

**Направленность (профиль):** Математика и информатика, Физика

**Квалификация (степень):** *бакалавр*

**Форма обучения:** *очная*

**Институт:** математики, естествознания и техники

**Кафедра:** математики и методики её преподавания

	очная форма	очно-заочная форма	заочная форма
Курс	IV		
Семестр/триместр	7		
Лекции	36		
Лабораторные занятия			
Практические (семинарские) занятия	36		
в т. ч. практическая подготовка	2		
Форма(ы) промежуточной аттестации	зачет		
Контроль			
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	72		

**Всего часов:** 144

**Трудоемкость:** 4 зачетных единицы

Разработчик рабочей программы: кандидат педагогических наук, доцент Р.А. Мельников

## I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

**Цель изучения дисциплины:** ознакомление с численными (приближёнными) методами решения математических задач, углубление математической подготовки студентов, направленное на формирование прочных теоретических знаний и практических навыков в области численных методов.

**Задачи изучения дисциплины:**

- выстраивание общего контекста математического мышления как культурной формы деятельности, определяемой не только структурными особенностями математического знания, но и местом математики в системе наук;
- осознание социальной значимости будущей профессии, формирование мотивации к осуществлению профессиональной деятельности;
- подготовка к использованию систематизированных знаний и практических умений при решении профессиональных задач.

**Место дисциплины в структуре ОПОП:** реализуется в рамках части, формируемой участниками образовательных отношений Б1. Дисциплины (модули).

**Планируемые результаты обучения по дисциплине:**

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ПКС-2	Знать: <ul style="list-style-type: none"><li>- закономерности, принципы и уровни формирования и реализации содержания образования по математике, информатике, физике;</li><li>- структуру, состав и дидактические единицы содержания школьного предмета по математике, информатике, физике.</li></ul>	Знает: <ul style="list-style-type: none"><li>- различные основные понятия численных методов;</li><li>- хотя бы два класса численных методов (прямые и итерационные методы);</li><li>- численные методы решения нелинейных уравнений, систем линейных уравнений и др.;</li><li>- типичные случаи приближения (аппроксимации) функций;</li><li>- основные проблемы поиска приближённой функции;</li><li>- особенности задачи интерполирования функции и основные интерполяционные многочлены;</li></ul>
	Уметь: <ul style="list-style-type: none"><li>- осуществлять отбор учебного содержания для реализации в различных формах обучения математике, информатике, физике в соответствии с дидактическими целями, возрастными особенностями обучающихся и требованиями ФГОС общего образования.</li></ul>	Умеет: <ul style="list-style-type: none"><li>- строить математические модели исследуемых объектов;</li><li>- ставить необходимые вычислительные задачи;</li><li>- грамотно выбирать численный метод решения конкретной исследуемой задачи;</li><li>- оценивать качество различных численных методов и эффективность их применения для конкретной задачи;</li><li>- использовать численные</li></ul>

		методы в реальных ситуациях.
	<b>Владеть:</b> - предметным содержанием дисциплин математика, информатика, физика; - умениями отбора вариативного содержания с учетом взаимосвязи урочной и внеурочной форм обучения математике, информатике, физике.	<b>Владеет:</b> - навыками применения численных методов решения различных практических задач; - навыками работы с математической литературой; - навыками применения современного математического инструментария для решения задач математики и физики; - математическим аппаратом для описания, анализа, теоретического и экспериментального исследования и моделирования различных явлений и процессов.

