



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.02.03 Современные представления о теории множеств и функций

Направление подготовки: **44.04.01 Педагогическое образование**

Профиль подготовки: **Математика и информационные технологии**

Квалификация (степень): **магистр**

Форма обучения: **очная**

Институт: **математики, естествознания и техники**

Кафедра: **математики и методики ее преподавания**

	очная форма	очно- заочная форма	заочная форма
Курс	1		
Семестр	2		
Лекций	-		
Практических (семинар- ских) занятий	18		
Лабораторных занятий	-		
Консультации	-		
Форма(ы) промежуточной аттестации	Зачет 0,2		
Контроль	-		
Иные формы работы	-		
Самостоятельная работа	89,8		

Всего часов: 108

Трудоемкость: 3 зачетные единицы

Разработчик(и) рабочей программы:

доктор педагогических наук, профессор Н.Г. Подаева

I. ОРГАНИЗАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКИЙ РАЗДЕЛ

Цели изучения дисциплины: сформировать основные понятия теории множеств и функций действительного переменного; развить у обучающихся способность формировать образовательную среду и использовать профессиональные знания и умения в реализации задач инновационной образовательной политики.

Задачи изучения дисциплины:

- обучить основным методам теории функций;
- привить навыки проводить исследования, связанные с основными понятиями школьного курса математики, с теорией функций действительного переменного;
- способствовать подготовке к ведению исследовательской деятельности в областях, использующих математические методы; созданию и использованию математических моделей процессов и объектов; разработке эффективных математических методов решения задач естествознания, техники, экономики и управления;
- развивать умение самостоятельной работы с учебными пособиями и другой научной и математической литературой.

Место дисциплины в структуре ОПОП

Реализуется в рамках базовой (обязательной) части блока Б1. Дисциплины (модули).

Планируемые результаты обучения по дисциплине

Код компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине
ОПК-2 Способен проектировать основные и дополнительные образовательные программы и разрабатывать научно-методическое обеспечение их реализации	Знать: - организацию образовательного процесса в профессиональных образовательных организациях разного типа и вида; - требования к учебно-методическому обеспечению учебных курсов, дисциплин образовательных программ, в том числе к современным учебникам, учебным и учебно-методическим пособиям, включая электронные, электронным образовательным ресурсам, учебно-лабораторному оборудованию, учебным тренажерам и иным средствам обучения.	Знает: основные понятия ТФДП; методы использования современных технологий для приобретения новых научных и профессиональных знаний; основы теории; способен продемонстрировать знания применительно к незнакомым задачам и нестандартно сформулированным заданиям. Предмет теории функций действительной переменной. Множества, подмножества. Равенство множеств. Свойства фундаментальных последовательностей. Действительное число как предел последовательности рациональных чисел. Разложение действительного числа в систематическую дробь.
	Уметь: - применять методы и технологию проектирования образовательных программ и ин-	Умеет: производить сложные вычисления, давать их описание, характеристику и интерпретацию полученных результатов. Сравнить мощности мно-

	ствительными числами. Упорядоченность множества действительных чисел. Плотность и непрерывность множества действительных чисел. Несчетность множества действительных чисел. Множества мощности континуума. Существование сколь угодно высоких мощностей.					
4.	Тема 4. Классификация точек по отношению к данному множеству: внутренние точки; внешние точки; граничные точки; изолированные точки; предельные точки; точка прикосновения. Строение линейных замкнутых множеств. Строение открытых множеств.	8		2		6
5.	Тема 5. Совершенные множества. Канторово совершенное множество. Мощность совершенного замкнутого множества.	8		2		6
6	Тема 6. Свойства функций действительного переменного. Общее понятие функции. Непрерывность функции: по Коши, по Гейне, по Бэру. Понятие о функции с ограниченным изменением.	8		2		6
	Раздел 2. Метрическая теория функций.	58		4		54
7.	Тема 7. Измеримые множества и измеримые функции. Мера открытых множеств. Внутренняя и	26		2		24