## II. СОДЕРЖАНИЕ И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ

**с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу**

### Очная форма обучения

№ п/п	Наименование разделов и тем	Всего	Аудиторные занятия			Сам. раб.
			ЛК	ПЗ	ЛБ	
	<b>Раздел 1. Численные методы решения нелинейных уравнений</b>	<b>32</b>	<b>10</b>	<b>10</b>		<b>12</b>
1.	Тема 1. Графическое и аналитическое отделение корней нелинейного уравнения.	8	2	2		4
2.	Тема 2. Метод половинного деления (проб, бисекции, дихотомии) решения нелинейного уравнения.	12	4	4		4
3.	Тема 3. Метод итераций решения нелинейного уравнения.	12	4	4		4
	<b>Раздел 2. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений</b>	<b>20</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>12</b>
4.	Тема 4. Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса (схема единственного деления).	10	2	2		6
5.	Тема 5. Итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод простой итерации.	10	2	2		6
	<b>Раздел 3. Интерполирование функций</b>	<b>24</b>	<b>6</b>	<b>6</b>		<b>12</b>
6.	Тема 6. Интерполяционный многочлен Лагранжа.	14	4	4		6
7.	Тема 7. Интерполяционные многочлены Ньютона для равноотстоящих узлов.	10	2	2		6
	<b>Раздел 4. Численное интегрирование</b>	<b>28</b>	<b>8</b>	<b>8</b>		<b>12</b>
8.	Тема 8. Постановка задачи численного интегрирования. Квадратурные формулы. Формулы прямоугольников.	14	4	4		6

9.	Тема 9. Формула трапеций. Формула Симпсона (формула парабол).	14	4	4		6
	<b>Раздел 5. Численное интегрирование обыкновенных дифференциальных уравнений</b>	<b>20</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>12</b>
10.	Тема 10. Постановка задачи Коши. Метод ломаных Эйлера. Метод Эйлера-Коши. Метод Рунге-Кутта. Метод Пикара.	20	4	4		12
	<b>Раздел 6. Методы обработки экспериментальных данных</b>	<b>20</b>	<b>4</b>	<b>4</b>		<b>12</b>
11.	Тема 11. Метод наименьших квадратов построения приближающей функции.	10	2	2		6
12.	Тема 12. Интерполяция сплайнами.	10	2	2		6
	<i>Итого за 7 семестр</i>	<b>144</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>72</b>
	<b>ИТОГО:</b>	<b>144</b>	<b>36</b>	<b>36</b>		<b>72</b>

**Очно-заочная форма обучения (не реализуется)**

**Заочная форма обучения (не реализуется)**

### **III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Текущая аттестация проводится в форме контрольных работ и теста.

#### **Типовые варианты контрольных работ**

##### **Контрольная работа №1.**

**Задача 1.** Отделить корни уравнения графически и уточнить один из них с точностью до 0,001 методом половинного деления:

$$x^3 + 3x + 5 = 0.$$

**Задача 2.** Вычислить по формуле Симпсона

$$\int_4^8 \frac{dx}{\sqrt{x+1}}, \text{ приняв } n=8.$$

Оценить погрешность по методу удвоения шага вычислений. Вычисления вести с пятью знаками после запятой. Сравнить со значением, найденным по формуле Ньютона - Лейбница.

**Задача 3.** Методом Рунге - Кутта решить задачу Коши для ОДУ

$$y' = \frac{x}{y} + 0,5y; \quad y(0)=1 \text{ на отрезке } [0; 0,5] \text{ с шагом } h=0,1. \text{ Вычисления вести с тремя}$$

верными знаками.

**Задача 4.** Методом простой итерации решить СЛАУ с точностью до 0,001 ( $\varepsilon=10^{-3}$ )

$$\begin{cases} 0,63x_1 + 0,05x_2 + 0,15x_3 = 0,34, \\ 0,03x_1 + 0,34x_2 + 0,1x_3 = 0,32, \\ 0,15x_1 + 0,1x_2 + 0,71x_3 = 0,42. \end{cases}$$

**Задача 5.** Дана таблица значений функции:

X	1,2	1,9	3,3	4,7
f(x)	0,3486	1,0537	1,7844	2,2103

Вид функции:  $f(x) = \ln 2,3x - \frac{0,8}{x}$ .

Найти значение этой функции в точке  $x = 4$ , пользуясь интерполяционным многочленом Лагранжа. Оценить погрешность. Результат интерполирования сравнить с вычислением значения функции по её выражению.

## Контрольная работа № 2.

**Задача 1.** Стационарное распределение температуры в теплоизолированном тонком стержне описывается линейной функцией. Дана таблица измеренных температур в соответствующих точках стержня:

X	0	2	6	8	10	14	16	20
Y	32	29,2	23,3	19,9	17,2	11,3	7,8	2

Методом наименьших квадратов найти эту функцию. Оцените качество полученного приближения.

**Задача 2.** Методом наименьших квадратов подобрать показательную функцию по следующим табличным данным:

X	2,2	2,7	3,5	4,1
Y	67	60	53	50

**Задача 3.** Набор экспериментальных значений  $x$  и  $y$  имеет вид таблицы:

X	1,20	1,57	1,94	2,31	2,68	3,05	3,42	3,79
Y	2,59	2,06	1,58	1,25	0,91	0,66	0,38	0,21

Построить методом наименьших квадратов эмпирическую формулу и вычислить характеристики качества построенного приближения.

## Типовой вариант контрольной работы в форме теста

### Часть 1

Решите задание, сравните полученный ответ с предложенным. Выбранный ответ отметьте.

**A1.** Отделите корни уравнения  $\cos x - x^2 = 0$  графически и укажите их количество.

- |       |       |
|-------|-------|
| 1) 1; | 3) 3; |
| 2) 2; | 4) 4. |

**A2.** Отделите корни уравнения  $x^3 - 12x - 5 = 0$  аналитически и укажите их количество.

- |       |       |
|-------|-------|
| 1) 1; | 3) 3; |
| 2) 2; | 4) 4. |

**A3.** Вычислите по формуле трапеций  $\int_1^2 \frac{dx}{x}$  с точностью до 0,01, приняв  $n = 5$ .

- 1) 0,51;
- 2) 0,69;
- 3) 0,81;
- 4) 0,99.

**A4.** Методом множителей Лагранжа найти экстремум функции  $f(x, y) = x^2 + y^2$  при условии  $xy = 16$ .

- 1)  $M(4; 4)$ ;
- 2)  $M(8; 2)$ ;
- 3)  $M(2; 8)$ ;
- 4)  $M(1; 16)$ .

**A5.** Вычислите по формуле Симпсона  $\int_0^1 x^2 \sin x dx$ , приняв  $n = 10$ , с точностью  $10^{-6}$ .

- 1) 0,2232396;
- 2) 1,2122234;
- 3) 0,5142317;
- 4) 2,0013427.

**A6.** Из представленной ниже таблицы найти значения  $y$  при  $x = 3,1$ , пользуясь интерполяционной формулой Ньютона.

x	1	2	3	4	5	6	7
y	3	7	13	21	31	43	57

- 1) 20;
- 2) 13,71;
- 3) 24;
- 4) 15,82.

**A7.** Имеется таблица функции:

x	0,41	1,55	2,67	3,84
y	2,63	3,75	4,87	5,03

Требуется получить значение этой функции в точке  $x = 1,91$ , пользуясь интерполяционным многочленом Лагранжа.

- 1) 1,25;
- 2) 2,15;
- 3) 3,35;
- 4) 4,15.

**A8.** Как связана степень интерполяционного многочлена с количеством узлов интерполяции?

- 1) равна (=);
- 2) меньше (<);
- 3) больше (>);
- 4) не больше ( $\leq$ ).

**A9.** В какой форме можно получить решение обыкновенного дифференциального уравнения по методу Эйлера?

- 1) график;
- 2) аналитическое выражение;
- 3) таблица значений.

**A10.** Значение функции  $y$ , определяемой дифференциальным уравнением  $y' = y^2 + \frac{y}{x}$ , при начальном условии  $y(2) = 4$ , найденное методом Эйлера с шагом  $h = 0,1$  при  $x = 2,3$  равно:

- 1) 9,81;
- 2) 18,78;
- 3) 5,91;
- 4) 20,45.

## Часть 2

Решите задание, полученный ответ запишите на бланке, рядом с номером выполненного задания.

**В1.** Методом половинного деления (методом проб) уточните с точностью до 0,01 корень уравнения  $x^4 - x - 1 = 0$  на  $[1; 2]$ .

**В2.** Методом простой итерации найти приближенное значение корня уравнения  $x^3 - 10x + 4 = 0$  с точностью до 0,01 на  $[0; 1]$ .

**В3.** Методом Гаусса (с помощью расчетной таблицы) решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 3x_3 = 5; \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2; \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases}$$

**В4.** Даны точки (0;3), (2;1), (3;5), (4;7). Составить уравнение многочлена, принимающего указанные значения при заданных значениях аргумента.