	внешняя меры. Измеримость множеств. Множества, измеримые по Лебегу. Критерий измеримости по Лебегу. Свойства множеств, измеримых по Лебегу. Измеримые функции. Теорема Д.Ф. Егорова. Теорема Н.Н. Лузина.					
8.	Тема 8. Интеграл Лебега. Определение интеграла по Риману. Простые функции. Интеграл Лебега от простой функции. Общее определение интеграла Лебега на множестве конечной меры.	32		2		29,8
	Контроль	0,2				
	Итого во 2 семестре:	108		18	-	89,8

Очно-заочная форма обучения (не реализуется)
Заочная форма обучения (не реализуется)

III. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ АТТЕСТАЦИИ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Текущая аттестация проводится в форме теста.

Тест №1 (2 семестр, очная форма обучения)

№1. Какой знак можно поставить между множествами $A \setminus B$ и $A \cap B$

1) $=$; 2) \supset ; 3) \subset .

№2. Найти взаимно однозначное отображение отрезка $[0;1]$ на $[2;6]$

1) $x=(3-a)t+2$; 2) $x=6-t+2$; 3) $x=4t+2$.

№3. Можно ли установить взаимно однозначное соответствие между отрезком $[0;1]$ и интервалом $(0;1)$?

1) Можно в одну сторону; 2) Нельзя; 3) Можно.

№4. Какова мощность всех треугольников на плоскости, вершины которых имеют рациональные координаты?

1) \mathbb{C} ; 2) множество счётно; 3) 2^n

№5. Верно ли утверждение: "Если E - бесконечное множество чисел, расположенное на луче $(0; \infty)$, то найдётся такое число $\tau > 0$, что множество $E \cap (\tau; +\infty)$ бесконечно"?

- 1) неверно; 2) верно; 3) верно частично.

№6. Если расстояние между любыми двумя точками множества E на прямой больше единицы, то множество E

- 1) конечно; 2) конечно или счётно; 3) счётно; 4) несчётно.

№7. Какова мощность множества всех строго возрастающих последовательностей натуральных чисел?

- 1) мощность неограниченная; 2) счётное множество; 3) \mathbb{C} .

№8. Верно ли утверждение: "Если $A \sim B$, $C \supset A$, $C \supset B$, то $C \setminus A \sim C \setminus B$ "?

- 1) верно; 2) неверно; 3) верно в одну сторону.

№9. Являются ли метрическим пространством множество всех действительных чисел, если

$$\rho(x; y) = \sin^2(x - y)?$$

- 1) да; 2) наполовину; 3) нет.

№10. Пусть X – множество точек окружности C . Примем в качестве расстояния между точками $x \in X$, $y \in X$ длину кратчайшей дуги окружности C , соединяющей x и y . Удовлетворяет ли это расстояние аксиомам метрики?

- 1) нет; 2) наполовину; 3) да.

№11. Является ли полным пространство-множество всех рациональных чисел с обычным расстоянием?

- 1) нет; 2) да; 3) наполовину полно.

№12. Пусть p_1 и p_2 - эквивалентные метрики на множестве X . Следует ли из полноты пространства (X, p_1) полнота пространства (X, p_2) ?

- 1) нет; 2) да; 3) это одно и то же.

Контрольная работа №2.

№1. Замкнуто ли замыкание любого множества?

- 1) наполовину; 2) нет; 3) да.

№2. На плоскости дана ограниченная последовательность концентрических окружностей радиусов $r_1 < r_2 < r_3 < \dots$. Является ли их объединение замкнутым множеством?

- 1) полным; 2) да; 3) нет.

№3. Всегда ли объединение конечного семейства совершенных множеств является совершенным множеством?

- 1) да; 2) нет; 3) не всегда.

№4. Может ли равняться нулю мера множества, которое содержит хотя бы одну внутреннюю точку?

- 1) не может; 2) может; 3) и может и не может.

№5. Может ли объединение $E = \bigcup_n E_n$ возрастающей последовательности измеримых множеств конечной меры иметь конечную меру? Бесконечную меру?
 1) может иметь только конечную меру; 2) обе возможности осуществления;
 3) может иметь только бесконечную меру; 4) не может иметь никакую меру.

№6. Может ли неограниченное измеримое множество на прямой иметь конечную положительную меру?
 1) может; 2) не может; 3) может иметь только меру 0.

№7. Если функция $f(x)$ удовлетворяет условию Липшица на $[a, b]$, то имеет ли $f(x)$ на $[a, b]$ ограниченную вариацию?

1) не имеет; 2) не обязательно имеет; 3) имеет.

№8. Чему равна вариация функции $f(x) = \begin{cases} 0, \text{ при } X = 0 \\ 1 - x, \text{ при } 0 < X < 1 \\ 5, \text{ при } X = 1 \end{cases}$ на $[a, b]$?

1) 5; 2) 7; 3) 6.

№9. Верно ли утверждение: «Если $|f(x)|$ имеет ограниченную вариацию на $[a, b]$, то и $f(x)$ имеет ограниченную вариацию на $[a, b]$ »?
 1) верно; 2) неверно; 3) если это функция Дирихле, то верно.

№10. Верно ли утверждение: «Если функция $\varphi(x)$ измерима на E , то и $\varphi^3(x)$ измерима на E »?

1) да; 2) нет; 3) не всегда.

Вопросы к зачету (2 семестр, очная форма обучения)

1. Предмет теории функций действительной переменной.
2. Множества, подмножества.
3. Равенство множеств. Круги Эйлера-Венна.
4. Операции над множествами и их основные свойства: теоретико-множественное сложение – объединение; теоретико-множественное умножение – пересечение; разность множеств;
5. Операции над множествами и их основные свойства: дополнение к множеству (универсальное множество); симметричная разность.

6. Мощность множества.
7. Кардинальные числа.
8. Сравнение мощностей.
9. Теорема о мощности промежуточного множества.
10. Теорема Кантора-Бернштейна-Шредера.
11. Понятие счетного множества.
12. Критерий счётности.
13. Примеры счетных множеств.
14. Счетность множества \mathbb{Q} всех рациональных чисел.
15. Множество рациональных чисел.
16. Определение действительного числа.
17. Действия над действительными числами.
18. Упорядоченность множества действительных чисел.
19. Плотность и непрерывность множества действительных чисел.
20. Несчетность множества действительных чисел.
21. Множества мощности континуума.
22. Существование сколь угодно высоких мощностей.
23. Классификация точек по отношению к данному множеству: внутренние точки; внешние точки; граничные точки; изолированные точки; предельные точки; точка прикосновения.
24. Строение линейных замкнутых множеств.
25. Строение открытых множеств.
26. Совершенные множества.
27. Канторово совершенное множество.
28. Мощность совершенного замкнутого множества.
29. Понятие о функции с ограниченным изменением.
30. Мера открытых множеств.
31. Внутренняя и внешняя меры.
32. Измеримость множеств.
33. Множества, измеримые по Лебегу.
34. Критерий измеримости по Лебегу.
35. Свойства множеств, измеримых по Лебегу.
36. Измеримые функции.
37. Теорема Д.Ф. Егорова.
38. Определение интеграла по Риману.
39. Простые функции.

IV. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины

4.1 Основная литература

1. Колмогоров А. Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Физматлит, 2012. 573с. ЭБС «Университетская библиотека онлайн» http://www.biblioclub.ru/index.php?page=book_red&id=82563&sr=1/ (дата обращения: 01.09.2020).

2. Дерр В.Я. Теория функций действительной переменной. Лекции и упражнения: Учеб. пособие / В.Я. Дерр. М.: Высшая школа, 2008. 384 с.
http://publ.lib.ru/ARCHIVES/D/DERR_Vasiliy_Yakovlevich/_Derr_V.Ya..html(дата обращения: 01.09.2020).

4.2. Дополнительная литература

1. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. 5-е изд., стер. издание СПб: Лань, 2008. 560 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284(дата обращения: 01.09.2020).
2. Медведева М.В. Основы теории множеств и теории отображений. Учебное пособие. М.: НИЯУ МИФИ, 2011. 52 с. <http://bookre.org/reader?file=1428059>(дата обращения: 01.09.2020).

У. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

№ пп	Ссылка на информационный ресурс	Наименование разработки в электронной форме	Доступность
1.	http://www.biblioclub.ru	Электронно-библиотечная система (ЭБС) Университетская библио- тека онлайн	Регистрация через лю- бой университетский компьютер. В дальней- шем индивидуальный неограниченный доступ из любой точки, в кото- рой имеется доступ к сети Интернет
2.	http://edu.ru/	Российское образование: Федеральный портал. Включает ссылки на пор- талы и сайты образова- тельных учреждений; гос- ударственные образова- тельные стандарты; нор- мативные документы; ка- талог экскурсий и обуча- ющих программ.	Свободный доступ
3.	ООО «Центр цифровой дис- трибуции» ЭБС КнигаФонд http://www.knigafund.ru	Количество предоставля- емых пин-кодов – 500 до- ступов.	ЭБС «КнигаФонд» – включает в себя учеб- ную, специальную и гу- манитарную литерату- ру, соответствующую современным требова- ниям и стандартам обу- чения, в том числе фе- деральным государ- ственным образова- тельным стандартам высшего профессио-

			<p>нального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.</p> <p>Библиотека имеет возможность предоставления доступа к каждому обучающемуся к своим фондам без ограничений количества пользователей.</p>
--	--	--	---

VI. СОВРЕМЕННЫЕ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ БАЗЫ ДАННЫХ И ИНФОРМАЦИОННЫЕ СПРАВОЧНЫЕ СИСТЕМЫ

1.	http: www.krugosvet.ru	Электронная энциклопедия	Неограниченный до- ступ
2.	http: www.iprbookshop.ru	Полнотекстовая база электронных изданий, предназначенная для студентов и аспирантов разных специальностей. Содержит учебники и учебные пособия, монографии, производственно-практические, справочные издания, периодические издания, а также деловую литературу для практикующих специалистов.	Доступ к полному тексту изданий на сайте возможен после авторизации, для этого необходимо получить логин и пароль в в информационно-библиографическом отделе библиотеки (3 этаж, 308 каб., 2 этаж, 206 а). После получения пароля необходимо пройти личную регистрацию и в дальнейшем работать под своими учетными данными.
3.	http: vilen- in.narod.ru Mm Books Books.htm	Математическая библиотека, постоянно пополняемое собрание университетских учебников, исследований по математическому анализу, алгебре, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальным уравнениям, математической физике.	Неограниченный до- ступ
2.	http://arch.neicon.ru	НП «НЭИКОН Договор об оказании услуг по подключению к архиву научных журналов: в рамках Государственного контракта № 07.551.11.4002 от 29 июня 2011 г. (бессрочное пользование)	Электронные продукты издательства «Annual Reviews» –американского издатель-ства книг и журналов, основанного в 1932 году; архив электронных журналов Cambridge University Press; архив электронных журналов Oxford University Press; ар-

			<p>хив британского издательства, мирового лидера научных публикаций по физике - The Institute of Physics (IOP) Publishing; архиву одного из самых старых и авторитетных общенаучных журналов Nature; архив мультидисциплинарного журнала естественного научного профиля Science; архив академического профессионального издательства SAGE Publications; архив международного издательства Taylor & Francis Group.</p>
--	--	--	---

VII. ЛИЦЕНЗИОННОЕ И СВОБОДНО РАСПРОСТРАНЯЕМОЕ ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ

При реализации учебной дисциплины применяется следующее лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение:

- Microsoft Windows;
- Microsoft Office;
- LibreOffice и др.

VIII. ОБОРУДОВАНИЕ И ТЕХНИЧЕСКИЕ СРЕДСТВА ОБУЧЕНИЯ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Учебные занятия проводятся в аудиториях, укомплектованных специализированной мебелью, в том числе стационарными или переносными техническими средствами обучения (проектор, экран, компьютер/ноутбук).

Самостоятельная работа проводится в кабинетах, оснащенных компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду университета.