**В5.** Записать расчетные формулы метода Рунге-Кутты приближенного решения обыкновенных дифференциальных уравнений (решение задачи Коши).

Промежуточная аттестация обучающихся осуществляется в форме зачета и зачета с оценкой с использованием следующих оценочных материалов:

## Вопросы к зачету (7 семестр, очная форма обучения)

1. Математические модели и численные методы.
2. Численное решение нелинейных уравнений с одной переменной. Постановка задачи.
3. Графическое и аналитическое отделение корней уравнения.
4. Метод половинного деления. Схема алгоритма метода.
5. Метод простой итерации. Оценка погрешности метода.
6. Метод Гаусса. Расчетная таблица по схеме единственного деления.
7. Метод простой итерации.
8. Достаточные условия сходимости итерационного процесса.
9. Особенность задачи численного дифференцирования.
10. Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Лагранжа.
11. Численное дифференцирование на основе интерполяционной формулы Ньютона.
12. Постановка задачи численного интегрирования. Обоснование квадратурных формул.
13. Формулы прямоугольников.
14. Формула трапеций. Оценка её точности.
15. Формула Симпсона. Оценка погрешности по методу удвоения шага вычислений.
16. Методы обработки экспериментальных данных.
17. Постановка задачи интерполирования функции.
18. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Способы его нахождения.
19. Интерполяционный многочлен Ньютона для равноотстоящих узлов.
20. Метод наименьших квадратов.

21. Численное решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Постановка задачи Коши.
22. Метод ломаных Эйлера.
23. Метод Рунге-Кутты.
24. Метод Пикара.

## IV. ПЕРЕЧЕНЬ ЛИТЕРАТУРЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1. Основная литература

1. Балабко, Л.В. Численные методы: учебное пособие / Л.В. Балабко, А.В. Томилова ; Министерство образования и науки Российской Федерации, Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова. - Архангельск: САФУ, 2014. - 163 с. : схем., табл., ил. - ISBN 978-5-261-00962-7; - URL: <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=436331>
2. Численные методы : учебник и практикум для академического бакалавриата / У. Г. Пирумов [и др.] ; под редакцией У. Г. Пирумова. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. 421 с. (Бакалавр. Академический курс). — ISBN 978-5-534-03141-6. — Текст : электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/431961>

### 4.2. Дополнительная литература

1. Зенков, А. В. Численные методы : учебное пособие для вузов / А. В. Зенков. Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 122 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-10893-4. — Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452695>
2. Гателюк, О. В. Численные методы: учебное пособие для вузов / О. В. Гателюк, Ш. К. Исмаилов, Н. В. Манюкова. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. 140 с. (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05894-9. Текст: электронный // ЭБС Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/452912>

## V. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://www.biblioclub.ru">http://www.biblioclub.ru</a>	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библиотека онлайн	Регистрация через любой университетский компьютер. В дальнейшем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в которой имеется доступ к сети Интернет
2.	<a href="http://www.matchclub.ru">http://www.matchclub.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ
3.	<a href="http://www.mathnet.ru">http://www.mathnet.ru</a>	Образовательный математический сайт	Свободный доступ



4.	<a href="http://edu.ru/">http:// edu.ru/</a>	Российское образование: Федеральный портал. Включает ссылки на порталы и сайты образовательных учреждений; государственные образовательные стандарты; нормативные документы; каталог экскурсий и обучающих программ.	Свободный доступ
5.	<a href="http://www.krugosvet.ru">http://www.krugosvet.ru</a>	Электронная энциклопедия, в которой представлен материал по основным математическим терминам, а также биографические данные об известных математиках.	Свободный доступ
6.	<a href="http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/Books.htm">http://vilenin.narod.ru/Mm/Books/Books.htm</a>	Математическая библиотека, постоянно пополняемое собрание университетских учебников, исследований по математическому анализу, алгебре, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальным уравнениям, математической физике.	Неограниченный доступ

## VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	<a href="http://ilib.mccme.ru">http://ilib.mccme.ru</a>	ЭБ с книгами по математике.	Свободный доступ.
2.	<a href="http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm">http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm</a>	EqWorld Мир математических уравнений	Свободный доступ

## VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

## **VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).